

1. El momento de las Matemáticas

Las Matemáticas son a la vez una ciencia básica, el lenguaje en el que está escrito el universo, como decía Galileo Galilei, y también una disciplina que interacciona permanentemente con todos los demás ámbitos de nuestra sociedad. En efecto, la sociedad actual reposa cada vez más en la comprensión que las matemáticas aportan y que están en la base de la innovación en tecnología, ciencia, transporte, comunicaciones, etc. Por otra parte, las crecientes demandas de progreso exigen de un esfuerzo añadido en investigación matemática.

En este artículo presentamos un breve panorama de las matemáticas que se desarrollan en el campo del diseño óptimo, orientándonos al ámbito aeronáutico y haciendo especial énfasis en algunos de los problemas más relevantes aún por resolver, que tienen una motivación fuertemente tecnológica y a la vez un marcado acento matemático.

Las Matemáticas son una ciencia amplia, que abarca diferentes campos entre los que destaca la Matemática Aplicada, que tiene como uno de sus principales objetivos contribuir a la comprensión y al diseño de numerosos mecanismos y estructuras de gran importancia en nuestra vida diaria y en muy diversos ámbitos del I+D+i, haciéndolos más funcionales, más económicos, más respetuosos con el medio ambiente, más atractivos, etc. Este es el principal cometido de la disciplina del *Diseño Óptimo* a la que dedicamos esta artículo. Sus aplicaciones son muy variadas: Biotecnología y Biomedicina (sistema cardiovascular, el diseño de bypasses y fármacos), Física Cuántica (control laser en Mecánica Cuántica, diseño molecular, nanoestructuras, optoelectrónica), estructuras y edificios inteligentes (en particular, que resistan los temblores sísmicos), Ingeniería Química (reactores y columnas de destilación), medioambiente (descontaminación, diques, reducción del ruido, la barrera del Támesis), sistemas de comunicaciones e irrigación, prospección y extracción de recursos naturales, aeronáutica, automoción, robótica,...

En el ámbito de la aeronáutica, en el que nos centramos en este artículo, uno de los principales objetivos de las Matemáticas es contribuir al diseño de aeronaves más seguras, eficaces y respetuosas con el medio ambiente. Son ya muchos años de investigación matemática en este campo desde que los hermanos Wright, hace ahora algo más de un siglo, se convirtieron en los pioneros del aire. Pero es aún mucho lo que queda por hacer para ser capaces de realizar simulaciones numéricas lo bastante rápidas y eficaces que permitan desarrollar herramientas interactivas que sirvan a los diseñadores e ingenieros trabajar con un conocimiento fiable del rendimiento previsible de sus diseños en tiempo real. Las grandes empresas del sector y los

4. (Julio 2010) Las Matemáticas del diseño aeronáutico: avances y retos

Escrito por Enrique Zuazua

Jueves 01 de Julio de 2010 00:00

más prestigiosos laboratorios científicos se afanan en este empeño, en el que las Matemáticas tienen mucho que aportar. A pesar de los importantes avances que se producen constantemente en la capacidad de cómputo de los modernos supercomputadores, un verdadero salto cualitativo en este campo sólo será posible si somos capaces de avanzar significativamente en algunos de los problemas matemáticos que describiremos en este artículo.

El reto es grande pero se confirma la oportunidad de la célebre frase de Isaac Newton según la cual “caminamos a hombros de gigantes”. En efecto, son las contribuciones de Euler y el propio Newton, entre otros, las que nos permiten entender el estado del arte y planificar la investigación futura.

2. Diseño óptimo en aeronáutica

En muchas disciplinas de ingeniería, y esencialmente en aeronáutica, el uso sistemático de los métodos matemáticos para simular y optimizar procesos tiene ya una larga tradición y resulta indispensable para ahorrar energía, reducir costes y polución y para aumentar la seguridad. Por ejemplo, no hay prototipo de nuevo automóvil de turismo que sea construido sin haber previamente recorrido millones de kilómetros en simulaciones por ordenador. A pesar de ello, aún a día de hoy, la simulación y optimización de una aeronave entera tiene un coste computacional prohibitivo. [1](#)

Son varias las razones para que esto sea así y es por eso que ésta es un área en la que se continúa haciendo un esfuerzo investigador importante y en el que las Matemáticas tienen cada vez más protagonismo.

