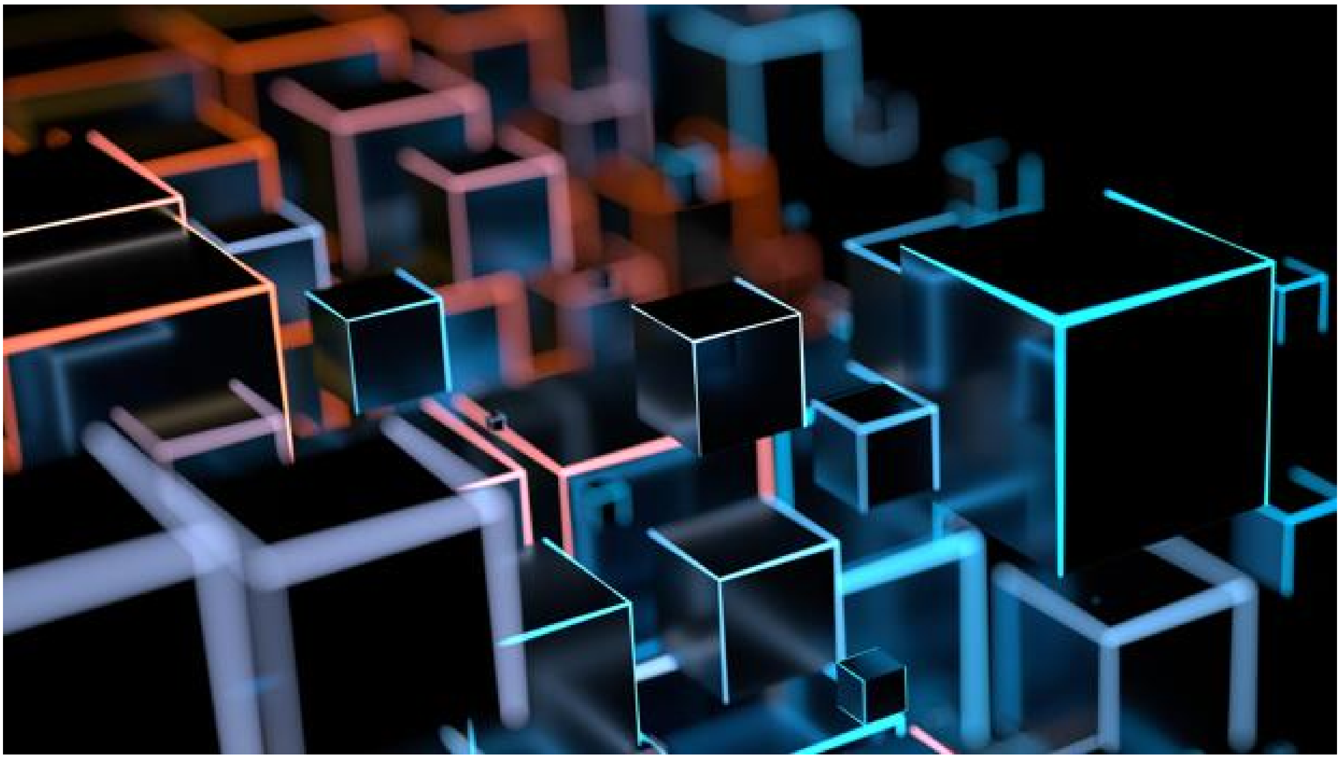
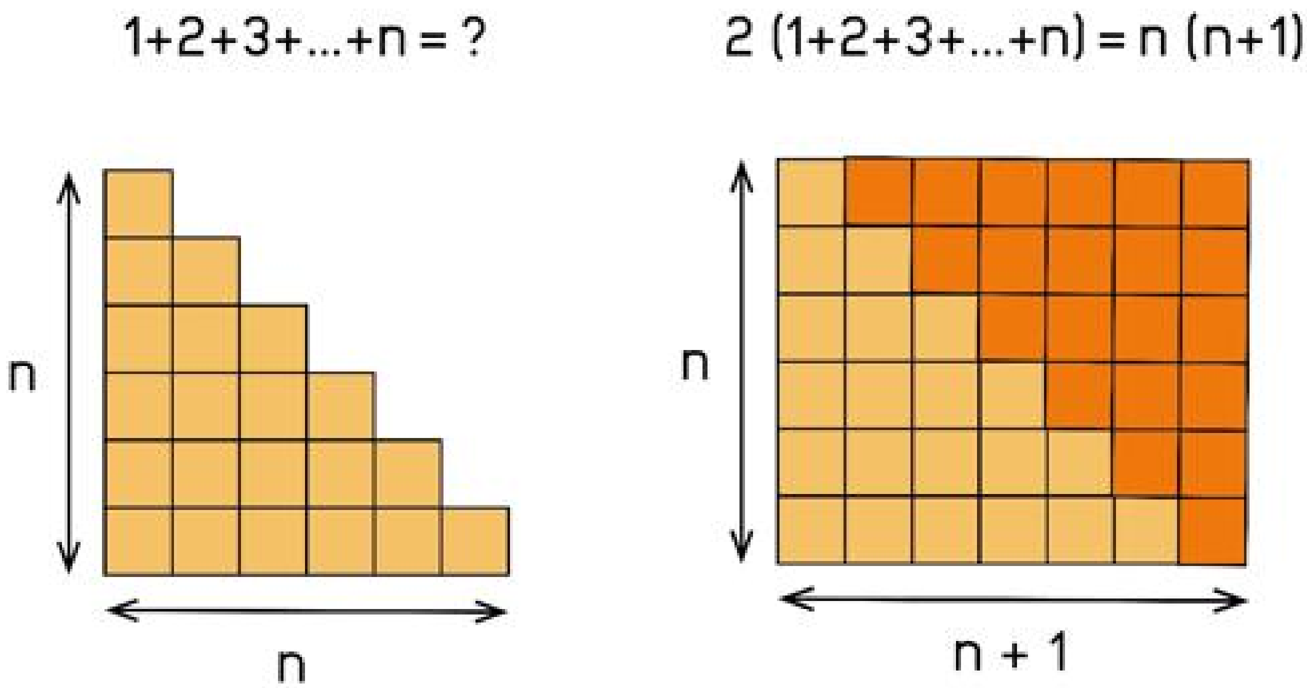
ABC, 9 de Marzo de 2020
CIENCIA - El ABCdario de las matemáticas
Urtzi Buijs y Miriam González

