23 Enero 1862, Königsberg (Prusia) – 14 Febrero 1943, Göttingen (Alemania).

El nombre de Hilbert ocupa un lugar muy especial en el imaginario colectivo de los matemáticos. Sin duda se trata del matemático más famoso del siglo XX, a lo que contribuyeron de manera muy especial su aportación a la configuración de los métodos axiomáticos actuales, sus profundos resultados en álgebra, teoría de números, geometría y teoría de funciones, los celebérrimos “problemas matemáticos” que dejó planteados en 1900, y las venturas y desventuras de sus intentos de resolver la cuestión de los fundamentos de la matemática. En el año de su muerte, se le celebraba como aquel “a quien el mundo consideró durante las últimas décadas como el más grande matemático vivo”.

David Hilbert había nacido en Königsberg (hoy Kaliningrado, Rusia), ciudad de la Prusia oriental situada junto al Báltico. Su ciudad natal era célebre por varias razones, entre ellas haber sido el hogar del famosísimo filósofo Kant, haber dado lugar al problema de los siete puentes que estudió Euler, y haber albergado una importante escuela de físicos y matemáticos que crearon hacia 1830 Jacobi y Neumann. Hijo y nieto de jueces, Hilbert pasó en su ciudad natal los primeros 33 años de vida, y dentro de los estrechos límites de esa ciudad tuvo lugar su desarrollo intelectual. Pero el alto nivel que habían alcanzado las matemáticas en Alemania, unido a una afortunada coincidencia con otros grandes matemáticos, permitieron que “los largos años de seguridad en Königsberg” se convirtieran en “un tiempo de maduración continua”.

En la Universidad, Hilbert tuvo la fortuna de asistir a las lecciones de Heinrich Weber (1842–1913) sobre funciones elípticas, teoría de números y teoría de invariantes. Weber era un matemático polifacético, que también realizó contribuciones a la física matemática, y que había editado las obras de Riemann. Era además amigo íntimo de Dedekind, con quien publicó en 1882 un célebre trabajo sobre curvas algebraicas, ofreciendo una fundamentación al modo de la teoría de ideales en cuerpos de números, que abría el camino hacia la geometría algebraica del siglo XX. La influencia de Weber, y a través de él la tradición de Gauss, Riemann y Dedekind, sería decisiva para Hilbert. Menos importante debió ser la influencia de Lindemann, quien pese a ser el director de tesis de Hilbert, y haber demostrado la trascendencia de π, no era un matemático de gran talla.

Pero lo que sí resultó decisivo fue la amistad con Adolf Hurwitz (1859–1919) y Hermann Minkowski (1864–1909), el primero llegado en 1884 como profesor asistente (Privatdozent), el segundo aún estudiante como Hilbert pero en Bonn, si bien, al haber nacido en Königsberg, pasaba allí las vacaciones. Así nos lo cuenta:

Pronto, aunque todavía era estudiante, me vi invitado por Hurwitz a tratar con él de temas científicos, y tuve la fortuna de llegar así a conocer en su presencia, de la manera menos fatigosa y más interesante, los modos de pensar de aquellas dos escuelas que se enfrentaban entonces y que sin embargo se complementaban una a otra tan magníficamente: la escuela geométrica de Klein y la escuela algebraico-analítica de Berlín. Estas interacciones se hicieron más estimulantes aún, dado que también el genial H. Minkowski, de quien yo ya era amigo …, se unió a nuestro círculo. En innumerables paseos, que por momentos continuaban día tras día, tuvimos ocasión a lo largo de ocho años de repasar todos los rincones del saber matemático, y Hurwitz, con sus conocimientos tan extensos y polifacéticos como firmes y bien ordenados, nos servía siempre como guía.

Hurwitz había estudiado en Berlín, logrando dominar no sólo los métodos de Weierstrass, sino también las algo oscuras ideas de Kronecker, pero sobre todo había sido discípulo de Felix Klein, quien pretendía tomar el relevo de Riemann, duramente criticado por los berlineses. Hay que notar que las ideas de Riemann "no eran todavía, como hoy, bien común, y su conocimiento implicaba en cierto modo situarse en una clase superior de matemáticos". El contraste entre ambos estilos matemáticos enseñó a Hilbert lecciones fundamentales para su futura carrera, si bien él se comprometió siempre con el enfoque más moderno y abstracto: el de Riemann, Dedekind y Cantor. En 1886 Hilbert se convirtió en Privatdozent, dedicándose a publicar en el campo de la teoría de invariantes. En 1892 fue nombrado profesor extraordinario como sucesor de Hurwitz (ahora en Zurich), y el año siguiente obtuvo por fin el puesto de Professor, equivalente a nuestro catedrático. Pero sólo permanecería en su ciudad natal hasta 1895, momento clave en que Felix Klein logró que fuera nombrado catedrático en la Universidad de Göttingen, donde permanecería el resto de su vida. Por esta época trabajaba sobre teoría de números algebraicos, campo en el que probablemente realizó sus aportaciones más profundas.

