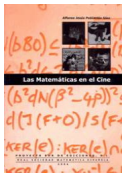
En esta ocasión además de anticipar el contenido matemático de los episodios de ***Numb3rs*** *que Calle 13 tiene previsto para este mes, damos cumplida respuesta a algunas cuestiones que nuestros lectores nos plantean (¡por fin os vais animando!), entre ellas las que tienen que ver con una cadena de números que aparece en otra serie de éxito,*
Perdidos
(Lost) que Tve1 ha emitido de vez en cuando.



Vamos primero con lo más sencillo. Algunos de vosotros tenéis alguna dificultad para conseguir el libro *Las Matemáticas en el cine*, coeditado por Proyecto Sur de Ediciones y la RSME. En efecto hay algunas zonas del país en las que la distribuidora de libros no sirve los pedidos demasiado bien o los libreros no desean entrar en conflicto con otras distribuidoras de la propia región. En ese caso hay varias librerías que sin ningún problema y con bastante rapidez sirven el libro pedido por internet. Se trata de Casa del libro , Librería Catalonia (Barcelona) o Librerías Proteo y Prometeo (Madrid). También la propia editorial Proyecto Sur lo envía aunque no lo tenga anunciado en su página web. Un regalo original para estas Navidades.

Otra cuestión planteada es la “queja” acerca del espacio que se dedica a la serie *Numb3rs* que no todos pueden ver (el canal Calle 13 es de pago). Ciertamente es una lástima que la serie no la emita una cadena generalista, pero no es menos cierto que lo importante son los aspectos matemáticos que contempla, los cuales se describen de manera que no haga falta ver los capítulos para entenderlos (aunque si se siguen, obviamente, mejor), y sobre todo, que sirvan para darnos ideas de cara a elaborar nuestras propias actividades sobre aplicaciones a la vida cotidiana de campos matemáticos que no entran en los currículos de nuestras asignaturas pero que pueden describirse de un modo sencillo. Ese es para mí el aspecto más destacable de la serie (argumentalmente es una de tantas), el esfuerzo por mostrar aplicaciones reales de las matemáticas.

El mes pasado un compañero del IES Sant Quirze del Vallés, Josep Mª Aguadé, nos envió un mensaje indicándonos otra serie televisiva de culto, ***Perdidos****,* que en su segunda temporada

plantea algunos enigmas con la secuencia 4, 8, 15, 16, 23, 42. Para situar al lector no familiarizado con la serie

(mi caso por ejemplo hasta comenzar a redactar esta reseña) hagamos un breve resumen del argumento tomado de una de las abundantes páginas dedicadas a la serie que circulan por internet

El vuelo 815 de una compañía aérea se estrella en una remota isla en medio del océano Pacífico. Los 48 supervivientes se dan cuenta enseguida de que están realmente perdidos a miles de kilómetros de su ruta prevista por lo que es poco probable que sean rescatados. Pronto serán conscientes de que en aquel lugar suceden extraños fenómenos que provocarán en ellos diferentes reacciones y respuestas. Obviamente no faltan las típicas filias y fobias de la convivencia diaria que junto a misteriosas situaciones irán crispando el ambiente hasta extremos inaguantables. (¿No os suena a ***Cube*** (Vincenzo Natali, Canadá, 1997***)***? ¿O a ***El señor de las moscas***
(
Lord of the Flies
, dos versiones una británica de 1963 y otra norteamericana de 1990)?).

Uno de los aciertos de los guionistas ha sido sin duda el no desvelar en los primeros capítulos el trasfondo fantástico de la serie (¿no os suena esto a ***Twin Peaks*** (David Lynch, EE. UU., 1990)?) lo que ha servido para enganchar a muchos aficionados tanto a la ciencia ficción como al misterio y a algún otro que pasaba por el canal correspondiente en ese momento. Y por supuesto el boca a boca junto a una brillante puesta en escena, todo hay que decirlo, ha convertido a esta serie en una más de culto con muchos seguidores en todo el mundo.

Para aderezar un poco más el guiso argumental cada superviviente, como si de los reality tipo Gran Hermano se tratara, tiene un pasado cercano a lo surrealista que los realizadores de la serie nos van introduciendo en pequeñas dosis para que la cosa se alargue ad infinitum (no me gustaría parecer demasiado negativo, pero según voy escribiendo estas líneas me lo voy pareciendo; esto seguramente es fruto de que uno ha visto ya tantas películas y series que seguramente pocas me parecen realmente originales). Además se han ido difundiendo datos en internet sobre elementos ficticios de la serie que se han hecho pasar por reales, como una web de la inexistente compañía aérea del vuelo accidentado, la fundación Hanso o el proyecto Dharma que explica parte de la serie a partir de la segunda temporada. Es en este instante donde surge la citada sucesión (episodio titulado *Números*) a partir de la cual los protagonistas y los televidentes comienzan a asociarla a todo tipo de sucesos tanto de su pasado como de su futuro.

Y aquí es donde los guionistas juegan con todos, haciendo aparecer esos números, combinaciones y operaciones con ellos en todas partes, dando a entender que éstos esconden más de lo que parece, algo así como “la sucesión que rige el destino del mundo”. Como casi siempre en este tipo de películas, la persona que los descubre acaba recluido en un sanatorio mental. Y no me extraña.