El matemático Urtzi Buijs y la ingeniera Miriam González demuestran cómo se pueden sumar números cuadrados con sencillas figuras

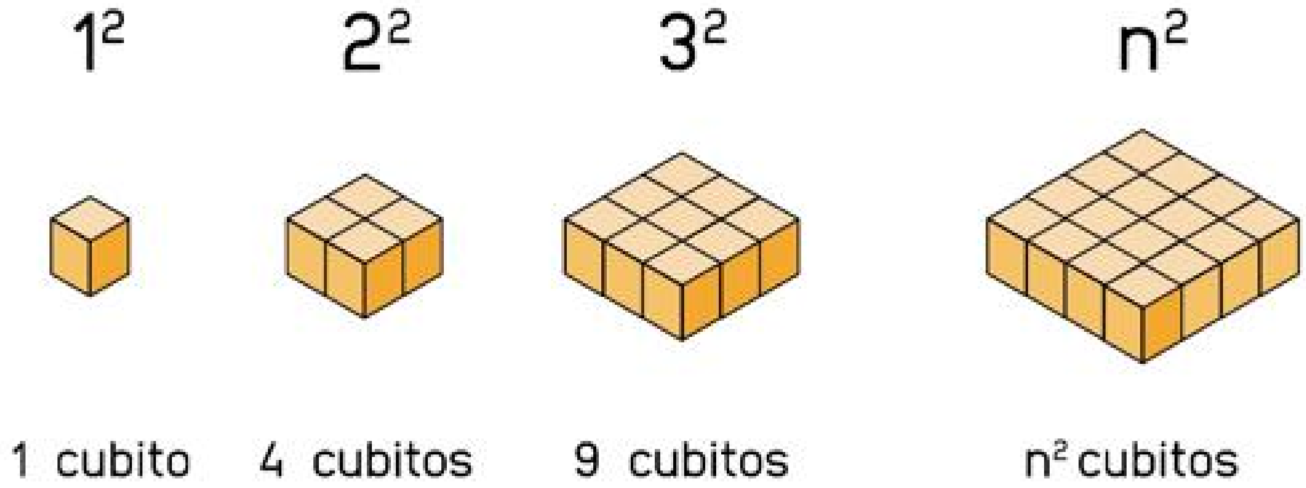


En un artículo reciente del «ABCdario de las matemáticas» hablábamos de «La sociedad secreta de Pitágoras y el "superpoder" de los números figurados». Explicábamos **cómo obtener el resultado de algunas sumas complejas** solo observando un dibujo, sin necesidad de coger el boli y hacer sesudas operaciones. También contábamos la anécdota (probablemente apócrifa) de un jovencísimo Gauss sorprendiendo a su maestro de aritmética sumando 1+2+3+…+100=5050. Este