Desde un punto de vista matemático el problema se formula de la siguiente manera. El avión ocupa una región o dominio del espacio tridimensional, que denotamos mediante el símbolo W , en torno a la cual fluye el aire. Nótese que adoptamos un punto de vista más propio del de los ensayos en túneles de viento que en el vuelo real, en el que la nave está en movimiento mientras que en nuestro modelo matemático consideramos que la aeronave está fija y es el aire el que fluye en torno a la misma, lo cual nos permite trabajar en un sistema de coordenadas fijo.

4. (Julio 2010) Las Matemáticas del diseño aeronáutico: avances y retos

Escrito por Enrique Zuazua

Jueves 01 de Julio de 2010 00:00

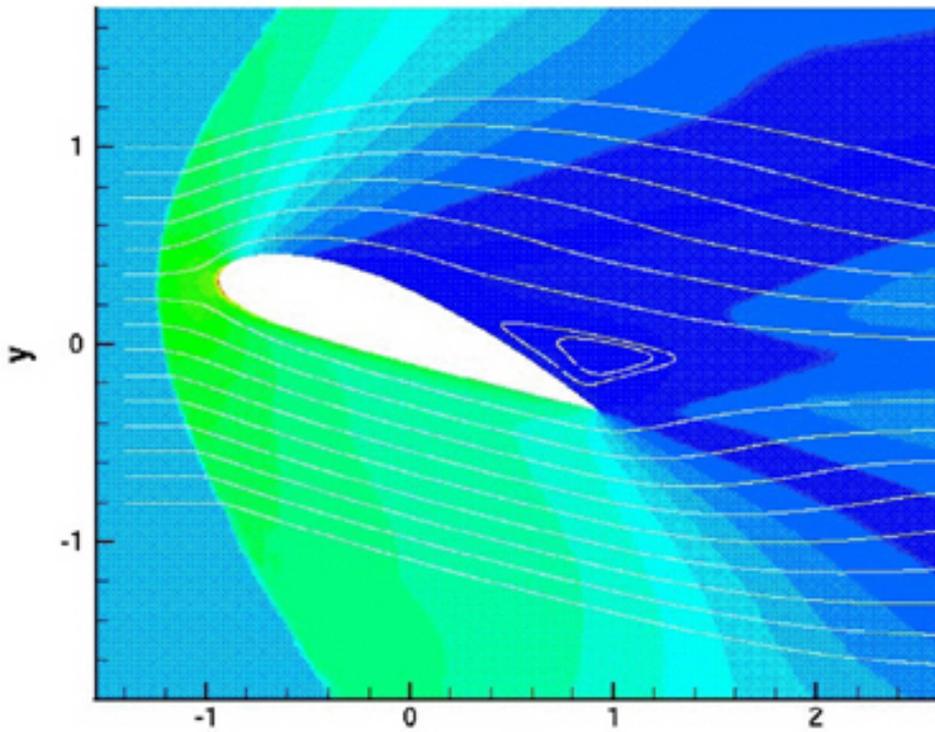
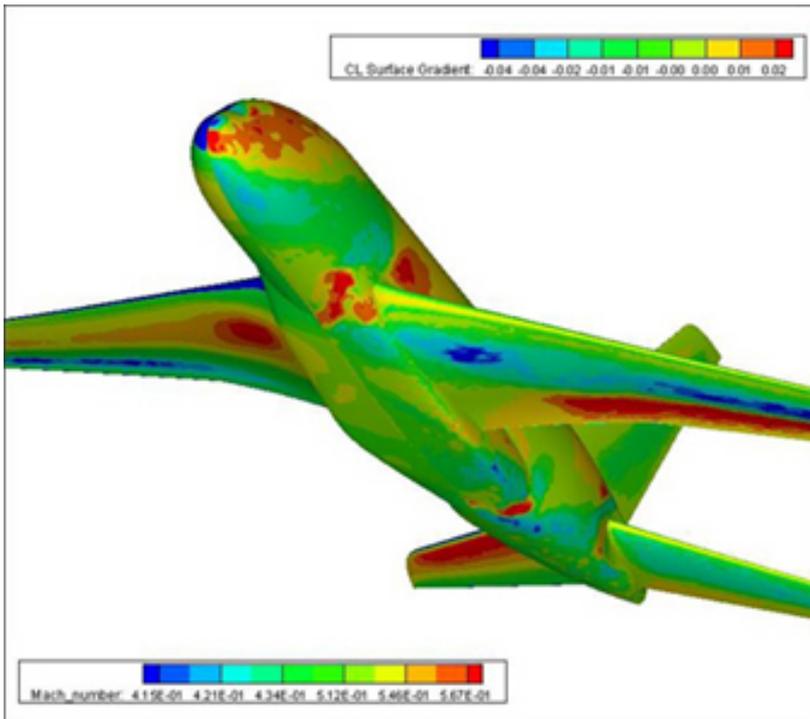
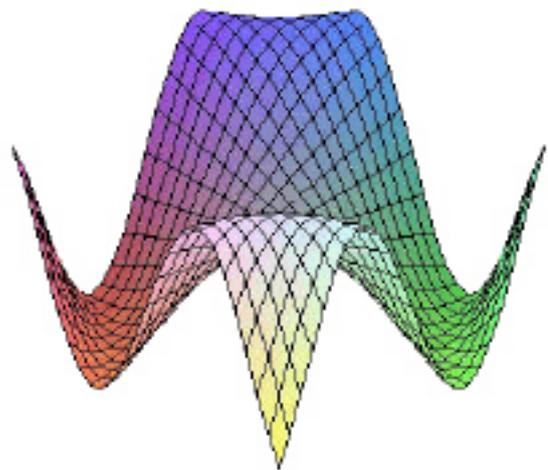
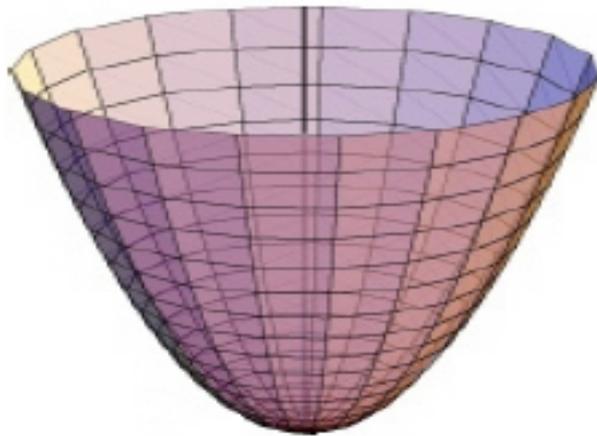


