## Una lección de álgebra elemental

Cinco años después de editar sus *Elementos de Geometría* (1741), Alexis Claude Clairaut publicó otro manual consagrado a la enseñanza de las Matemáticas. Nos referimos a los *Elementos de Álgebra*
que causaron un gran impacto en la comunidad científica francesa.

De este último texto hemos seleccionado los seis primeros artículos de la primera parte. En ellos Clairaut pone de manifiesto su estilo didáctico e introduce al lector en el mundo del álgebra simbólica.

*ELEMENTOS*
*DE ÁLGEBRA*

*PRIMERA PARTE*

*Del Método Algebraico para expresar*
*los problemas por ecuaciones, y*
*de la resolución de las ecuaciones de*
*primer grado*

Entre los diferentes problemas en los que se ocuparon los primeros Matemáticos, llamados Algebristas, he elegido el siguiente como uno de los más apropiados para mostrar cómo consiguieron formar la Ciencia que se llama Álgebra o Análisis.

**I**

*Repartir una cantidad, por ejemplo 890, entre tres personas de modo que la primera reciba 180 más que la segunda, y la segunda 115 más que la tercera.*

En primer lugar, veamos cómo pudo razonar un hombre que, sin ningún conocimiento de Álgebra, se enfrentase a dicho problema.

Es evidente que si se conoce una de las tres partes, también se conocen las otras dos. Supongamos, por ejemplo, que se conoce la tercera parte, que es la menor. Si se le suma 115 tenemos la segunda. Para tener la primera se debe añadir 180 a la segunda. Esto equivale a sumar 180 y 115, o sea 295, a la tercera.

Cualquiera que sea la tercera parte, sabemos que dicha parte más ella misma aumentada en 115, más ella misma aumentada en 295 debe ser igual a 890.

De aquí se sigue que el triple de la parte menor más 115, más 295 (igual a 410) es igual a 890.

Entonces, si el triple de la parte que se busca más 410 es igual a 890, resulta que el triple de la parte que se busca debe ser igual a 890 menos 410. Por consiguiente, el triple de la parte menor es igual a 480. Por tanto, la parte menor es igual a 160. La segunda parte es 275 y la primera, o la mayor, es 455.

Es verosímil que los primeros Algebristas razonasen de este modo cuando les fueron propuestos problemas similares.

Sin duda alguna, a medida que avanzaban hacia la solución de un problema, ellos retenían en la memoria todos los razonamientos que les habían conducido al punto en que se encontraban. Si los problemas no eran más complicados que el anterior, no les hacía falta nada más.

No obstante, si necesitaban retener más ideas, era preciso que buscasen un modo más sencillo de expresarlas, algunos signos sencillos con los que pudiesen ver, con sólo una ojeada, lo que habían hecho y lo que les faltaba por hacer. Esta especie de lenguaje particular que imaginaron para ello es el Álgebra.

---

**II**

Para exponer los principios de esta Ciencia retomemos el problema anterior y escribamos en lenguaje ordinario los razonamientos que hizo el Algebrista para resolverlo y en caracteres algebraicos lo que le habría bastado escribir para auxiliar la memoria.

Cualquiera que sea la parte menor, la tercera, la expreso por una sola letra, por ejemplo ***x***.

Por consiguiente, la segunda parte es ***x*** más **115**. Lo escribo así: ***x* + 115**.

Elegimos el signo **+**, que se lee *más*, para designar la adición de las dos cantidades entre las que se encuentra.

En cuanto a la primera parte (la mayor), como excede a la segunda en **180**, se expresará por ***x*** **+ 115 + 180**
.

Sumando las tres partes se tiene **3*x*** **+ 115 + 115 + 180**, o reduciendo **3*x*** **+ 410**.

Pero la suma de las tres partes debe ser igual a **890**.

Esto lo expreso así: **3*x*** **+ 410 = 890**.

Utilizo el símbolo **=**, que se lee *igual*, para expresar la igualdad de las dos cantidades entre las que se encuentra.

Con este Cálculo, el problema propuesto se convierte en otro: determinar una cantidad cuyo triple aumentado en **410** es igual a **890**.

Encontrar la solución de problemas semejantes es lo que se llama resolver una ecuación. En este caso la ecuación es **3*x*** **+ 410 = 890**. La llamamos así porque indica la igualdad de dos cantidades. Resolver esta ecuación equivale a encontrar el valor de la incógnita
***x***
que satisfaga esta condición: su triple más
**410**
es igual a
**890**
.

**III**

Para resolver esta ecuación, veamos cómo razona el algebrista y cómo escribe estos razonamientos.

La ecuación que se quiere resolver es **3*x* + 410 = 890**. Significa que hace falta añadir **410** a **3*x*** para obtener
**890**
. Entonces,
**3**
***x***
es
**890**
menos
**410**
. Esto lo escribo así:
**3**
***x***
**= 890 – 410**
.