resultado puede calcularse con la fórmula 1+2+…+n= n(n+1)/2 para el valor n=50, pero también se deduce de un solo vistazo a la figura adjunta:

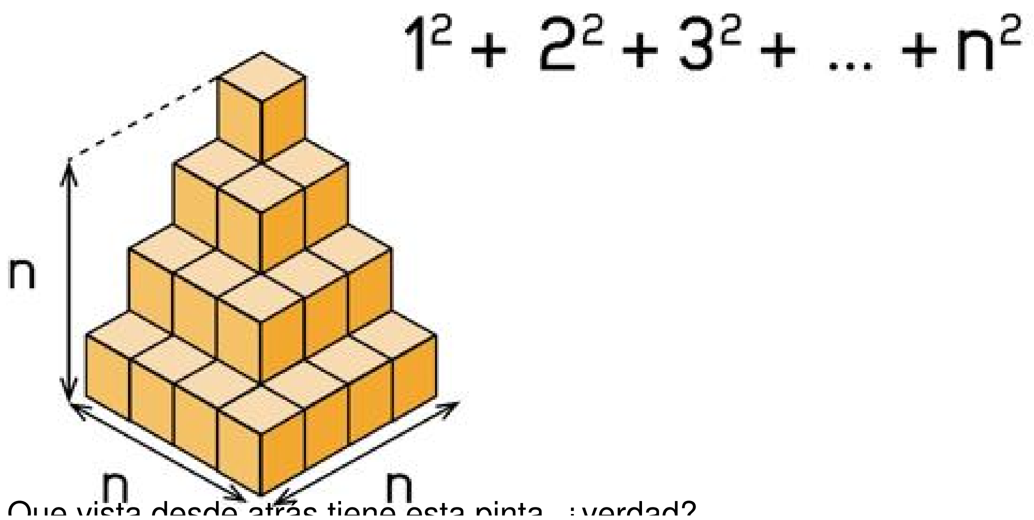


Pero en el artículo citado dejábamos en el tintero una pregunta, ¿puede alguna mente privilegiada realizar una hazaña mayor y con un argumento visual sumar los primeros números cuadrados: 1^2+2^2+3^2+….+n^2 ? ¡Vamos convencer al lector de que esto puede hacerse! Y además sin apenas pestañear.

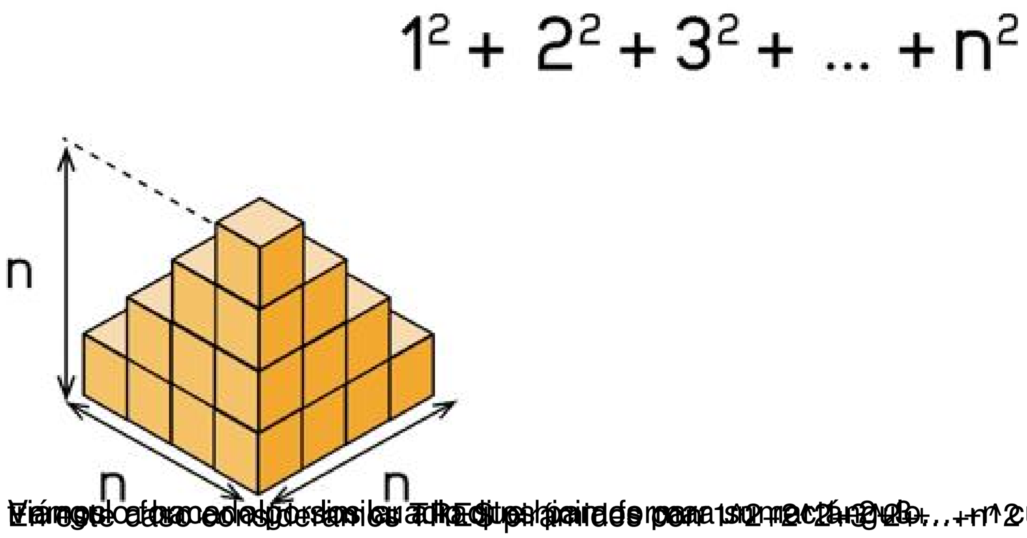
Consideremos para este problema pequeños cubitos como unidad. Queremos sumar los siguientes cubitos:



