

68. (Enero 2010) Mi mago favorito (solución)

Escrito por Pedro Alegría (Universidad del País Vasco)
Viernes 08 de Enero de 2010 08:00



El mes pasado planteábamos algunas preguntas relativas al juego que recordamos a continuación:

1. Pide a tres voluntarios que elijan una carta cada uno y la devuelvan a la parte superior de la baraja.
2. A continuación deletrea el nombre de mi mago favorito JUAN TAMARIZ, repartiendo cartas de la baraja.
3. Entrega las once cartas al primer voluntario y pídele que deletree TAMARIZ repartiendo sobre la baraja.
4. A continuación, el segundo voluntario recoge las cartas y realiza el mismo proceso, es decir repartiendo las cartas.
5. Por último el tercer voluntario realiza también el mismo proceso que los dos anteriores.
6. Coloca las cartas en la espalda y saca las tres superiores del paquete dejándolas cara abajo sobre la mesa.

Para comprender el funcionamiento del proceso, supongamos que las once cartas están numeradas y su posición inicial corresponde al orden natural (1, 2, 3, ..., 10, 11). Las cartas elegidas por los tres espectadores son las que ocupan las posiciones 1, 2 y 3.

Al repartir las once cartas, su posición se invierte, quedando ahora en el orden (11, 10, 9, ..., 2, 1).

Después de deletrear las letras T-A-M-A-R-I-Z y colocar el resto del paquete encima, las siete cartas superiores invierten su posición y pasan a la parte inferior. El orden es ahora (4, 3, 2, 1, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11).

Al realizar el mismo proceso dos veces más se obtienen sucesivamente las disposiciones (8, 9, 10, 11, 7, 6, 5, 1, 2, 3, 4) y (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 11, 10, 9, 8).

68. (Enero 2010) Mi mago favorito (solución)

Escrito por Pedro Alegría (Universidad del País Vasco)
Viernes 08 de Enero de 2010 08:00

Claramente se observa que las tres cartas superiores son las elegidas por los espectadores. Observamos además que, una nueva aplicación del proceso anterior volvería todas las cartas a su posición original (11, 10, 9, ..., 2, 1).

Podemos decir entonces que este proceso de reparto-deletreo es cíclico de orden cuatro, porque la disposición de las cartas se repite cada cuatro aplicaciones del proceso.

La propiedad anterior puede generalizarse a grupos de cartas de tamaño arbitrario. El enunciado general del principio es el siguiente:

Dado un conjunto de n cartas, supongamos que $k \leq n \leq 2k$. Si se reparten sobre la mesa k cartas, una a una (invirtiendo su orden) y se colocan las $n - k$ cartas restantes sobre las anteriores, al repetir el proceso tres veces más, el conjunto queda ordenado en su disposición original.

Demostración: Supongamos el conjunto ordenado inicialmente así: $\{1, 2, 3, \dots, n\}$.
Después del primer reparto, el orden de las cartas es $\{k+1, k+2, \dots, n, k, k-1, \dots, 1\}$.
Después del segundo reparto, el orden es $\{n-k, n-k-1, \dots, 1, n-k+1, n-k+2, \dots, k, n, n-1, \dots, k+1\}$.
Después del tercer reparto, el orden es $\{n, n-1, \dots, k+1, k, k-1, \dots, n-k+1, 1, 2, \dots, n-k\}$.
Después del último reparto, las cartas vuelven a su posición original $\{1, 2, \dots, n\}$.

Observemos que, en el tercer reparto, la carta que ocupaba inicialmente el último lugar ha pasado al primero, propiedad que se aprovecha en el juego descrito.

Observemos también que k debe ser mayor o igual que $n/2$, de modo que, si se utiliza el nombre de otro personaje, el deletreo se hará con el apellido si éste tiene más letras que el nombre pero se hará con el nombre si el apellido tiene menos letras.

Puedes encontrar más información sobre este principio en la sección [Card Colm](#) de la Mathematical Association of America.

Pedro.Alegria@ehu.es

68. (Enero 2010) Mi mago favorito (solución)

Escrito por Pedro Alegría (Universidad del País Vasco)
Viernes 08 de Enero de 2010 08:00
