



La vida de Andrei Nikoláyevich Kolmogórov es un ejemplo de consagración al trabajo científico, aún en condiciones tan singulares como dos revoluciones sociales y dos guerras mundiales. Su carácter se forjó en la época del estalinismo y vivió la posterior rectificación de errores y el "inmovilismo" que dio paso a la perestroika.

La extensión y variedad de los intereses científicos de Andrei Nikoláyevich Kolmogórov es realmente sorprendente. Aunque siempre se consideró a sí mismo como un matemático puro, una parte esencial de la obra de Kolmogórov fueron sus investigaciones en las ramas de las aplicaciones, tanto en las ciencias físicas como en la biología, la oceanología, la geología, la mineralogía, la balística y la lingüística. Desde muy joven se interesó por la historia en general y por la historia de la matemática en particular. Promovió la edición de diversas publicaciones de carácter divulgativo y una cuantiosa parte de su obra está dedicada a este encomiable empeño. Andrei Nikoláyevich era hijo de Nikolai Matveievich Katáev, técnico agrónomo, quien murió en el año 18 durante la guerra civil luchando en las filas del ejército rojo. Andrei Nikoláyevich no llevó su apellido porque Katáev nunca se casó con su madre, Mariya Yakovlievna, quien murió en el parto. El pequeño Andrei creció en una de las propiedades de su abuelo materno, el boyardo Yákovliev Kolmogórov. Cuidaron de él sus tías maternas, Vera, quién hasta su muerte en 1950 se mantuvo junto a Kolmogórov y Nadieshda que gustaba de la medicina, y más tarde estableció residencia en Voronesh. Sus tías se preocuparon en desarrollar su curiosidad por la naturaleza y su interés en los libros.

---

Realizó sus estudios elementales en una escuela que seguía métodos no tradicionales, donde los profesores se preocupaban por desarrollar las capacidades creativas y el talento de sus alumnos. En esta escuela Andrei Nikoláyevich se destacó particularmente en Historia y Matemática y en ella conoció a Anna Dmitrievna Egorova (1910-1988), con quien se casaría mucho después, en 1942. En los difíciles días de 1919, las carencias materiales lo obligaron a buscar medios de subsistencia. Trabajó primero como obrero ferroviario y después como conductor de trenes y bibliotecario en el vagón acondicionado para ello. En el verano de 1920, regresó a Moscú y tuvo que decidir dónde continuaría los estudios superiores. (más

detalles sobre su infancia y adolescencia en [2], [5] y [6]).

S

us estudios universitarios los inicia en la época del apogeo de la guerra civil, no obstante las condiciones para la formación académica se habían favorecido notablemente. El estudio a todos los niveles era totalmente gratuito y los estudiantes con dificultades económicas recibían un módico estipendio o una cuota mayor de alimentos.

Kolmogórov matriculó a la vez, matemáticas, en la facultad de física y matemática de la Universidad Estatal de Moscú (UEM)

*Lomonosov*

e ingeniería metalúrgica en el Instituto químico tecnológico

*Mendeleiev*

. Pasó varios meses entre Lomonosov y Mendeleiev, hasta que comprendió que sus aptitudes eran para la matemática. A partir de entonces toda su vida estuvo ligado a las matemáticas y a la UEM.

El matemático ruso más inspirador de los años 20 era sin dudas Nikolai Luzin (1883-1950).

Desde la década anterior alrededor de Luzin se habían ido agrupando jóvenes matemáticos y alumnos talentosos e interesados en la investigación. Este grupo constituyó la

*Luzitania*

. En una ocasión, Luzin usó una proposición geométrica, de apariencia elemental, que dejó a los alumnos de ejercicio, para que la probaran. Kolmogórov, que era su alumno, dudó de la veracidad de la proposición y después de unas dos semanas de batallar, construyó un contraejemplo (ver [1, Vol.III]). De esta forma surgió su primer trabajo matemático.

Por esa misma época, Andrei Nikoláyevich comenzó a asistir al curso de topología que conjuntamente brindaban Pável Úryson (1898-1924) y Pável Aleksandrov (1896-1982) (miembros de la Luzitania). De esta manera se interesó en la forma que, partiendo de una familia de conjuntos dada, se generaban las topologías, por intersecciones y uniones, e ideó una teoría general de operaciones con conjuntos. Más tarde, Aleksandrov se convirtió en su amigo más íntimo. En particular, su primer viaje al extranjero en 1930, a Francia y Alemania, fue junto a Aleksandrov.