Figura 4.4. Formas óptimas de un ala de avión. Fuente: www.icas.ac.cn/ICDAS2009/Papers/ICDAS2009_0123.pdf

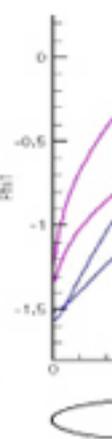
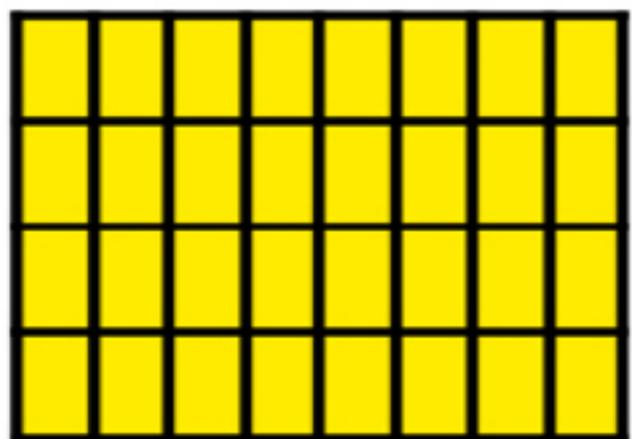
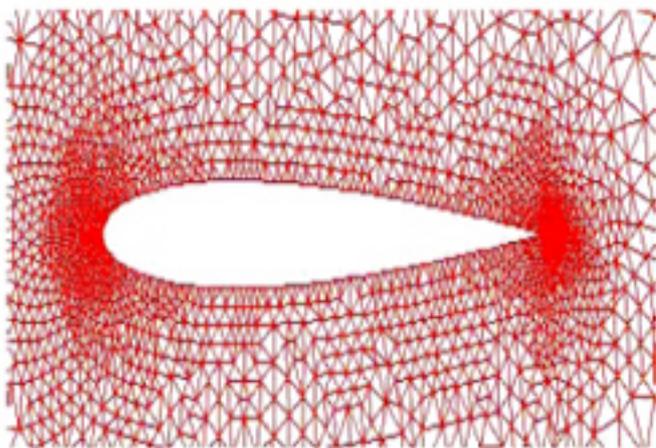
$$\Omega^* \in \mathcal{C}_{ad} : J(\Omega^*) = \min_{\Omega \in \mathcal{C}_{ad}} J(\Omega)$$