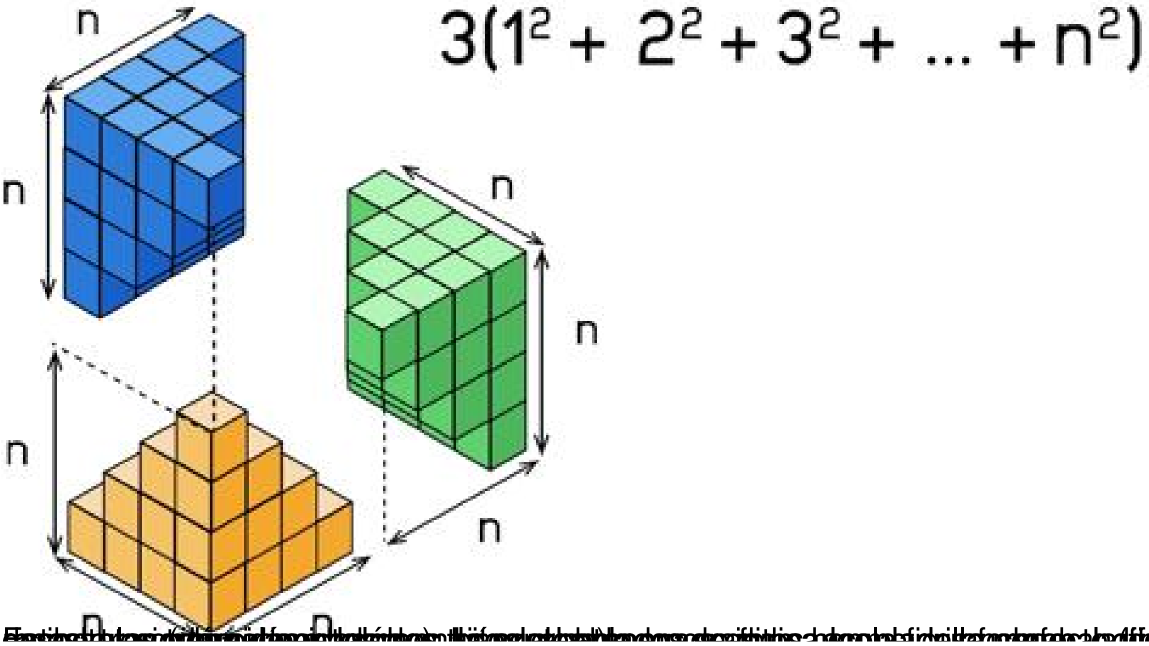
Lo cual equivale a contar cuántos cubitos hay en la siguiente pirámide