También comenzó a asistir al seminario sobre series trigonométricas que dirigía el profesor Viacheslav Stepánov (1889-1950). Relacionado con este tema encontró el resultado que le dio a los 19 años fama internacional: un ejemplo de una función integrable cuya serie de Fourier-Lebesgue era

**divergente casi dondequiera**

, todo lo contrario de lo que pensaban la mayoría de los matemáticos de entonces. Tres años más tarde Kolmogórov volvió a asombrar a la comunidad científica internacional construyendo una función integrable (según Lebesgue) cuya representación en serie trigonométrica

**divergía en todo punto**

.

Une série de Fourier-Lebesgue divergente presque partout (1923)

Otros dos miembros de la Luzitania también influyeron significativamente en la formación de Kolmogórov. Sobre series trigonométricas, Dmitri Menshov (1892-1988) y sobre teoría de probabilidades, Aleksandr Khinchin (1894-1959). Ambos, con una fructífera experiencia de trabajo investigativo en la Luzitania, se convirtieron en una suerte de guías científicos, sobre todo en los períodos que Luzin viajaba al extranjero. Kolmogórov terminó la carrera en 1925 y realizó estudios postgraduados durante el tiempo estipulado de 4 años, inmediatamente entró a formar parte del Instituto de Investigaciones en Mecánica y Matemática de la UEM. En esa época en la URSS estaban abolidos los grados científicos, cuando se instauran nuevamente, en 1935, le otorgaron a Andrei Nikoláyevich Kolmogórov, el grado de Doctor en Ciencias Físicas y Matemáticas sin presentar ninguna tesis especial. Entonces ya tenía 59 publicaciones, más del 50% en revistas de prestigio internacional (ver [2], [3], [6]).

Al cumplir los 30 años, le nombraron

*Director del Instituto de Investigaciones en Mecánica y Matemática de la UEM y en el año 39 Secretario científico de la sección de Física y Matemática de la Academia*

. En esencia, este último cargo representaba dirigir la política científica de toda la Unión Soviética en estas disciplinas.

Un hecho trascendental en la vida científica de Kolmogórov ocurrió cuando en 1935, conjuntamente con su gran amigo Pável Aleksandrov, adquirió, la mitad de un palacete en Komarovka, a unos 40 kilómetros de Moscú. Ambos amigos organizaron su vida para poder pasar una buena parte del tiempo en esta casa, cuya mayor habitación la convirtieron en biblioteca. Muchos de sus alumnos pasaban el fin de semana con ellos, con un programa intenso que incluía tanto la investigación matemática como los paseos y las actividades de cultura general. Lo más apreciado por todos eran los paseos en los que hablaban tanto de problemas concretos matemáticos, como de problemas generales de la ciencia. Uno de los primeros y más entrañables alumnos de Andrei Nikoláyevich, Boris Gnedenko expresó [3]:

*Estas excursiones [...] estaban repletas de discusiones sobre los problemas actuales de la matemática (y sus aplicaciones), así como alrededor de cuestiones del progreso de la cultura, especialmente pintura, arquitectura y literatura. [...] Muchos de nosotros en la época de estos paseos adquirimos la seguridad en las fuerzas propias, conocimos sobre problemas, que ocuparon nuestra conciencia durante un largo tiempo, reconocimos la matemática no como a un conjunto de disciplinas diferentes sino como a un todo único.[...] Me parece que precisamente durante estos paseos se revelaba plenamente el peculiar talento pedagógico de A. N. Kolmogórov...*

No cabe duda de que la teoría de probabilidades y sus aplicaciones se considera la especialidad principal de Kolmogórov. El interés que durante toda su vida mostró Andrei Nikoláyevich por las cuestiones matemáticas relacionadas con el azar, ha conducido a este criterio bien fundado.

Los primeros trabajos probabilísticos de Kolmogórov estuvieron enmarcados en la aplicación de los métodos de la teoría de funciones. Se trata de *los teoremas límites*. El primero

lo publica en 1924, conjuntamente con Khinchín:

*Sobre la convergencia de series cuyos términos dependen del azar*

. Aquí aparece la conocida y potente *desigualdad de Kolmogórov*

, pero la importancia de este trabajo radica principalmente en el desarrollo de una nueva metodología, que probará ser muy fructífera en el futuro.