4. (Julio 2010) Las Matemáticas del diseño aeronáutico: avances y retos

Escrito por Enrique Zuazua
 Jueves 01 de Julio de 2010 00:00



El método de los elementos finitos (MEF) es una técnica de aproximación para resolver problemas de ingeniería y física. Consiste en dividir un dominio continuo en un número finito de elementos, que se aproximan por funciones de forma. El método se aplica a problemas de estructura, dinámica de fluidos y transferencia de calor.



El método de los elementos finitos (MEF) es una técnica de aproximación para resolver problemas de ingeniería y física. Consiste en dividir un dominio continuo en un número finito de elementos, que se aproximan por funciones de forma. El método se aplica a problemas de estructura, dinámica de fluidos y transferencia de calor.

El problema de valores en los límites de un fluido viscoso incompresible, en estado estacionario, es el de encontrar u y p que satisficieran las ecuaciones de Navier-Stokes:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + u \frac{\partial u}{\partial x} = 0,$$

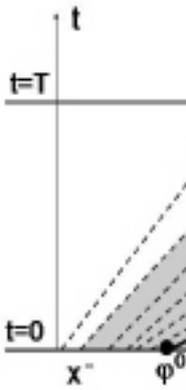
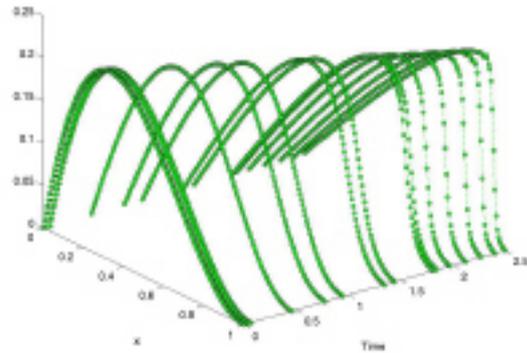
con las condiciones de contorno de Dirichlet en $x=0$ y $x=L$:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial u}{\partial x} = 0,$$

donde ν es la viscosidad cinemática, u es la velocidad y p es la presión. El problema de valores en los límites de un fluido viscoso incompresible, en estado estacionario, es el de encontrar u y p que satisficieran las ecuaciones de Navier-Stokes:

4. (Julio 2010) Las Matemáticas del diseño aeronáutico: avances y retos

Escrito por Enrique Zuazua
 Jueves 01 de Julio de 2010 00:00

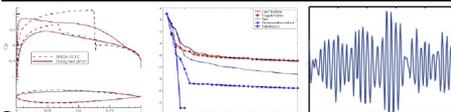


$$u_j^{n+1} = u_j^n + \lambda (g_{j+1/2}^n - g_{j-1/2}^n) = 0, \quad \lambda = \frac{\Delta t}{\Delta x},$$

donde,

$$g_{j+1/2}^n = g(u_j^n, u_{j+1}^n)$$

Es un método de diferencias finitas para resolver ecuaciones de onda en un dominio espacial discretizado.



$$J(\Omega) = \frac{1}{2} \langle Bu(\Omega), u(\Omega) \rangle$$