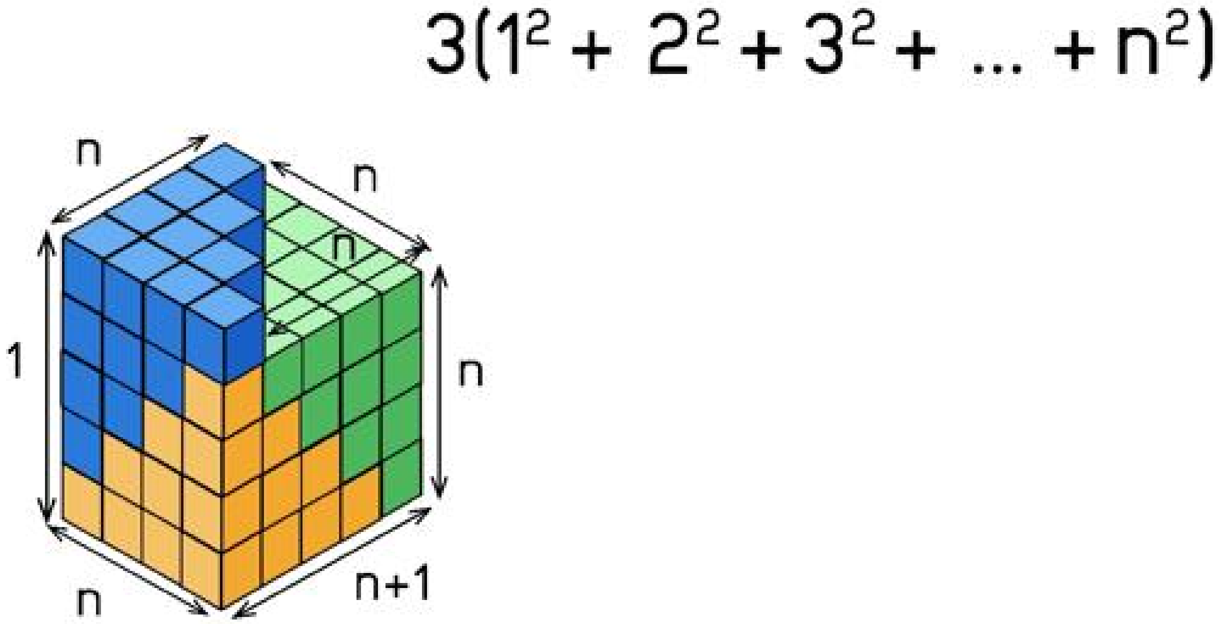
Que vista desde atrás tiene esta pinta, ¿verdad?



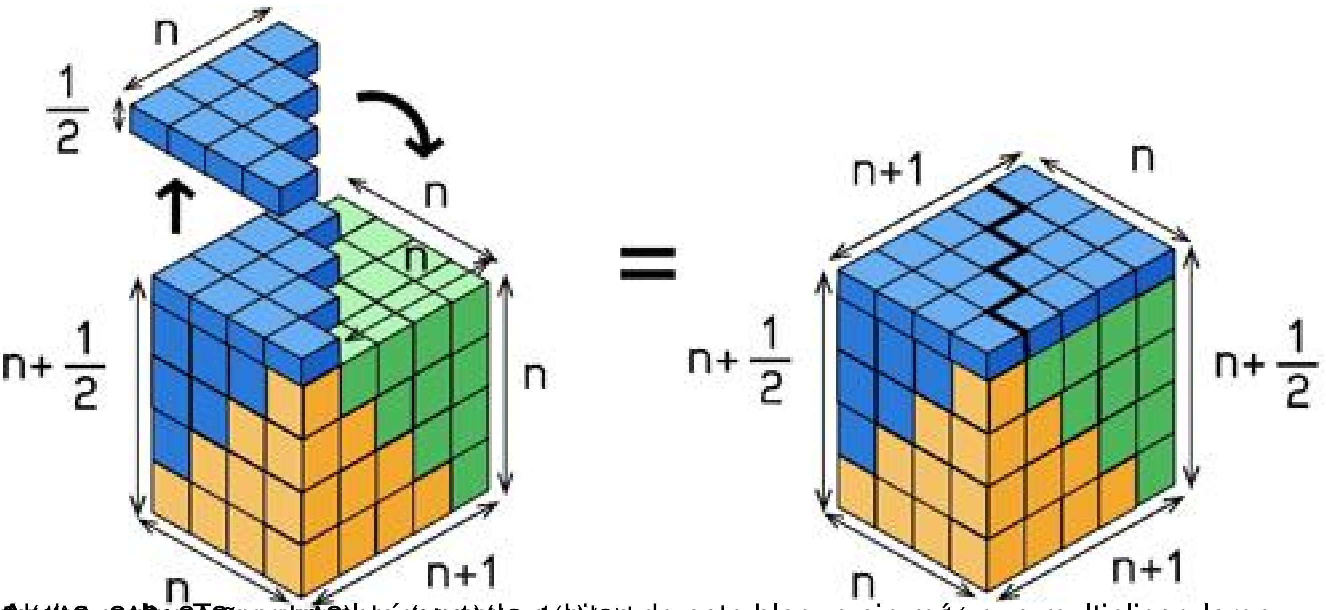
Vamos a hacer algo similar a lo que hicimos para sumar 1+2+3+...+n cuando duplicamos el
En este caso consideramos TRES pirámides con 1^2+2^2+3^2+...+n^2 cubitos cada una.


