Hallar tres números naturales en progresón aritmética de diferencia(o razón) 2,
tales que la suma de sus cuadrados sea un número de 4 cifras iguales.

Si bien este problema es relativo a las progresiones aritméticas no es necesario conocer muchos conocimientos relativos a ese campo.
De acuerdo al concepto de progresión aritmética de razón 2 , los números buscados son :

$n - 2$, n y $n + 2$.

Una vez planteado este supuesto, el resto del problema se resuelve usando conceptos de divisibilidad.

La suma de los cuadrados de los tres números es:

que, necesariamente, de acuerdo al enunciado del problemas, será de la forma: M (1.111)
para alguna cifra
M
del 1 al 9.

Ahora bien el número M (1.111) - 8 y también el número 4M – 8 son divisibles por 3 (comprobar este último resultado). Si recordamos las ecuaciones diofánticas podemos poner :

4M - 8 = 3A, o de manera equivalente que : 4M – 3A = 8 , en la que rápidamente observamos

que $M = 2; A = 0$ es una solución.

Otras posibilidades son $M = 5; A = 4$ y $M = 8; A = 8$.

Ahora bien teniendo en cuenta :

Se ha de verificar que:

Este último valor además de ser entero, debe ser un cuadrado.

Pero esto solo ocurre para $M = 5$ en el que obtenemos $n = 43$, por tanto los números buscados son: 41, 43 y 45.