ABC, 3 de Febrero de 2020
CIENCIA - El ABCdario de las matemáticas
Alfonso Jesús Población Sáez

Los mosaicos semirregulares que pueden verse en pavimentos o paredes tienen sus propias fórmulas

Mosaico del Paseo de la Constitución, en Zaragoza - Google Maps

Los números no mienten. Triángulos, cuadrados o hexágonos son las únicas posibilidades de embaldosar el plano mediante polígonos regulares con el mismo número de lados. El siguiente paso se le ocurre a cualquiera: ¿y qué sucede si empleamos polígonos regulares, pero no todos con el mismo número de lados, es decir, si podemos combinar polígonos diferentes? En ese caso se obtienen los **mosaicos semirregulares** (también denominados **arquimedianos**). ¿Se puede? ¿Cuántos hay?

Obviamente es posible, seguro que mirando a nuestro alrededor encontramos alguna disposición de ese tipo, aunque no son tan habituales como los regulares (tiene más dificultades disponerlos bien, básicamente más paciencia porque lleva más tiempo; esa es la única razón por la que se utilicen menos en construcción, ya que como sabemos, cada vez se quieren hacer las cosas en menos tiempo, y así quedan, claro). Gracias a las nuevas tecnologías podemos situarnos en cualquier lugar del mundo, y así, aunque no hayamos estado nunca en Zaragoza (como yo), cogemos el GoogleMaps, nos situamos en el Paseo de la Constitución, y buscando una perspectiva que se visualice medianamente bien, obtenemos la imagen que vemos sobre estas líneas.

Vemos cuadrados y octógonos (que no les confunda el trapecio que vemos en la parte inferior derecha; ahí lo que pasa es que se acaba la acera, y se ha cortado el octógono, pero lo que tendríamos si no hubiera que dar ese corte, sería un octógono). Para hacer las cosas correctamente, lo primero en que debemos fijarnos es en los vértices. Para construir mosaicos semirregulares, tiene que repetirse la misma configuración en todos los vértices, porque si no, ya no sería un teselado semirregular, sino de otro tipo del que ya hablaremos otro día. Además, los polígonos deben obligatoriamente coincidir perfectamente en esos vértices.

Si recordamos la fórmula que [explicábamos el otro día] para calcular la medida de los ángulos de los polígonos regulares, y echamos un vistazo a la tabla con los valores de los primeros polígonos, veremos que cada ángulo del cuadrado es de 90º. Y la del octógono es 135º. Por tanto, en un vértice cualquiera, confluyen un cuadrado y dos octógonos, es decir, 90º + 135º + 135 º = 360º, o sea que, en efecto, esa disposición rellena el plano completamente. Podríamos empezar, por la cuenta de la vieja, o bien a dibujar polígonos a ver si sacamos otras configuraciones, o a intentar sumar ángulos de los polígonos elementales, hasta que sumando tres o más obtengamos 360º como suma. Eso es lo que harían los niños, pero, para eso están maestros y profesores, en seguida nos percatamos que de ese modo puede que se nos escape algún caso. En definitiva, que necesitamos un método mejor. Y ese procedimiento, como siempre, nos lo dan la lógica y las matemáticas (razonando bien, por supuesto, porque a veces las cosas no salen por una mala praxis; por cierto, eso no se aprende por inspiración divina, ni mirando cómo lo hacen los demás, sino cogiendo un lápiz y un papel, y haciendo ejercicios; ¿o acaso aprendemos a hacer saltos con pértiga por estar una tarde mirando cómo lo hacen los atletas por la tele? Pues no, ¿verdad? Hay que entrenar, como todo en la vida, que nadie nace con las cosas sabidas).

Sabemos que el valor de cada ángulo de los polígonos que vamos a utilizar (lo indicamos el otro día) viene dado por la expresión

$$\frac{180\,(n-2)}{n}$$

$$\frac{180\,(n_1-2)}{n_1}+\frac{180\,(n_2-2)}{n_2}+\ldots\ldots+\frac{180\,(n_k-2)}{n_k}=360$$

$$180\,\left(\frac{n_1-2}{n_1}+\frac{n_2-2}{n_2}+\ldots\ldots+\frac{n_k-2}{n_k}\right)=360$$

$$\frac{n_1-2}{n_1}+\frac{n_2-2}{n_2}+\ldots\ldots+\frac{n_k-2}{n_k}=2$$

$$1-\frac{2}{n_1}+1-\frac{2}{n_2}+\ldots\ldots+1-\frac{2}{n_k}=2$$

$$k-2=2\,\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}+\ldots+\frac{1}{n_k}\right)$$

$$\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{n_i}$$

$$S=\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{n_i}$$

Entonces nuestra igualdad queda mucho más manejable:

$$k-2=2\,S$$

O equivalentemente, S = 2

$$S=\frac{k-2}{2}$$

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{6-2}{2}$$

$$S = \frac{k-2}{2}, \text{ con } 3 \le k \le 6$$

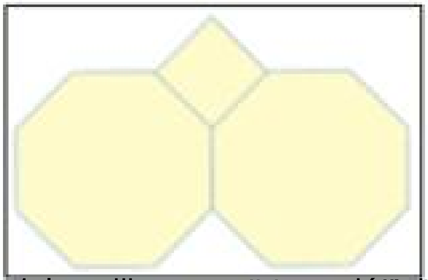
Los valores de S posibles quedan entonces reflejados en la siguiente tabla:

