

La Vanguardia, 14 de Septiembre de 2003

-

OPINIÓN

RAFAEL DE LA LLAVE *NACIERON COMO subproducto del estudio sobre el problema de la consistencia de las matemáticas*

Decía el insigne matemático y educador P. Puig Adam que "las únicas matemáticas que no se aplican son las que no se conocen". Hay muchísimos casos en los que desarrollos que parecían inútiles han acabado siendo utilísimos. Pocos ejemplos hay más notables que el de los ordenadores. Hoy en día son una industria y parte de nuestra vida. Sin embargo, su origen es un subproducto del estudio de uno de los problemas matemáticos más abstrusos: el problema de la consistencia de las matemáticas.

A principios del siglo XX, los matemáticos, a la vista de las poderosas e insospechadas consecuencias que obtenían de sus razonamientos, se preguntaron si su modo de razonamiento riguroso podía llevarles a error. Otros más optimistas pensaron si este modo de razonamiento tan riguroso -las pruebas matemáticas tienen un estándar mucho más alto que las de los razonamientos en ingeniería o en la física- no podía dejar huecos.

Podemos pensar en las reglas de los movimientos de un alfil en el juego del ajedrez como analogía con las reglas del pensamiento riguroso. Si empieza en una casilla blanca, no puede alcanzar ninguna casilla negra y puede alcanzar todas las blancas. Podemos preguntarnos si razonando con las reglas de la lógica estricta y si empezáramos de premisas verdaderas, nunca llegaríamos a conclusiones falsas y, más aun que podríamos alcanzar todas las verdades. Esto incluye el que si una afirmación es falsa, se pueda alcanzar su negación. La consistencia de la lógica puede parecer obvia, pero en unos años en los que la lógica llevaba a conclusiones como la relatividad, la antimateria, los fractales, que no se habían observado, no era una conclusión obvia.

Fue Bertrand Russell -matemático y premio Nobel de Literatura, como Echegaray- quien se dio cuenta de que había que tener cuidado con las frases que hacían referencia a sí mismas. Por ejemplo, si digo "Esta frase es falsa" acabo en contradicción tanto si digo que es verdadera como si digo que es falsa. Paradojas como estas abundan en la literatura. Acordémonos del episodio de Sancho Panza en la ínsula Barataria en el que hay un puente donde se ahorca a quienes mienten al decir qué van a hacer al otro lado y alguien afirma que será ahorcado por mentir. También en el razonamiento de san Anselmo para probar la existencia de Dios hay una autorreferencia.

Russell y Whitehead empezaron a diseñar un lenguaje formal en que tales autorreferencias fueran imposibles. Los tres tomos que escribieron, aunque muy convincentes, no llegaron a ser una prueba matemática. El joven K. Godel dio el bombazo al demostrar que no se podían evitar frases circulares en cualquier lenguaje que fuera lo bastante rico para describir los números enteros. Si esto parece complicado al lector, está en buena compañía. El joven Alan Turing pensaba lo mismo y se puso a simplificar el trabajo de Godel. Su idea fue describir unos aparatos que podían leer en una cinta y escribir en otra. La autorreferencia se conseguía porque las instrucciones se podían considerar como datos. Esa es la idea, hoy familiar a todos,

de que los programas que controlan el funcionamiento de la máquina se pueden almacenar con los datos y modificar con otros programas.

Poco después J. von Neuman, que también había hecho contribuciones importantes, se dio cuenta de que estas máquinas de Turing se podían hacer a base de circuitos modificando ligeramente las calculadoras electrónicas que entonces se estaban desarrollando. Von Neuman y Turing, se pusieron a construir unos aparatos que aprovechándose de la autorreferencia eran calculadores universales y servían para todo. Aunque no se logró probar la consistencia de la matemática, sí se logró, en escasos 30 años, crear una industria dominante de su época y que ha afectado la cultura y la vida cotidiana de todos. Ni qué decir tiene que el desarrollo requirió nuevas dosis de ingeniería -como circuitos o fuentes de alimentación- y nuevas matemáticas (por ejemplo teoría de la información y códigos autocorrectores).

RAFAEL DE LA LLAVE, investigador visitante en la Institució Catalana de Recerca i Estudis Avançats (Icrea) y profesor de la Universidad de Texas