Categoría: **Sobre las matemáticas**

Autor:
Puig Adam

Editorial:
Euler (Madrid)

Año de publicación:
1986

Nº de hojas:
712

ISBN:
84-85731-06-9

Las obras pedagógicas de Pedro Puig Adam (1900-1960) han influido de forma decisiva y directa en la formación de una buena parte de los ingenieros y científicos españoles desde 1930 hasta nuestros días. Además, su forma de exponer las matemáticas y sus inquietudes pedagógicas han marcado la manera de hacer y de enseñar esta disciplina de muchos matemáticos españoles.

La vida de estudiante de matemáticas de Puig Adam en la Universidad de Barcelona está enmarcada por un hecho de vital importancia para la vida científica del país: la visita de muchos científicos a esa Universidad entre las que debe destacarse la de Einstein, invitado por el profesor de la Universidad de Barcelona Esteban Terrados (1883-1950). Este profesor organizó, entre los años 1920 y 1923, la visita a Barcelona de algunos físicos y matemáticos de vanguardia, todos ellos invitados en el marco de Cursos Monográficos. Tullio Levi-Civitá (enero de 1921), Jacques Hadamard (abril de 1921), Hermann Weyl y Arnold Sommerfeld (los dos en marzo de 1923) y B. Kerékjarto (mayo-junio de 1923). Entre todas las visitas la que más expectación despertó fue la de Einstein, pero la acumulación de tantos científicos de renombre ponía de manifiesto las inquietudes y la actividad científica de la Universidad de Barcelona al comenzar la tercera década del siglo XX.

Las visitas de estos sabios fructificaron ya que asentaron relaciones personales entre científicos españoles con profesores de distintas universidades europeas. Así el profesor José M. Plans y Freire (1878-1934) mantuvo una abundante correspondencia con Levi-Civitá y tanto de sugerencias suyas como de copias de artículos y del inmenso interés que tenía Plans por la obra del italiano se beneficiaron algunos estudiantes suyos para los que extrajo temas para sus tesis doctorales. Entre los estudiantes de Plans estaban Fernando Lorente del No, Fernando Peña, María del Carmen Martínez Sancho y Pedro Puig Adam.

Puig Adam siempre guardó un recuerdo emocionado por sus profesores y compañeros en la Universidad de Barcelona como lo prueba la entrañable y agradecida evocación que hizo, desde el prólogo de la primera edición de su Curso Teórico-práctico de Ecuaciones Diferenciales en 1950, a su maestro y amigo Esteban Terrados.

Cuando, terminada la licenciatura, Pedro Puig Adam fue a Madrid a hacer el doctorado en Ciencias Exactas, no es extraño que presentase una memoria de tesis titulada Resolución de algunos problemas elementales en Mecánica relativista restringida, que era un tema de investigación, marcado por Leví-Civitá, moderno y mucho más brillante y oportuno después de la confirmación de la Teoría de la Relatividad General en las observaciones del eclipse total de Sol de 1919 realizadas por Dyson y Eddington.

Las actividades pedagógicas de Puig Adam comenzaron en 1926, cuando obtuvo por oposición la cátedra de Matemáticas del Instituto San Isidro de Madrid. A partir de esa fecha y hasta la guerra civil escribió, en colaboración con Julio Rey Pastor (1888-1962), una serie de libros de texto para el Bachillerato del Plan de 1903, estas obras son Nociones de Aritmética intuitiva, Nociones de Geometría intuitiva, Elementos de Aritmética intuitiva, Elementos de Geometría intuitiva, Lecciones de Aritmética y geometría, Elementos de geometría racional, Álgebra y Trigonometría. Los libros tuvieron excelente acogida y se hicieron muchas ediciones.

En estas obras didácticas de primera época esbozó los principios prácticos del «método heurístico» que coinciden con las estrategias pedagógicas expuestas por G. Polya, en 1953 en, Mathematics and Plausible Reasoning (Editorial Tecnos 1966), obra en la que apostó por la intuición en Matemáticas en el sentido siguiente:

Hay que intuir un teorema matemático antes de probarlo, así como la idea de la prueba antes de llevar a cabo los detalles: hay que combinar observaciones, seguir analogías y probar una y otra vez.

Puig Adam mantuvo esta línea didáctica hasta el final de su carrera. En 1955 marcó esta orientación participando activamente en las Comisiones de Enseñanza Media en la sección para la mejora del Bachillerato, comisiones que marcaron la orientación científica del Plan del Bachillerato de 1957. De esa época son publicaciones docentes tales como Decálogo de Didáctica de la Matemática, Didáctica de la Matemática Heurística, obras que culminan con la publicación de La matemática y su enseñanza actual.

