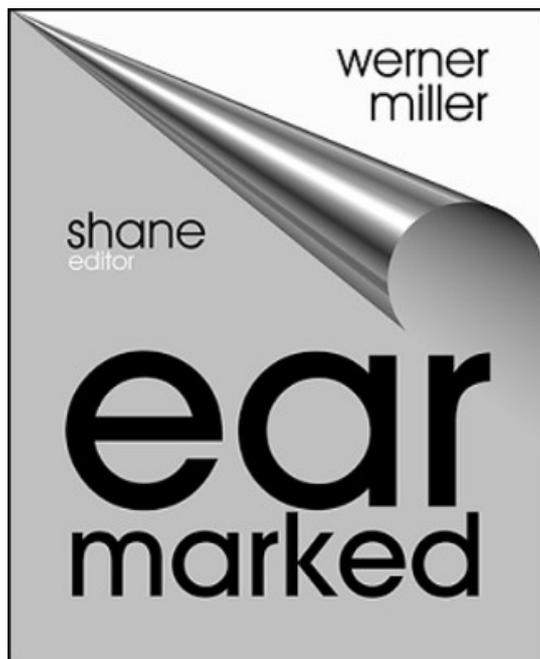


130. (Septiembre 2015) SOLUCIÓN CONCURSO DEL VERANO 2015: Mix mezclado

Escrito por Pedro Alegría (Universidad del País Vasco)
Miércoles 02 de Septiembre de 2015 11:00



A la vuelta del verano y como de costumbre, vamos a explicar el juego que describimos en la entrega anterior, relativo a las propiedades de algunos tipos de mezclas de cartas.

Recordemos que el juego consiste en realizar dos mezclas distintas de forma consecutiva a dos grupos de cartas para conseguir que todas las cartas vuelvan a su orden inicial. Una de ellas es la mezcla Klondike, la cual, como cualquier mezcla, consiste en una permutación del conjunto de cartas, es decir, se trata de una aplicación del conjunto de cartas en sí mismo de modo que sólo altera el orden. El resultado de la permutación se describe en las fórmulas siguientes, según que el número de cartas sea par o impar.

$$K(1, 2, \dots, 2n-1, 2n) = (n, n+1, n-1, n+2, n-2, \dots, 2, 2n-1, 1, 2n);$$

$$K(1, 2, \dots, 2n-1) = (n, n-1, n+1, n-2, n+2, \dots, 2, 2n-2, 1, 2n-1).$$

130. (Septiembre 2015) SOLUCIÓN CONCURSO DEL VERANO 2015: Mix mezclado

Escrito por Pedro Alegría (Universidad del País Vasco)
Miércoles 02 de Septiembre de 2015 11:00

[Con esta forma de escribir, simplemente queremos indicar que, si las cartas están inicialmente en el orden $1, 2, \dots, 2n-1, 2n$, después de la mezcla Klondike quedan en el orden $n, n+1, n-1, n+2, n-2, \dots, 2, 2n-1, 1, 2n$ y de forma similar cuando el número de cartas es impar.]

Las siguientes fórmulas son las correspondientes a la mezcla Monge, donde distinguimos también los casos en que el número de cartas es par o impar:

$$M(1, 2, \dots, 2n-1, 2n) = (2n, 2n-2, 2n-4, \dots, 2, 1, 3, \dots, 2n-3, 2n-1);$$

$$M(1, 2, \dots, 2n-1) = (2n-2, 2n-4, \dots, 2, 1, 3, \dots, 2n-3, 2n-1).$$

Realizar de forma consecutiva una mezcla Klondike y, a continuación, una mezcla Monge consiste en lo que, en Matemáticas, se llama la composición de las dos aplicaciones. Así que el orden final en que han quedado las cartas después de la primera mezcla se convierte en el orden inicial antes de realizar la segunda mezcla. El resultado de la composición obedece a las fórmulas siguientes, otra vez según que el número de cartas sea par o impar:

130. (Septiembre 2015) SOLUCIÓN CONCURSO DEL VERANO 2015: Mix mezclado

Escrito por Pedro Alegría (Universidad del País Vasco)
Miércoles 02 de Septiembre de 2015 11:00

$$M(K(1, 2, \dots, 2n-1, 2n)) = (2n, 2n-1, 2n-2, \dots, 2, 1);$$

$$M(K(1, 2, \dots, 2n-1)) = (1, 2, 3, \dots, 2n-2, 2n-1).$$

¡Ya hemos encontrado la propiedad que buscábamos! *Con un número par de cartas, la secuencia mezcla Klondike-mezcla Monge invierte el orden inicial de las cartas; con un número impar de cartas, la misma secuencia de mezclas vuelve todas las cartas a su posición inicial.*

Esta es la propiedad que citábamos en el número 125 de nuestro rincón ([marzo de 2015](#)) y la que da origen al juego, de título Teamwork, como aparece en el libro "

[Ear Marked](#)

" de

Werner Miller

, no sólo gran conocedor de las propiedades de estas mezclas sino experto en crear juegos de magia utilizando estas propiedades como base.

