

ABC, 20 de Abril de 2010  
CIENCIA Y TECNOLOGÍA  
Neoteo

Imagina por un momento que se te acerca un desconocido y te entrega un sobre cerrado con dinero en su interior. Y que, antes que puedas reponerte de la sorpresa ante semejante actitud, te ofrece cambiarlo por otro que lleva con él, sabiendo que el nuevo sobre puede tener o bien el doble de dinero que el otro, o bien la mitad. ¿Qué deberías hacer? Si alguna vez te encuentras ante tan poco probable situación, estarás enfrentando [el problema de los dos sobres](#), una curiosa paradoja estadística que debes conocer.

Hay situaciones ante las que conviene estar preparado. Dejando de lado que es muy poco probable que alguien te haga una oferta como la anterior, en caso de que te enfrentes a un dilema similar -participando de algún concurso, por ejemplo- seguramente te gustaría sacar el mejor provecho posible a la oferta que te plantean. El problema de los dos sobres, uno de esos maquiavélicos inventos que los matemáticos y filósofos utilizan para torturarnos, es el siguiente: nos dan a elegir entre dos sobres con dinero, diciéndonos que uno tiene el doble de dinero que el otro. Una vez que elegimos uno, nos dan la opción de cambiarlo por el otro. ¿Qué debemos hacer para obtener la mayor ganancia posible? ¿Es más conveniente quedarse con el sobre elegido en primer lugar o, por el contrario, conviene más hacer el cambio? Eso es lo que trataremos de determinar.

### La esperanza matemática

Supongamos que la cantidad de dinero que hay en el sobre que elegimos primero es  $A$ . Eso significa que el otro sobre tiene una probabilidad del 50% de poseer el doble de ese monto ( $2A$ ) y el 50% de tener la mitad ( $A/2$ ). Como ambas situaciones son igualmente probables, la "esperanza matemática" de la cantidad que contiene la otra caja es  $0,5 \cdot 2A + 0,5 \cdot A/2 = 1,25A$

Es decir, si cambiamos de sobre, obtenemos un 25% de ganancia. ¿Estupendo, verdad? Pero antes de que salgas corriendo a cambiar el sobre, deberías pensar un poco. En efecto, el razonamiento anterior puede hacerse exactamente igual si hubieses elegido el otro sobre, por lo que quizás cambiarlo no sea tan buena idea después de todo. Pero, ¿dónde está el fallo?

Veamos un ejemplo concreto. Supongamos que en el sobre elegido hay 1.000 euros. Eso significa que es igualmente probable que en el otro haya 500 o 2.000 euros. Por lo tanto, si cambio el sobre elegido por el otro, o bien pierdo 500 o bien gano 1.000. Puesto que lo que puedo ganar es mayor (el doble, de hecho) de lo que puedo perder, no hay dudas de que me conviene cambiar el sobre elegido por el otro. Pero la paradoja estriba en que el mismo argumento se puede aplicar al otro sobre. O peor aún: una vez cambiado el sobre, podría utilizar una y otra vez este argumento para seguir cambiando los sobres indefinidamente. ¿Cómo es posible que en ambos casos pueda ganar más de lo que pierdo si cambio el sobre?

### No hay ventajas

En realidad, el fallo se produce al pensar que el monto que ganarás, si ganas, es mayor que el monto que perderás, si pierdes. En realidad, lo que ganas o pierdes es lo mismo. Si  $A$  es la cantidad de euros que contiene el sobre elegido en primer lugar y el otro tiene o  $2A$  o  $A/2$  euros, podemos llamar  $B$  a la diferencia de los importes en los dos sobres o, lo que es lo mismo,  $B$  es el menor de los dos montos, o -mejor aún-  $B = A$ . Si ganas en el intercambio (cambiando un sobre con  $A$  euros por uno con  $2A$  euros) ganarás  $A$  euros. ¿Correcto? Y si pierdes en el intercambio (cambiando un sobre con  $2A$  euros por uno que solo tiene  $A$  euros) estarás perdiendo  $A$  euros. Esto significa que el monto que puedes ganar o perder es el mismo y que no hay alguna ventaja en cambiar el sobre. Dado que la probabilidad de hallar el monto mayor es la misma si cambias o no el sobre, la paradoja desaparece. Esto significa que si alguien te ofrece un sobre con dinero, tranquilamente puedes tomarlo y marcharte sin esperar a que te ofrezcan cambiarlo por otro: la probabilidad de que ganes o pierdas en el intercambio son las mismas.