Como vemos, una ojeada superficial a la actividad matemática de Hilbert en estos años clave, de 1886 hasta 1899, podría dar la impresión de un investigador muy bueno, pero muy especializado. Sería quizá difícil prever lo que iba a venir, el ascenso de Hilbert a la cumbre del mundo matemático y la convicción general de que fue uno de los últimos matemáticos universales, que dominó todos los campos de su disciplina. Pero los historiadores han mostrado cómo ya en los años de Königsberg había ido dando cursos sobre todos los campos de la matemática, incluyendo la geometría y la teoría de funciones. Su sólida formación generalista estaba bien avanzada, y también su gran interés por los fundamentos. En 1890, Klein recibía uno de sus artículos sobre teoría de invariantes con el comentario: "no tengo dudas de que es el artículo más importante sobre álgebra general que han publicado los Mathematische Annalen hasta la fecha". Y el mismo año, le describía en carta al poderosísimo ministro prusiano de educación como la estrella ascendente entre los jóvenes matemáticos alemanes. El hecho de que, en 1893, la DMV [Deutsche Mathematiker Vereinigung] le encargase a Hilbert –junto con el mundialmente reconocido Minkowski– escribir un informe sobre la teoría de números, es buena muestra del alto concepto que se tenía de sus capacidades.

Teniendo en cuenta, pues, que la actividad de Hilbert iba más allá de lo que muestran estrictamente sus publicaciones, se puede sin embargo (al modo de Weyl) examinar sus contribuciones escritas dividiéndolas en períodos. Hasta 1893, trabajos sobre formas algebraicas y ante todo invariantes algebraicos; de 1893 a 1899, teoría de números algebraicos, publicando en 1897 el célebre Zahlbericht; entre 1899 y 1903, trabajos sobre fundamentos de la geometría que marcaron el estilo axiomático moderno; entre 1904 y 1912, diversos problemas de análisis: el principio de Dirichlet, cálculo de variaciones, ecuaciones integrales; de 1909 a 1916, problemas de física teórica, incluyendo su concurrencia con Einstein; y por fin, desde 1918, contribuciones a los fundamentos de la matemática.

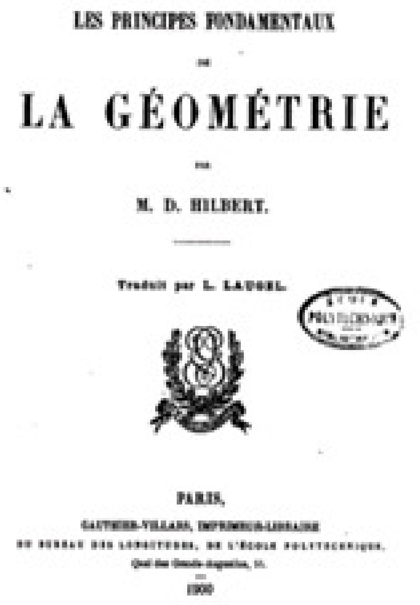
Las primeras contribuciones importantes de Hilbert fueron sobre invariantes algebraicos. Hasta el momento Paul Gordan había establecido, sobre una base algorítmica de complicados cálculos, que existe una base finita para los invariantes y covariantes de las formas binarias. En 1888 Hilbert abordó la cuestión con un enfoque abstracto, conjuntista, estableciendo teoremas de existencia generales a la manera de Dedekind. Pronto logró resolver el caso general para formas de n variables, estableciendo el teorema de la base finita. A la vista de su demostración, Gordan le escribió a Klein que ésta no satisfacía "los más ínfimos requisitos que hacemos a una demostración matemática". Síntoma de la división profunda que separaba entonces a los constructivistas, como decimos hoy, de los matemáticos de tendencia moderna. Klein debió quedar muy impresionado cuando Hilbert se negó a cambiar una coma en su artículo, diciendo que a falta de una refutación concluyente, aquello era "mi última palabra".

Al resolver problemas centrales de la teoría de invariantes, la obra de Hilbert contribuyó a que ésta perdiera parte del atractivo y la importancia central que había tenido. Él mismo nunca volvió al tema. Algo distinto fue su efecto sobre la teoría de números algebraicos: el encargo que le hizo la DMV dio lugar a un trabajo muy sistemático y profundo, su Informe sobre la teoría de los números algebraicos. Más bien se trataba de una impresionante sistematización de los resultados previos de Dedekind y Kronecker, aumentada por nuevos resultados, especialmente sobre cuerpos de Galois. En artículos publicados los años siguientes (1899, 1902), estas nuevas ideas condujeron a los resultados más originales de Hilbert en este campo, dando inicio a la teoría de cuerpos de clases.

El *Zahlbericht* se convirtió en la obra de referencia para los especialistas por muchos años; tal como esperaba Minkowski, relegó los trabajos de Dedekind y Kronecker a un segundo plano. De todos modos, su exposición no era tan moderna como la del primero, y en los años 1920, precisamente en el Göttingen que lideraba Hilbert, Emmy Noether capitaneó un movimiento de vuelta a Dedekind. Eso sí, la exposición de Hilbert resultaba muy tersa y elegante para los matemáticos de 1900, y sus métodos estaban cuidadosamente elegidos tanto para resolver problemas particulares como para admitir generalizaciones. Era la marca de la casa, de su muy especial estilo de trabajo.