130. (Septiembre 2015) SOLUCIÓN CONCURSO DEL VERANO 2015: Mix mezclado

Escrito por Pedro Alegría (Universidad del País Vasco)
Miércoles 02 de Septiembre de 2015 11:00

Recordemos ahora la descripción que hacíamos del juego en la entrega anterior.

1.

Busca en la baraja las trece cartas de un mismo palo y ordénalas de menor a mayor para formar un paquete.

2.

Con las cartas en la mano, dorsos hacia arriba, reparte sobre la mesa, de una en una, hasta formar un pequeño montón. No importa el tamaño.

3.

Con las cartas que te quedan en la mano, haz una mezcla Klondike y, a continuación, una mezcla Monge.

4.

Realiza la misma operación con las cartas de la mesa: primero una mezcla Klondike y luego una mezcla Monge.

5.

Seguro que uno de los montones contiene un número par de cartas. ¡A que sí! Coloca ese montón sobre el otro.

Adivina lo que ha pasado: ¡las cartas vuelven a estar ordenadas!

130. (Septiembre 2015) SOLUCIÓN CONCURSO DEL VERANO 2015: Mix mezclado

Escrito por Pedro Alegría (Universidad del País Vasco)
Miércoles 02 de Septiembre de 2015 11:00

Los detalles que permiten aplicar las propiedades que hemos descubierto son los siguientes:

1.

En primer lugar, la descomposición del número impar 13 en dos sumandos produce inevitablemente un número par y un número impar (claro, la suma de dos números pares es par y la suma de dos números impares también es par).

2.

Al repartir sobre la mesa un grupo de cartas, de una en una, se invierte el orden de dicho grupo.

3.

La combinación de mezclas Klondike-Monge invierte el orden del paquete que tiene un número par de cartas pero deja inalterado el orden del paquete que tiene un número impar de cartas.

4.

Al recomponer el paquete par sobre el impar, se devuelve el orden inicial de todo el paquete. ¡No, espera! A simple vista es así, pero la mitad de las veces las cartas han pasado a estar ordenadas de mayor a menor. Esto ocurrirá cuando se reparte sobre la mesa un número impar de cartas. La solución ya no es matemática sino de percepción: al ver las cartas en orden, casi nadie advierte que ahora el orden es inverso.

Siempre esperamos vuestra participación en estos concursos, principalmente para sentir que hay alguien al otro lado de la pantalla del ordenador pero no parece que el verano sea época

propicia para ello. Sin embargo, agradecemos a nuestro fiel concursante Roberto Camponovo su dedicación al problema y su respuesta correcta y bien documentada.

Observaciones finales.

1.

Queríamos buscar también una forma entretenida de presentar el juego ante el público. Lo que propone Werner Miller en su libro me parece lo más adecuado: uno de los paquetes se entrega al mago y el otro al espectador. El mago realiza las mezclas y el espectador imita sus movimientos. Durante el proceso, el mago cuenta sus cartas y, si tiene un número par, entrega su paquete para que el espectador lo coloque sobre el suyo; si tiene un número impar, pide al espectador su paquete y lo coloca sobre el suyo. Al final, todas las cartas, a pesar de ser manejadas por dos personas distintas, han vuelto a su orden inicial.

2.

Está claro que el juego funciona exactamente igual con otra cantidad de cartas, siempre que sea impar. ¿Y si fuera par? Pues también funcionará con pequeñas modificaciones. Una de ellas es que no se reparten sobre la mesa un grupo de cartas sino que se corta el paquete en dos montones. Así ambos tendrán un número par de cartas o ambos tendrán un número impar de cartas. La combinación mezcla Klondike-mezcla Monge deja el orden inicial en ambos montones si son impares o invierte el orden en los dos montones si son pares. Sólo hay que recomponer adecuadamente los dos montones para que todas las cartas vuelvan a su orden inicial.

3.

Si tenemos un poco de curiosidad matemática, quizá nos preguntamos qué pasa si se realizan las mezclas en el orden inverso, es decir si primero hacemos una mezcla Monge y luego una mezcla Klondike. Las fórmulas que se obtienen son las siguientes:

130. (Septiembre 2015) SOLUCIÓN CONCURSO DEL VERANO 2015: Mix mezclado

Escrito por Pedro Alegría (Universidad del País Vasco)

Miércoles 02 de Septiembre de 2015 11:00

$$K(M(1, 2, \dots, 2n-1, 2n)) = (2, 1, 4, 3, 6, 5, \dots, 2n, 2n-1);$$

$$K(M(1, 2, \dots, 2n-1)) = (1, 2, 3, \dots, 2n-2, 2n-1).$$

Descubrimos que, con un número impar de cartas, el orden en que se realizan las mezclas es indiferente. En matemáticas se dice que la composición de estas dos aplicaciones es conmutativa. Sin embargo, la propiedad conmutativa no se cumple con un número par de cartas.

[Pedro Alegría \(Universidad del País Vasco\)](#)