$3(1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2)$
n
n
n
n
n
n
n
n

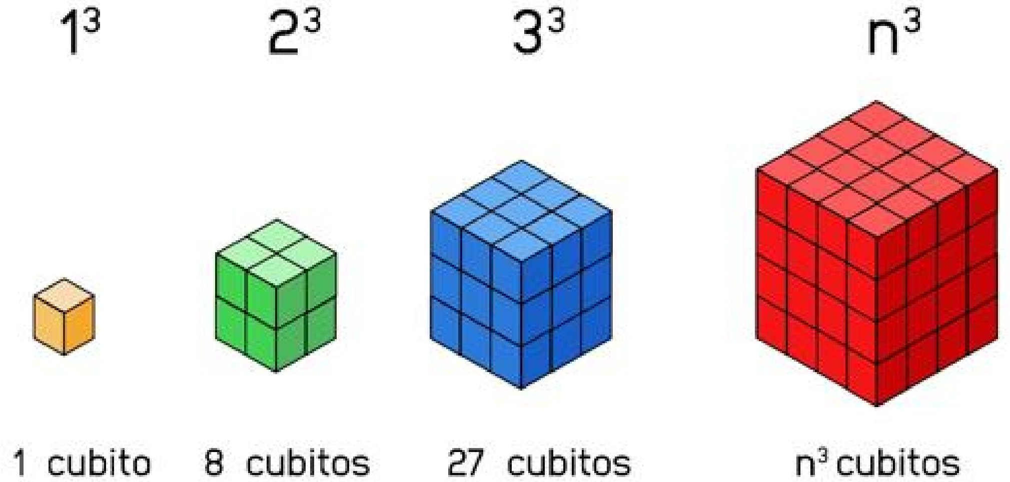
[illegible]


$3(1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2)$
n
n
n
1
n
n
n+1

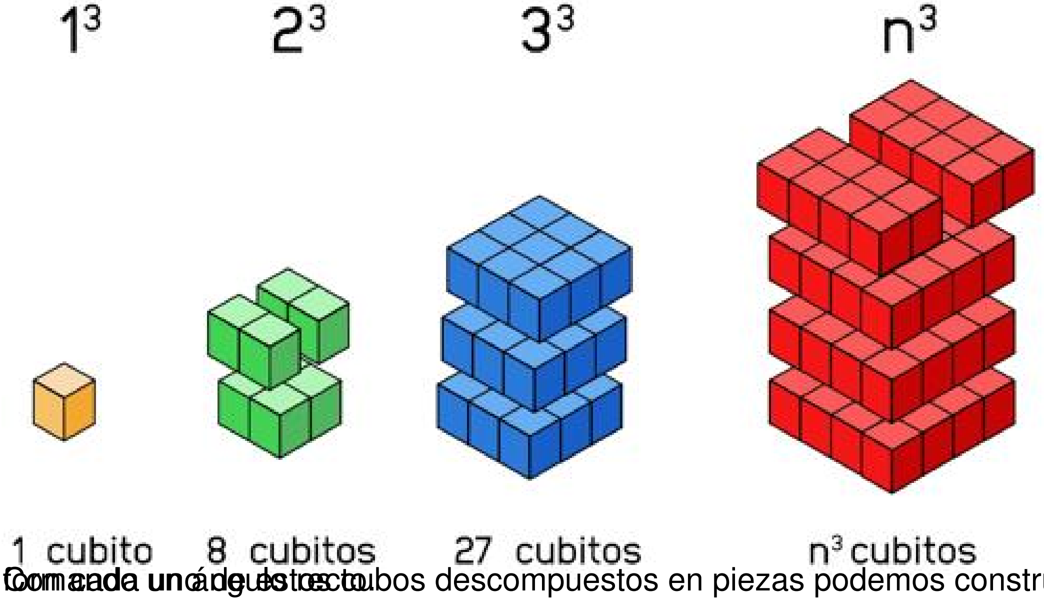
[illegible]



