Escrito por Pedro Alegría (Universidad del País Vasco)
Sábado 01 de Septiembre de 2007 00:00

Ofrecemos, como es habitual, la solución al problema planteado en el número anterior sobre el juego del cuadrado de cartas. También es habitual que una de las soluciones más completas venga de la mano de nuestro incondicional lector Alberto Castaño, a quien agradecemos una vez más su dedicación. Animamos al resto de seguidores de esta sección a participar expresando sus comentarios y sugerencias que contribuyan en la mejora de los contenidos de esta página. Si no recuerdas el juego, te aconsejo que lo realices en primer lugar siguiendo el enlace OTRO CUADRO DE CARTAS .

Las soluciones al problema son las siguientes:

1. **¿De cuántas formas distintas puedes hacer la selección inicial de cuatro cartas para que no haya dos de ellas en la misma fila ni en la misma columna?**

La carta de la primera fila puede elegirse de cuatro maneras. La de la segunda fila, sólo de tres (pues no puede ser la que esté en la misma columna que la primera elegida). Por la misma razón, la carta de la tercera fila sólo puede elegirse de dos formas. Por último, sólo queda una forma de elegir la carta de la última fila. En total, 4 x 3 x 2 x 1 = 24 combinaciones distintas de cartas.

2. **¿Cómo se debe construir el cuadro de cartas para que el resultado final pueda predecirse?**

La idea es que todas las combinaciones den como resultado la misma suma y que dicha suma sea el valor elegido desde el principio. Supongamos, por ejemplo, que queremos construir un cuadrado cuya suma, después de las operaciones indicadas, sea 31. Se encabezan las columnas con los números 2, 8, 5 y 0, y las filas con los números 5, 8, 0 y 3 (los valores son arbitrarios, lo único importante es que la suma de los ocho números sea igual a 31).

Se construye cada cuadro como la suma de los números que encabezan su fila y su columna.

Como el procedimiento indicado en el juego obliga a que se elija un número en cada fila y en cada columna, la suma total será la suma de los números de cabecera. En nuestro caso:

	2	8	5	0
5	5+2=7	5+8=13	5+5=10	5+0=5
8	8+2=10	8+8=16	8+5=13	8+0=8
0	0+2=2	0+8=8	0+5=5	0+0=0

3	3+2=5	3+8=11	3+5=8	3+0=3

Supongamos que se elige primero el número de la primera fila y primera columna. Se tacharían los de su fila y columna, es decir los que el primer sumando sea 5 y los que el segundo sumando sea 2. Repitiendo el procedimiento vemos que cada número de cabecera aparece una y solo una vez en la suma final. Para disimular el método utilizado, se eliminan los números que encabezan las filas y las columnas y se muestra únicamente el cuadrado 4 x 4 interior.

Comprendido el principio, podemos dibujar diferentes cuadrados (de orden 4 u otro orden cualquiera), de forma que no partamos siempre del mismo y que el resultado final sea diferente en cada caso.

3. **¿Qué papel juegan las congruencias módulo 12 en este juego?**

Como se ve en el cuadrado recién construido, aparecen números mayores que 12. Si sustituimos dichos valores por el resto de su división por 12 (o por el mismo 12 si el número es cero), las propiedades del cuadrado son las mismas con dos ventajas: pueden utilizarse cartas en vez de números para dar vistosidad al juego y el resultado final puede interpretarse como una hora del reloj.

El cuadro final, después de las sustituciones, quedaría así:

7	1	10	5
10	4	1	8
2	8	5	12
5	11	8	3

Se comprende que no cambia el resultado final salvo por el resto módulo 12 de la suma total. Una precaución final: sólo debe haber una carta en el cuadrado cuyo valor sea el resultado de la suma final, para que nadie pueda elegir otra con el palo diferente a la predicción.

4. **¿Eres capaz de realizar un cuadrado diferente al de nuestro ejemplo y cuyo resultado seas capaz de predecir?**

Mostraremos el ejemplo ofrecido por Alberto Castaño.

Los valores que se sumen serán 2,11,5 (dos veces), 4 y 9. Sumados dos a dos nunca dan 12 mód. 12. Ahora, para saber la carta mágica hay que resolver la ecuación $2+11+5+5+4+9+4n=n$ mód. 12, que simplificando queda $3n=0$ mód. 12. Por tanto, n puede ser

4, 8 ó 12.Vamos a elegir el 4. El cuadrado quedaría así:

4	6	3	9
9	J	8	2
8	10	7	A
A	3	Q	6

Siguiendo los pasos del truco, la hora siempre va a ser las cuatro.