---

Ubre die analytischen Methoden in der Wahrscheinlichkeitsrechnung, Mathematische Annalen 104 (1931)

El año 1931 es de crucial importancia para la constitución de los procesos estocásticos como una rama de la teoría de probabilidades. En ese año aparece el artículo fundamental de Kolmogórov *Métodos analíticos en la teoría de probabilidades*, dedicado a estudiar, en forma abstracta, lo que hoy denominamos procesos de Márkov. Aunque por esa época ya se

habían acumulado una serie de trabajos que investigaban casos concretos de procesos aleatorios, especialmente en trabajos de naturaleza física, este trabajo sentó las bases teóricas necesarias para el futuro desarrollo de esta rama de las matemáticas.

Andrei Nikoláyevich publica en 1933 la célebre monografía

*Fundamentos de la Teoría de Probabilidades*

. En este libro presenta la construcción axiomática de la teoría de probabilidades que actualmente es ampliamente aceptada. Además, en ella desarrolla de forma clara y matemáticamente precisa los principales conceptos probabilísticos que, como expresa el propio Kolmogórov,

*han surgido directamente de la consideración de problemas físicos concretos*

y serán la base necesaria para la fundamentación de los *procesos estocásticos*

.

Fundamentos de la Teoría de Probabilidades. Originalmente publicado en 1933 en alemán como "Gr

En el mismo año Kolmogórov demuestra rigurosamente *la aproximación de la función de distribución empírica a la distribución de probabilidades de la variable aleatoria*, siempre que la muestra que se tome sea suficientemente grande, dando una forma efectiva de estimar el error máximo que se comete en la aproximación. Este resultado de Kolmogórov inmediatamente entró a formar parte de todos los textos de estadística matemática.

Kolmogórov estableció una estrecha colaboración con otros científicos no matemáticos, en particular con físicos y biólogos. Como dos de sus frutos más relevantes señalemos el análisis de los

*problemas de las turbulencias*

desde un punto de vista estocástico y el estudio de los

*procesos ramificados*

. La importancia del primero fue tal que, en 1946, fue designado director del laboratorio de turbulencia en el Instituto de Geofísica Teórica de la Academia de Ciencias. En cuanto al segundo, abrió toda una rama dentro de la teoría de los procesos estocásticos y sus aplicaciones.

Kolmogórov, a comienzos de la década del 50, se entusiasmó por una nueva rama de la matemática que tenía apenas dos años de edad: la

*teoría de la información*

. Reconoció y supo transmitir a un grupo destacado de colaboradores la importancia de las nuevas ideas, así como la necesidad de fundamentarlas matemáticamente. Estos trabajos iniciaron la tradición de presentar los resultados en teoría de la información con un alto nivel de rigor matemático, tradición que ha quedado como paradigma en los trabajos de los expertos en teoría de la información.

Una de las aplicaciones más interesantes de la teoría de la información, que realizó Kolmogórov junto a sus colaboradores, es la relacionada con

*el análisis estadístico de los textos*

, tanto en prosa como en verso. Andrei Nikoláyevich considera este interés como “otra rama de su trabajo científico”.

El entusiasmo de Andrei Nikoláyevich por las ideas provenientes de la teoría de la información lo condujo a extender, con gran provecho, el concepto de

*$\epsilon$ -entropía*

a ramas de la matemática que en nada tenían que ver con la transmisión de información, como la teoría de

*sistemas dinámicos o la teoría de funciones*

.