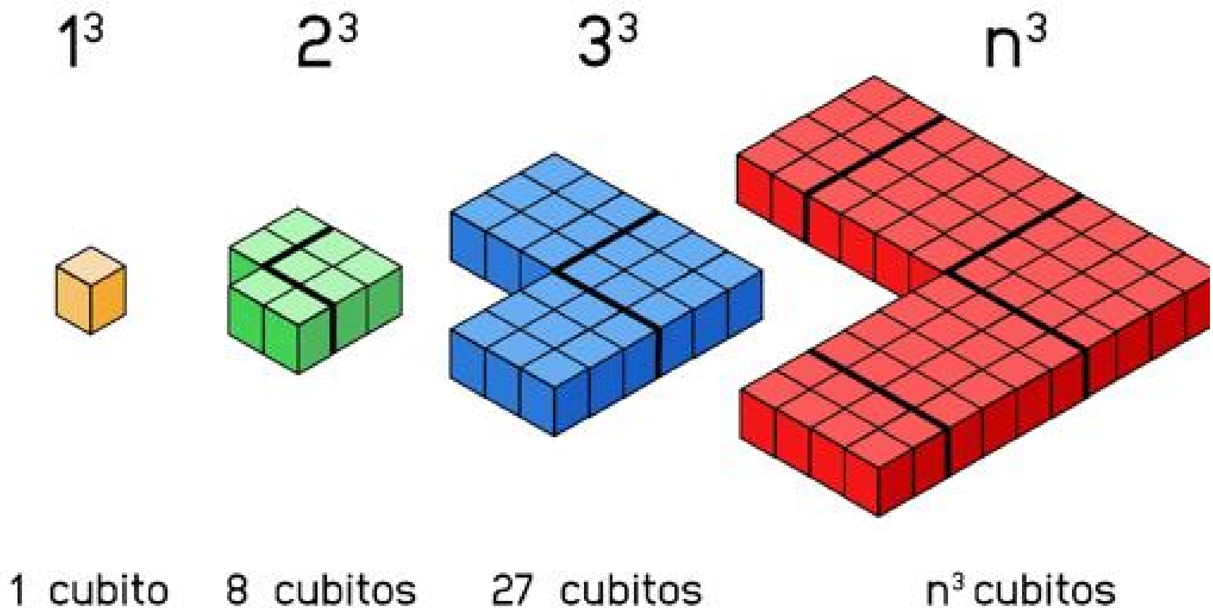
... cubitos de este bloque sin más que multiplicar largo x ...



... remos por pisos. En los

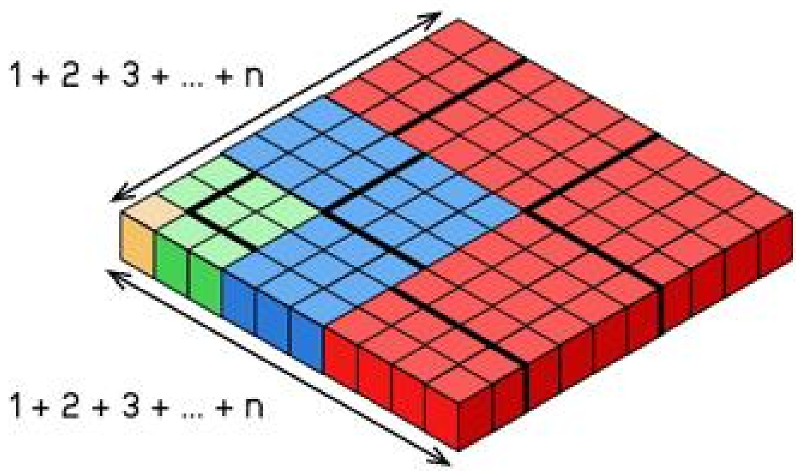


Con cada uno de estos cubos descompuestos en piezas podemos construir una figura



Y esos rectángulos encajan perfectamente cada uno con el siguiente formando un cuadrado perfecto

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + 3 + \dots + n)^2$$



Matemática Española (RSME) … *Real Sociedad*