El Curso de Geometría Métrica de Puig Adam lo escribió para preparar adecuadamente el ingreso en las Escuelas de Ingenieros Industriales en un tiempo, año 1947, en el que la selección se hacía mediante el cómodo recurso (para el seleccionador) de proponer a los aspirantes una tanda de problemas y admitir como futuros alumnos a los que más habían resuelto. Este método, podía tener una cierta objetividad, pero no era una situación en la que se seleccionaran los mejores alumnos en matemáticas, sino a aquellos aspirantes que habían acumulado (ellos o las academias preparatorias) buenas colecciones de problemas de las partes de la Matemática más variadas, generalmente de Teoría de Números o de Geometría.

La situación de los aspirantes a las Escuelas de Ingenieros era sobradamente conocida por Pedro Puig Adam, pues en 1931 acabó la carrera de Ingeniero Industrial y desde 1934 hasta su muerte tuvo a su cargo la Cátedra de Cálculo de dicha Escuela.

Puig Adam manifestaba en el prólogo del primer tomo de la Geometría Métrica que, aunque el examen con el que se encontraban los aspirantes a las Escuelas y el método de selección que se llevaba a cabo con los mismos era muy duro no se conseguía que los alumnos alcanzaran una formación óptima, tal y como se desprende de sus propias palabras:

"Pero, a una técnica examinadora, se adapta siempre una técnica preparadora. Para el preparador y el preparado se trata, ante todo, de asegurar el éxito o de aumentar su probabilidad. Vengan, pues, millares de problemas y ejercicios: regístrense y archívense codiciosamente las soluciones, cuantas más mejor, aunque la teoría quede reducida a un segundo plano, aunque los conceptos fundamentales terminen deslavazados y desvaídos en la mente del escolar. Lo que importa es ingresar. Y la pretendida formación científica del futuro técnico resulta, en definitiva, convertida en una gimnasia contraproducente y deformadora por defectuosa alimentación".

La propuesta de Puig Adam era volver discretamente a la teoría y dar normas seguras para los problemas prácticos. Para ello redactó un libro en el que quedaban patentes los principios de la Geometría, destacando la estructura conceptual interna de la misma y haciendo uso práctico de sus métodos para orientar, con criterio científico, la solución de los problemas. En sus propuestas pedagógicas manifestaba que la ciencia del ingeniero debía ser práctica. A continuación seleccionamos unas palabras del prólogo a la primera edición que ponen de manifiesto cómo suponía el autor del Curso de Geometría Métrica que debe ser la formación del ingeniero:

"La ciencia del ingeniero debe ser práctica, pero no empírica. El empirismo termina en rutina y la rutina en ceguera. El ingenio se cultiva también con la luz de la razón cuando la intuición no lo ilumina bastante y la matemática que necesita el técnico debe proporcionar, no sólo los conocimiento pragmáticos, los útiles de trabajo, sino también el hábito de manejarlos con buen criterio".

Después de estas consideraciones de carácter general sobre el tipo de conocimientos científicos que debe adquirir el ingeniero a lo largo de su etapa formativo pasaba a justificar la razón de haber elegido determinados temas y el enfoque dado a los mismos. Según sus propias palabras en la estructuración de la obra siguió un camino que calificó de personal, en la medida que hacía adaptaciones originales con el fin de facilitar los estudios geométricos y poder llegar de forma directa a los temas prácticos y a las cuestiones metodológicas que necesitaban los ingenieros.

Así, en los axiomas, se decantó por una axiomática que establecía las propiedades del movimiento frente a las que se fijaban en congruencias de segmentos y de ángulos, cosa habitual en la mayor parte de los tratadistas de la época. Y dice:

"Más educativo parece, sobre todo para técnicos, caracterizar desde un principio los movimientos, las transformaciones típicos de la Geometría y ligar a cada figura aquellas transformaciones que pone de manifiesto sus propiedades".

De este modo encuadró la Geometría Métrica en el marco de la clasificación general de las Geometrías dada por Félix Klein (1849-1925) en su famoso Programa de Erlangen. De igual manera habían enfocado la Geometría Elemental treinta años antes Julio Rey Pastor y Puig Adam en la obra de matemática elemental para niños Elementos y complementos de geometría al introducir métodos intuitivos en la enseñanza de la matemática elemental española. Faltaba, a juicio del autor, ampliar estas ideas en plan racional para recoger los frutos de los planteamientos intuitivos anteriores y esto fue lo que hizo en el Tomo primero, que se ocupó de los fundamentos de la Geometría.