Kolmogórov se interesó por uno de los famosos problemas que Hilbert había propuesto en 1900 y que aún estaba sin solución:

*¿podrá cualquier función continua de  $n$  variables escribirse como una superposición de funciones de dos variables?*

. Con el fin de “medir la cantidad de información necesaria para distinguir alguna función particular en una clase de funciones” introdujo la noción de

*$\epsilon$ -entropía*

de un conjunto de funciones. Con el auxilio de este concepto Kolmogórov demostró que *cualquier función continua de  $n$  variables es representable en forma de superposición de funciones continuas de solo tres variables*

. Un joven estudiante suyo, Vladimir Arnold (n. en 1937), completó la respuesta a la pregunta formulada demostrando que

*toda función continua de tres variables puede ser expresada como la superposición de funciones continuas de dos variables*

. Algún tiempo después Kolmogórov demostró que

*toda función continua de  $n$  variables es la superposición de funciones continuas de una variable y una única función de dos variables: la función suma*

En el año 1963, Kolmogórov expone la idea de proporcionar una base algorítmica a las nociones básicas de la teoría de información y la teoría de probabilidades. Surge así la idea de *complejidad algorítmica*

de un objeto, que hoy se conoce como

*complejidad según Kolmogórov*

. La necesidad de formalizar matemáticamente la complejidad de la estructura de un objeto estaba latente en esa época y, como tantas otras veces ha sucedido en la historia de las matemáticas, las ideas esenciales de esta teoría fueron expuestas independientemente y en forma diferente por otros dos matemáticos. Aunque los tres realizaron aportes significativos a la recién nacida rama de las matemáticas, la claridad de las ideas expuestas por Kolmogórov y su autoridad dentro de la comunidad matemática contribuyó a que se asocie esta nueva teoría con su nombre.

Los últimos 20 años de su fructífera vida, Kolmogórov los dedicó casi por completo a la obra pedagógica, pero el interés por la educación integral de la joven generación lo acompañó durante toda su vida profesional. Con solo 19 años, fue aceptado como profesor de matemáticas y física en una escuela experimental, labor que acogió con mucho entusiasmo. Más tarde, realizó una importante labor en el perfeccionamiento de la enseñanza general de la matemática, participó personalmente en la elaboración de los nuevos programas, en la redacción de los libros de textos y en la formación de profesores. Un reconocimiento a los méritos ganados en esta labor didáctica es su presencia, entre los 21 organizadores, cuando se funda la

*Academia de Ciencias Pedagógicas*

de la Unión Soviética en 1967.

Siendo ya profesor de la Universidad de Moscú, Kolmogórov participó con gran entusiasmo en la organización de la Primera Olimpiada Matemática. Andrei Nikoláyevich, más que a la competencia en sí misma, prestaba atención a la preparación preliminar, a las conferencias organizadas para los escolares y a los círculos de interés, cuyas temáticas de ningún modo debía restringirse a la resolución de "problemas de olimpiada".

A partir del año 63 comienzan a organizarse las *escuelas de verano* y las *escuelas internados*

. Las primeras se organizaban en uno de los meses de vacaciones, con los ganadores de las olimpiadas que se reunían con el fin de trabajar en matemática y descansar activamente. Kolmogórov personalmente participó en al menos 11 de estas escuelas de verano entre los años 63 y 77.

La escuela-internado físico-matemática adjunta a la Universidad de Moscú era una institución donde se estudiaban los dos últimos grados de la enseñanza preuniversitaria. En el internado no se admitían alumnos que vivieran en Moscú y se les daba especial preferencia a los muchachos de las pequeñas ciudades y aldeas. La influencia de Andrei Nikoláyevich en la organización de la vida en esta escuela fue tal que enseguida pasó a ser llamada extraoficialmente *escuela de Kolmogórov*, denominación oficial actual que ostenta con merecido orgullo.

Kolmogórov no solo impartía conferencias, daba clases y organizaba la labor matemática de esta escuela, sino que se ocupaba de la organización del plan de estudio en su totalidad y la selección de los profesores. El trabajo fundamental se llevaba a cabo en clases con grupos pequeños, de alrededor de 15 alumnos, donde trabajaban simultáneamente hasta tres profesores. Tal régimen de trabajo era posible por la participación de gran número de investigadores, profesores y estudiantes universitarios. Los datos sobre los egresados son muy elocuentes: en los casi 25 años que Kolmogórov dirigió la escuela, aproximadamente el 95% de ellos continuaron estudios en un centro de educación superior y alrededor de un 70% en uno de los más renombrados del país. Muchos, ya desde el primer año universitario, realizaron trabajos de investigación científica y más tarde estudios de postgrado. En 1988 totalizaban más de 400 los exalumnos de la escuela con el grado científico de doctor.