A propósito de Noether, hay que mencionar que Hilbert fue un hombre progresista, “singularmente libre de prejuicios nacionales y raciales” como demostró durante las Guerras, y avanzado en cuanto a la integración de la mujer. Cuando su propuesta de habilitar a Emmy Noether como *Privatdozent* tropezó con una fuerte oposición, y algunos preguntaban cómo una mujer iba a estar en las reuniones de Facultad, se dice que hizo el célebre comentario: “Caballeros, la Facultad no es ningún establecimiento de baños”.

En el *Zahlbericht*, Hilbert enfatizaba que la aritmética había abierto caminos fundamentales en el campo del álgebra y la teoría de funciones, para señalar –con referencias a Dedekind, Weierstrass y Cantor– que “en general, el desarrollo moderno de la matemática pura ha sucedido ante todo bajo el signo del número”. Y acto seguido hablaba también de una “aritmetización de la geometría”, orientada a un desarrollo puramente lógico del tema, a estudiar esa rama de la matemática siguiendo el modelo de la teoría de números en cuanto a rigor y compleción en los fundamentos, y a la introducción directa del número en la geometría. Puede verse aquí la promesa de escribir los célebres Fundamentos de la geometría (1899), que aparecieron con ocasión de una ceremonia en Göttingen de homenaje a Gauss.



LES PRINCIPES FONDAMENTAUX

LA GÉOMÉTRIE

M. D. HILBERT.

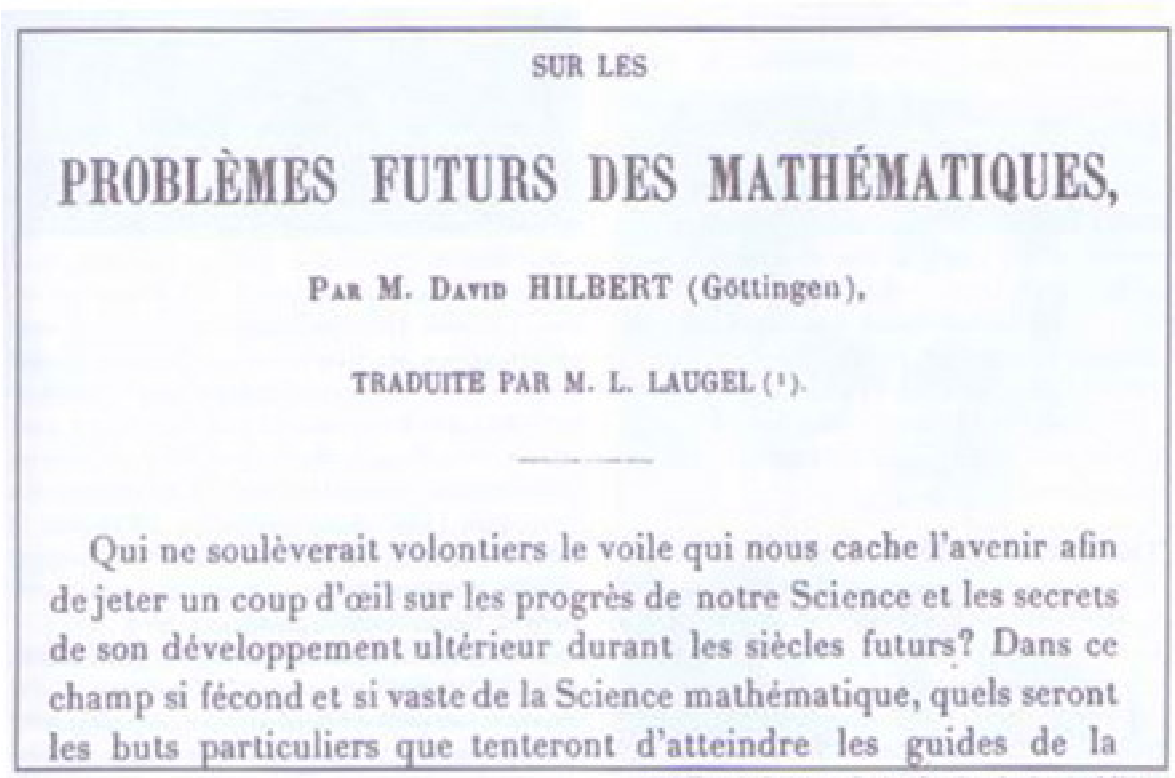
Traduit par L. LAUGEL.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,

1900



SUR LES

PROBLÈMES FUTURS DES MATHÉMATIQUES,

PAR M. DAVID HILBERT (Göttingen),

TRADUITE PAR M. L. LAUGEL (1).

Qui ne soulèverait volontiers le voile qui nous cache l'avenir afin de jeter un coup d'œil sur les progrès de notre Science et les secrets de son développement ultérieur durant les siècles futurs? Dans ce champ si fécond et si vaste de la Science mathématique, quels seront les buts particuliers que tenteront d'atteindre les guides de la

Hilbert's lecture from the Paris Proceddings

“Problem