Aunque optó por un camino personal a la hora de exponer la Geometría dio una sucinta bibliografía y, según sus propias palabras, había huido de transcripciones más o menos disimuladas y utilizó los libros citados para delimitar temario y para contrastar procedimientos demostrativos. Las obras citadas son las de: Hilbert Grundlagen der Geometrie, Klein La Matemática elemental desde un punto de vista superior, Enriques Questioni riguardanti le Matematiche elementari, Berzolari Enciclopedia delle Matematiche elementari, Thieme Die Elemente der Geometrie, Hadamard Lecons de Géometrie élémentaire, Torroja Tratado de Geometría de la Posición y sus aplicaciones a la Geometría de la medida, Rouché Comberouse Traité de Géometrie, Deltheil Géométrie, Schwan Elementaire Geometrie, Zacharias Elementargeometrie der Ebene und des Raumes, Halsted Géométrie Rational. A toda esta bibliografía añadió las enseñanzas de quienes fueron sus maestros Antonio Torroja, Miguel Vegas y Julio Rey Pastor.

En el primer tomo se ocupa de todas las cuestiones fundamentales metodológicas y por hacer una obra comprensible, dada la cantidad de temas tratados, tuvo que optar muchas veces por enfoque personales y originales en temas tales como en los problemas de orientación, tanto en el plano como en el espacio, (introdujo la noción de haz abierto), la adición del axioma III (de rigidez) a los axiomas de movimiento, la deducción de las propiedades de los movimientos especiales y las primeras relaciones métricas, así como la definición de equivalencia de polígonos y demostraciones derivadas de él y la demostración del teorema de Jordan para polígonos simples y para curvas cerradas cuyo número de puntos de intersección con cualquier recto es finito.

"No ha sido mi propósito escribir un libro de Geometría pura, sino métrica, aun en el sentido etimológico de la palabra y, por tanto, he introducido en el momento oportuno la noción de medida con el objeto de operar cuanto antes con medidas de segmentos, en lugar de instituir un cálculo segmentario autónomo desvinculado de la Aritmética, como se hace en los modernos tratados alemanes".

En el primer tomo se debe destacar el enorme cuidado que puso el autor en la descripción de los procedimientos geométricos que se deben adquirir y que consideraba más importantes que la propia demostración de los teoremas. Puede observarse, en este sentido, el cuidado que tuvo en la explicación de la metodología de las construcciones geométricas. Y en los argumentos, reflexiones y consideraciones que aportó sobre el hermoso método de resolución de problemas que es la inversión, a la que colocó después de las homotecias, aunque no fuera una transformación del grupo métrico.

A continuación se destacan algunos detalles que ponen de manifiesto la orientación metodológica de la obra y su originalidad:

a) Para generalizar la ordenación establecida en la recta al plano definió la noción de haz abierto. Concepto que se basa en la eliminación de un rayo del haz completo al cual tomamos como origen con lo que, dado un rayo cualquiera, se pueden definir rayos precedentes y siguiente a él. Resumiendo al eliminar un rayo de un haz se consigue un conjunto abierto, denso y linealmente ordenado.

b) En la equivalencia de áreas de polígonos parte de la transformación de un polígono en otro de igual área, pero de un lado menos, para concluir deduciendo la equivalencia geométrica de áreas demostrando que dos polígonos son geométricamente equivalentes si es posible transformar uno en otro agregando y restándole polígonos congruentes dos a dos.

c) Es destacable la elegante demostración del teorema de Jordan sobre curvas que cortan a una recta cualquiera en un número finito de puntos.

En el segundo tomo, dedicado a temas complementarios de geometría, insistió en el carácter práctico de la obra con estas palabras:

"Alguien ha dicho con frase esquemática que la formación del técnico consiste en aprender a «ver» y a «pensar»: Aunque la Matemática más parece destinada a esta segunda misión no hay que divorciarla de la primera. Mejor que «ver» y «pensar» yo diría «ver pensando» y «pensar viendo»; en términos más precisos. Aprender a ver el contenido matemático abstracto de los hechos reales y a proyectar en él campo de lo concreto los resultados de los razonamientos abstractos".