Kolmogórov dedicó gran esfuerzo a escribir y editar publicaciones para los escolares. En este sentido se destacan no solo los libros de texto, sino también materiales científico-divulgativos. Desde 1970 Andrei Kolmogórov junto al físico académico Isaac Kikoin, se encargó de la edición de la primera revista científica en el mundo que fuera escrita expresamente para estudiantes de secundaria, la revista *Kvant* (Cuanto). Casi inmediatamente apareció la serie de monografías *Biblioteca de Kvant*

con los mismos propósitos, pero con un tratamiento más profundo de los temas abordados. Aún cuando estaba gravemente enfermo, y debía mantenerse en reposo, exigía que lo tuvieran informado de los materiales que serían publicados, tanto en la revista como en la colección.

En la revista

*Kvant*

, Kolmogórov publicó 13 artículos, pero esta fue solo una muestra de la labor divulgativa en la búsqueda de una mayor comprensión sobre el papel social de la matemática. Andrei Nikoláyevich publicó más de 400 trabajos de divulgación científica, entre los que se destacan los 88 artículos que escribió para la segunda edición de la

*Gran Enciclopedia Soviética*

, los 72 entregados a la popular revista

*La Matemática en la Escuela*

(*Matematika v Schkole*) y los 44 de carácter periodístico aparecidos en los diarios y revistas de amplia difusión en la URSS.

Se contabilizan al menos 63 discípulos directos de Kolmogórov, además de los muchos que, sin serlo oficialmente, recibieron su influencia directa. De ellos 15 han sido o son miembros de la Academia de Ciencias.

Hay una anécdota que narran sus discípulos los años en que fue Decano de la Facultad de Mecánica y Matemática (1954-58). Cuentan que en un acto de graduación, después de entregar los diplomas, realizó un pequeño discurso donde señaló que cada persona vive como en varias esferas concéntricas. La primera, es el yo; la segunda, su circunstancia, la familia, los amigos; la tercera es el trabajo, la profesión; la cuarta la Patria y la quinta, la Humanidad. *Y el deber de cada uno es llenar su vida, el yo, con un contenido profundo y amplio para después ser capaz de brindar el mejor servicio en beneficio de las demás esferas* [2]. Cuando analizamos la biografía de Andrei Nikoláyevich concluimos que con su ejemplo siempre mostró que esto era posible.

Por eso fueron justas las 7 órdenes Lenin, el Premio Stalin y el Premio Lenin que le concedió el Estado soviético. Así como su elección como miembro honorario de las academias de ciencias y las sociedades científicas más prestigiosas del mundo. Por sus contribuciones a la Humanidad le fue otorgado el

*Premio Internacional de la Fundación Balzan*

, junto al Papa Juan XXIII y al compositor Paul Hindemith y el

*Premio Internacional de la Fundación Wolf*

por

*profundos y originales descubrimientos en análisis de Fourier, teoría de probabilidades, teoría ergódica y sistemas dinámicos*

.

1. Kolmogórov, A. N. (1991-1993) Selected works Vol. I. Mathematics and Mechanics, Vol. II. Probability Theory and Mathematical Statistics, Vol. III. Information Theory and the Theory of Algorithms. Kluwer, Dordrecht.
2. Kolmogorov in Perspective (2000). History of Mathematics, Vol. 20, American Math. Soc. and London Math. Soc. Providence.
3. Gnedenko, B. V., (1973) Andrei Nikolaevich Kolmogorov (On his seventieth birthday), Russian Math. Surveys Vol.28, nº5.
4. Khimchenko, N. G. (2001) From the "Last Interview" with A. N. Kolmogorov. The Math. Intelligencer, Vol. 23, nº 1, 30-38.
5. Sánchez Fernández, C.; Valdés Castro C. (2003) Kolmogórov. El zar del azar. Ed. Nivola, Madrid.
6. Tikhomirov, V.M. (1988)The life and creative works of Andrei Nikolaevich Kolmogorov, Russian Math. Surveys, Vol. 43, nº 6.
7. Zdravkovska, S.; Duren, P. L. Eds. (1993) Golden Years of Moscow Mathematics. History of Mathematics, Vol. 6, American Math. Soc. and London Math. Soc. Providence.

Nota Bene: En la celebración del centenario del nacimiento de Kolmogórov apareció en Internet un sitio muy bien documentado y con excelentes enlaces que recomendamos al lector:

<http://Kolmogorov.com/Kolmogorov.html>