El símbolo **–**, que se lee *menos*, significa que la cantidad que le precede debe disminuirse en la que le sigue.

De la ecuación **3*x* = 890 – 410** se obtiene, restando **410** de **890**, esta otra ecuación: **3x = 480**.

Pero si tres ***x*** valen **480**, entonces una ***x*** vale la tercera parte de **480** o **160**. Esto lo escribo así
***x* = 480/ 3 = 160** y
el problema está resuelto, dado que basta con conocer una de las partes para conocer las demás.

**IV**

Si se quiere resolver el problema calculando el valor de la parte mayor lo hacemos así:

Sea esta primera parte ***y***.

La segunda, teniendo **180** de menos, será ***y* – 180**.

La tercera, teniendo **115** de menos que la segunda, será ***y* – 180 – 115**.

Entonces, la suma de las tres cantidades es **3*y* – 180 – 180 – 115**, es decir **3*y* – 475**.

Pero esta suma debe ser igual a **890**.

Se tiene entonces la ecuación **3*y* – 475 = 890** que indica que **3*y*** excede en **475** a **890**, dado que hace falta restar
**475**
de
**3**
***y***
para obtener
**890**
. Entonces
**3**
***y***
**= 890 + 475**
o
**3**
***y***
**= 1365**
.

Entonces, ***y* (la parte mayor) = 455** como antes.

**V**

Si en el problema anterior se repartiese una cantidad mayor o menor que la que se tenía, y las diferencias fuesen otros números distintos de los que se han utilizado, es evidente que se resolvería de forma similar. Supongamos, por ejemplo, que el problema se enunciase así:

*Repartir 9600 entre cuatro personas de modo que la primera tenga 300 más que la segunda, la segunda 250 más que la tercera, y la tercera 200 más que la cuarta.*

Designamos la cuarta parte por ***x***.

La tercera parte es ***x*** **+ 200**.

La segunda ***x*** **+ 200 + 250**.

La primera ***x*** **+ 200 + 250 + 300**.

Como la suma de estas cuatro partes debe ser igual a **9600**, se tiene la ecuación **4*x*** **+ 1400 = 9600** .

Para resolver esta ecuación observemos, como en el problema anterior, que si **4*x*** sólo es igual a **9600** cuando se le suma **1400**, entonces **4** ***x*** será igual a lo que sobra de **9600** cuando se le resta **1400**. Esto se escribe así **4**

***x***
**= 9600 – 1400**
, o
**4**
***x***
**= 8200**
.

Pero si cuatro ***x*** son iguales a **8200**, entonces una ***x*** valdrá la cuarta parte de **8200**. Es decir, ***x*** **= 8200/4 = 2050**
. Conociendo el valor de
***x***
, la parte menor, las otras se encuentran en seguida. La tercera
**= 2250**
, la segunda
**= 2500**
y la primera
**= 2800**
.

**VI**

El problema todavía podría ser más variado y depender siempre de los mismos principios. Supongamos, por ejemplo, que se enunciase así:

*Repartir 5500 entre dos personas de modo que la primera reciba lo mismo que la segunda más su tercera parte, más 180.*

Veamos cómo se resuelve.

Designemos la segunda parte por ***x***.

Entonces, la primera será ***x*** **+ (*x*/3) + 180**.

Como su suma debe ser igual a **5500**, resulta la ecuación **2*x*** **+ (*x*/3) + 180 = 5500**.

Para resolver esta ecuación se empieza sumando **2*x*** y ***x*/3** que nos da **7*x*/3** dado que dos enteros valen seis tercios y, por consiguiente, los dos enteros más un tercio son siete tercios.

Entonces, la ecuación precedente se reduce a **(7*x*/3) + 180 = 5500**, que, por el mismo razonamiento que en los ejemplos anteriores, se convierte en
**7**
***x***
**/3 = 5500 – 180**
o
**7**
***x***
**/3 = 5320**
.

Si la tercera parte de **7*x*** vale **5320**, entonces **7*x*** valen tres veces más. Esto se escribe así **7*x* = 5320 x 3**
.

Utilizamos el signo **x**, que se lee *por*, para designar la multiplicación de las dos cantidades que separa.

Por tanto, en lugar de **7*x* = 5320 x 3**, basta con escribir **7*x* = 15960** que resulta de multiplicar **5 320**
por
**3**
.

De esta última ecuación se tiene que ***x*** **= 15960/7 = 2280**, valor de la segunda parte.

La primera parte es fácil de encontrar dado que basta con sumar a esta cantidad (**2280**) su tercera parte (
**760**
) y
**180**
. Se obtiene
**3220**
para la primera parte.

Los principiantes pueden modificar todavía más el enunciado del problema precedente y resolverlos en los diferentes casos que se les ocurran. Ellos serán recompensados de sus esfuerzos por la práctica que adquirirán.

## Bibliografía

- CLAIRAUT, A. C. (1746). *Elémens d'algèbre.* París, Guerin, David & Durand.