7. Demostración de la fórmula que proporciona el área de un triángulo

Escrito por Alfredo Pérez Jiménez
Domingo 01 de Mayo de 2005 01:00

$$A = \text{Base (b)} \times \text{Altura (h)} / 2$$

De lo que trataremos en este artículo es de demostrar la fórmula, usando para ello ***solamente la Papiroflexia y, por supuesto, el sentido común.***

Partamos de un triángulo cualquiera ABC de base “b” y altura “h” (Fig. 1):

Fig 1

Pleguemos el triángulo según la línea B-B' de la Fig. 2. El punto B' queda determinado al llevar el vértice C sobre un punto del lado AC, que será el único posible. La marca dejada en el papel por el pliegue BB', perpendicular al lado BC, “materializa” la altura “h”

Fig 2

Procedamos a hacer un nuevo pliegue, llevando B hasta B' y llamemos D y E a los puntos en que la línea de pliegue, corta a los lados AB y BC del triángulo. (Fig. 3)

Fig 3

Hagamos unos pliegues más, los DF y EG, de forma similar a como lo hemos hecho en el paso

7. Demostración de la fórmula que proporciona el área de un triángulo

Escrito por Alfredo Pérez Jiménez
Domingo 01 de Mayo de 2005 01:00

anterior, haciendo que sean ahora D y E, los puntos que hagan la función que antes ha hecho B. En esta operación, intervendrán también los vértices A y C, que habrá que hacerlos coincidir con puntos obligados del lado AC.

Obtendremos lo representado en la siguiente figura:

Fig 4

Por último, unamos con sendos pliegues los puntos D y B' y E y B'. En la siguiente figura ya están marcados todos estos pliegues que hemos ido haciendo, excepto el BB', del que podemos prescindir por resultar innecesario para los siguientes razonamientos.

Fig 5

En la siguiente figura se han distinguido en distintos colores, los triángulos parciales que componen el triángulo que estamos estudiando:

Fig. 6

Repasando la forma en que se han hecho los pliegues, es evidente que:

a) Los triángulos DBE y DB'E (amarillos) son idénticos. Lo comprobaremos sencillamente plegando uno sobre otro por la línea DE:

Fig. 6-Am

7. Demostración de la fórmula que proporciona el área de un triángulo

Escrito por Alfredo Pérez Jiménez
Domingo 01 de Mayo de 2005 01:00

b) Los triángulos ADF y B'DF (verdes) son idénticos. Lo comprobaremos sencillamente plegando uno sobre otro por la línea DF:

Fig. 6-Ve

c) Los triángulos CEG y B'EG (azules) son idénticos. Lo comprobaremos sencillamente plegando uno sobre otro por la línea EG:

Fig. 6-Az

Se habrá podido comprobar que los vértices A, B y C, coinciden exactamente en el punto B'.

El área del triángulo básico, es igual a la suma de las áreas de todos los triángulos en que le hemos dividido (Fig. 6) y, puesto que los triángulos de colores más intensos, son iguales respectivamente a los de colores más pálidos de su gama (Figuras. 6- auxiliares), podemos deducir que:

El área del triángulo es igual a dos veces el área del rectángulo FDEG.

(1)

Veamos ahora cual es el área de este rectángulo:

7. Demostración de la fórmula que proporciona el área de un triángulo

Escrito por Alfredo Pérez Jiménez
Domingo 01 de Mayo de 2005 01:00

Su **altura** es igual a $h/2$ por la forma en cómo hemos procedido en la Fig. 3.

En cuanto a su **base**, es muy sencillo deducir que es igual a $b/2$, ya que

Base del rectángulo = $FB' + B'G$ tal como se aprecia claramente en la Fig. 6-Az

La base del triángulo estudiado es igual a:

$b = AF + FB' + B'G + GC$ tal como se ve en la Fig. 6,

y como:

$AF = FB'$ y $B'G = GC$ tal como salta a la vista en la Fig. 6-Az

Tenemos:

$b = 2 (FB' + B'G)$ de donde

Base del rectángulo = $FB' + B'G = b/2$

Por lo tanto, el área del rectángulo, será:

Área del rectángulo = $b/2 * h/2 = b*h/4$

7. Demostración de la fórmula que proporciona el área de un triángulo

Escrito por Alfredo Pérez Jiménez
Domingo 01 de Mayo de 2005 01:00

Y puesto que el área del triángulo que estamos estudiando es el doble de la de este rectángulo (1), bastará con multiplicar esta última expresión por 2, con lo que tendremos

Área del triángulo = $b \cdot h / 2$ = Base x Altura / 2

que es lo que se quería demostrar

NOTA: Una vez asimilada esta demostración, es fácil darse cuenta de que toda ella está contenida en la figura plegada de la imagen 6-Az, la del rectángulo, así como la demostración de que la suma de los tres ángulos de un triángulo es un ángulo llano (ver el artículo [d e enero de 2005](#)).