En el segundo tomo el autor complementó los recursos analíticos desarrollados en el primero con el manejo de funciones, tablas trigonométricas y recursos gráficos. Junto con un visión teórica de los temas tratados aplicó la trigonometría a los más variados temas que van desde la Astronomía, la Mecánica y la Topografía hasta la resolución de ecuaciones algebraicas. Aplicó la proyectividad a los sistemas de representación, a la obtención de perspectiva de un edificio o a la restitución de la planta a partir de una fotografía. Pero, además del gran número de aplicaciones que realizó en este segundo tomo, dio un curso casi completo de Geometría Proyectiva en el que estaban incluidos los teoremas de Staudt, la identidad de las cónicas métricas y proyectivas, y los teoremas de Legendre y Steiner. No contento con hacer un curso lleno de indicaciones prácticas y con indicaciones teóricas de gran nivel (las cuestiones teóricas de mayor nivel y las anotaciones a los diferentes temas las pone en letra pequeña) hizo una selección de problemas históricos que han ocupado a los matemáticos durante más de dos mil años y justificaba en el prólogo esta decisión con las siguientes palabras:

"El gran interés teórico e histórico de algunos problemas que han tenido en jaque a la Humanidad durante veintitantos siglos me ha inducido a cerrar este Curso con dos apéndices: uno sobre irresolubilidad de problemas geométricos y otro sobre la indemostrabilidad del postulado de Euclides. Ambos constituyen la concesión final a la curiosidad científica del lector. Hemos procurado elementalizar todo lo posible las demostraciones contenidas en ellos, con todo, su lectura exige un nivel algo más elevado que el resto de la obra, fácilmente alcanzable tras el estudio de una pocas cuestiones de Álgebra".

Los capítulos que abarca cada tomo son los siguientes:

Tomo 1
1. Enlace, ordenación y sentido en el plano
2. Congruencia y paralelismo en el plano
3. Primeras relaciones métricas entre figuras planas
4. Continuidad y construcciones fundamentales con regla y compás
5. Medida y proporcionalidad
6. Homotecia y semejanza
7. Relaciones métricas derivadas de la semejanza
8. Inversión y polaridad en el círculo.
9. Equivalencia y áreas.
10. Medida de figuras circulares.
11. Metodología de las construcciones geométricas.
12. Enlace, ordenación y sentido en el espacio.
13. Los movimientos y las congruencias en el espacio.
14. Propiedades métricas de los anguloides y de los poliedros.
15. Cuerpos redondos.
16. Homotecia, inversión y polaridad en el espacio.
17. Las áreas en el espacio.
18. Los volúmenes.
19. Apéndice: Concepto de curva, tangente, longitud de una curva y área de un recinto curvo. Teorema de Jordan.

Tomo 2
TRIGONOMETRÍA
1. Los problemas clásicos de la geometría rectilínea.
2. Propiedades de las funciones circulares.
3. Los problemas clásicos de la trigonometría esférica.
NOCIONES DE GEOMETRÍA PROYECTIVA
4. Invariantes métricos de la proyectividad.
5. Proyectividad entre figuras de primera categoría.
6. Proyectividad entre figuras de segunda y tercera categoría.
7. Ideas generales sobre sistemas de representación y sus aplicaciones. LAS CÓNICAS
8. Estudio métrico de las cónicas.
9. Estudio proyectivo de las cónicas.
10. Apéndice 1 : Sobre la irresolubilidad de algunos problemas.
11. Apéndice 2: Sobre la indemostrabilidad del postulado de Euclides.

Cada uno de los capítulos anteriores está subdividido, a su vez, en dos, tres o cuatro lecciones, según palabras de Puig Adam la división en lecciones la hizo, más que para facilitar el estudio de los lectores, para poder acotar mejor los temas.

El segundo tomo acaba con los enunciados de los problemas de Geometría propuestos en los exámenes de ingreso de distintas Escuelas Especiales de Ingeniería , casi todos del curso 1946-47 (Aeronaúticos, Agrónomos, Caminos Canales y Puertos, Industriales, Minas, Montes, Navales y Telecomunicación) lo que contribuye a mantener el tono de ser Curso de Geometría Métrica un libro para preparar a los estudiantes para el ingreso en las Escuelas de Ingenieros, pero la obra de Puig Adam se eleva sobre eso y aporta a los libros de Geometría españoles originalidad en la exposición, belleza en las demostraciones, reglas claras de construcción de figuras y métodos de resolución de problemas geométricos además de información sobre muchos problemas históricos y exposición de métodos utilizados en distintas etapas de la evolución del saber matemático.

Es esta obra, en suma, una obra clara para acercarse a los estudios de Geometría en los que el lector puede encontrar, además de un hilo conductor, que une los diferentes temas tratados en la obra con enorme brillantez y claridad, diferentes métodos de construcciones geométricas minuciosamente explicados y hermosos ejemplos y problemas resueltos en los diferentes apartados que hacen que la obra sea fuente de inspiración para los profesores actuales. En suma, esta obra es un clásico de la literatura matemática y como tal siempre que alguien la estudie sacará ideas, inspiración y provecho.

(Reseña aparecida en la revista SUMA nº 31, 1999)

Materias: Geometría, trigonometría, geometría proyectiva, cónicas

Autor de la reseña: Javier Arenzana Romeo, Víctor Arenzana Hernández