k	3	4	5	6
S	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2

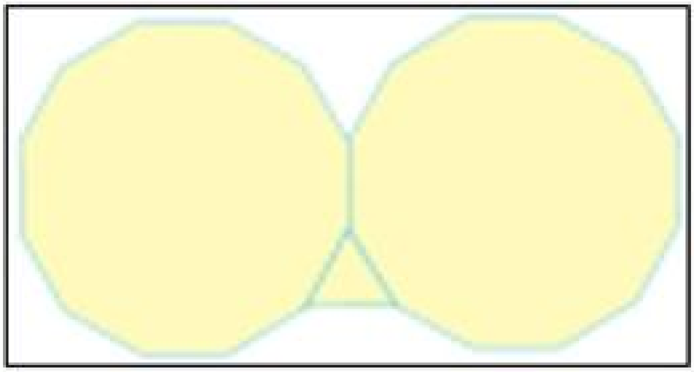
[illegible]

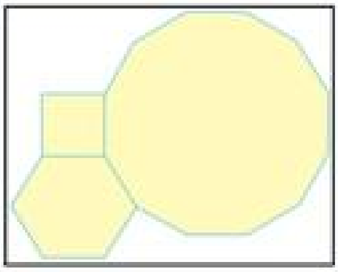
$$\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}$$

un cuadrado y dos octógonos (con ángulos 90º + 135º + 135º)

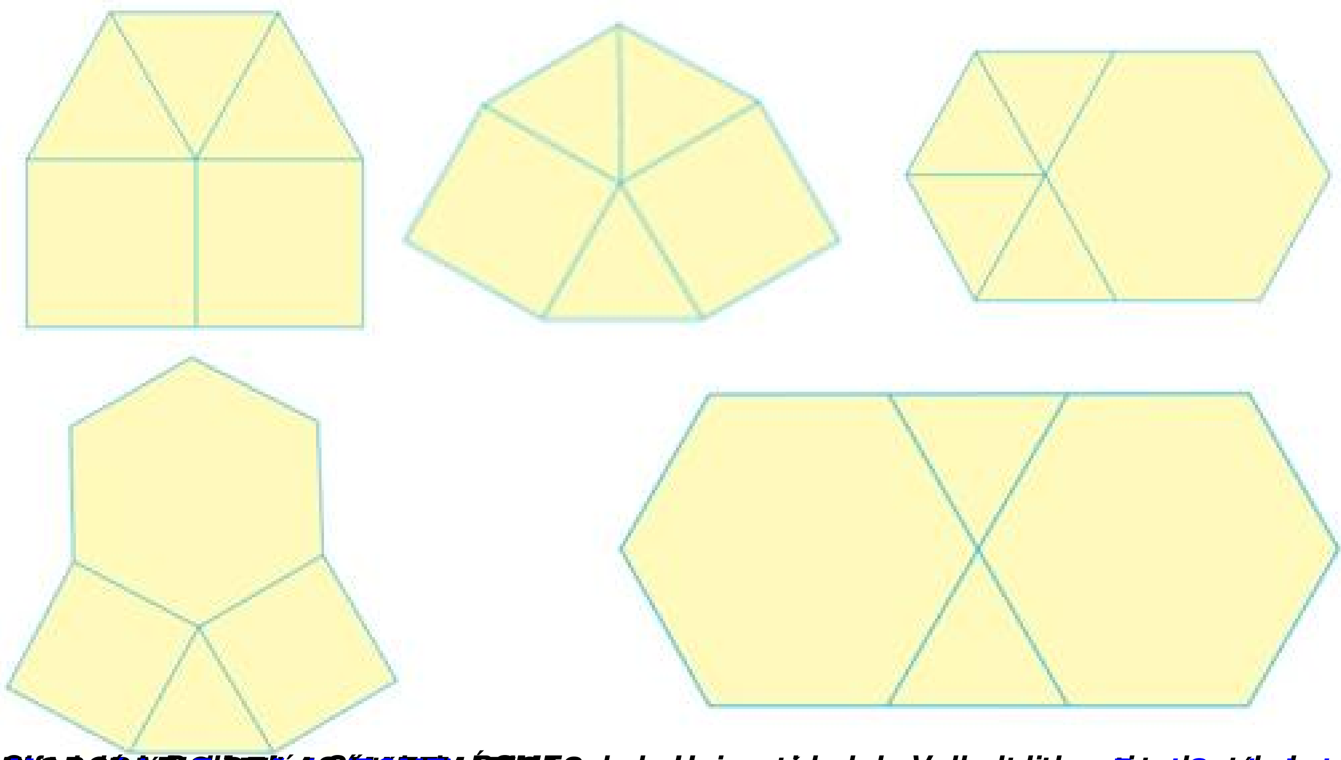


[illegible]





[illegible]



... de la Universidad de Valladolid y miembro de la ... es una sección que surge de la colaboración ... [Real Sociedad](#) [Matemática Española (RSME)](#)