En la película **Pi (Fe en el Caos**) (Darren Aronofsky, EE. UU., 1998) el matemático Max Cohen cree haber encontrado un patrón universal que rige cualquier aspecto sobre la Tierra. Este patrón se basa en una cadena de 216 números que aparecen en los decimales de π, que explicarían las fluctuaciones de la Bolsa ya que su ordenador los obtiene también estudiando ese asunto, que describirían la esencia de Dios según una secta judía y que aparece en la Torah, su libro sagrado, etc. Al hablarlo con su profesor, éste le explica:
“*Si te empeñas en encontrar el 216, lo encontrarás por todas partes. Habrá 216 pasos desde la esquina hasta la puerta de tu casa y el ascensor tardará 216 segundos en llegar a tu piso. Cuando tu mente se obsesiona con cualquier cosa, deshechas todo lo demás y sólo eres capaz de ver esa cosa. 320, 450, 22 o 10. Tú has elegido el 216 y lo encontrarás por toda la Naturaleza. Escucha: en el momento que descartas el rigor científico dejas de ser un matemático para convertirte en un numerólogo* ”.

En el libro de Martin Gardner, *Los mágicos números del Dr. Matrix*, editado en nuestro país por Gedisa, podemos encontrar el número 666, por ejemplo, ya sabéis, el número de la Bestia, aparece por todas partes, pero eso no es lo importante. Lo importante es que aunque no aparezca, lo podemos hacer surgir sin más que elegir convenientemente el sistema sobre el que contar. Y no sólo el 666, sino CUALQUIER número. Y hay muchos personajes que se ganan la vida engañando con este tipo de cosas a los demás con fantasías bastante burdas. ¿Por qué siempre se molestan en buscar el 666? ¿Por qué no tratan de buscar algún procedimiento para generar los números primos, que esos sí aparecen “misteriosamente” en todas partes (teorema fundamental de la aritmética)? ¿O la ley que rija la aparición de los primos gemelos? No, eso no interesa, ¿verdad? No es fácil, y sobre todo, no da dinero. Pues eso quizá nos aportara claves más trascendentes que toda la bazofia que nos largan. Me viene a la cabeza un reportaje de este pasado mes de noviembre, en el programa Cuarto Milenio, en el que se iba a hablar del otrora popular Triángulo de las Bermudas. A todos nos llaman la atención los misterios, y me dispuse a verlo tratando de ponerme al día sobre el tema, a ver si siguen desapareciendo barcos y aviones. El presentador introdujo el asunto mostrando algunos de los libros que fueron éxitos de venta en los pasados setenta. Yo mismo he leído algunos. ¿Y qué se comentó en el reportaje? Los mismos casos que contaban esos libros antiguos acompañados de alguna que otra afirmación (más bien preguntas) un tanto demenciales. Sólo faltó decir que no es casualidad que la zona describa un triángulo, el polígono más sencillo, el símbolo de Dios, la Santísima Trinidad, (los tres mosqueteros y las tres mellizas, añado yo) y bla, bla, bla. Al final se explicaba todo. Aquello era una excusa para presentar la enésima serie

sobre el tema que la cadena iba a programar la semana siguiente.

Habiendo dejado clara por tanto mi postura (y creo que la de cualquiera con dos dedos de frente) sobre cualquier interpretación seudo-para-normal, volvamos a la sucesión de *Perdidos*. Las sucesiones numéricas constituyen una mina en la generación de juegos y problemas (incluso aparecen en tests elaborados por sesudos psicólogos). Uno de estos juegos consiste en continuar una sucesión numérica, encontrar el patrón que la genera. Desde el punto de vista matemático, sin ningún dato adicional que convierta a la sucesión en única, esto no tiene ningún sentido, ya que aunque conozcamos cinco, veinte o tres mil términos de una sucesión, ésta no tiene por qué continuar como aparentemente se deduce de una cantidad finita de ellos. Por ejemplo si nos preguntan sobre qué número sigue a los siguientes

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55

probablemente digamos que 89 porque cada número parece ser la suma de los dos precedentes (**sucesión de Fibonacci**). ¿Qué diría el psicólogo encargado de evaluar un test en el que no se dé ninguna posible respuesta a un señor que responda 91? Diría que está mal cuando en realidad, la persona habría respondido conforme a otro modelo, el del menor entero mayor o igual que $e^{n/2-1}$ (o dicho de otro modo, $[e^{(x-1)/2}]$, donde [x] es la parte entera de x). Calculándolo con DERIVE tendremos que VECTOR(CEILING(SQRT(e^(n–2))), n, 1, 12) se simplifica a [1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 91, 149] (sucesión A005181 de Sloane). Y no es un caso patológico, habría centenares de sucesiones. Esto está indicado en un resultado conocido como
Ley fuerte de los pequeños números
(
Strong Law of Small Numbers,
Gardner 1980, Guy 1990
)
, que indica que no hay suficientes números pequeños para cumplir los muchos requisitos que se les impongan, por lo que aparentes regularidades con números pequeños no son más que meras coincidencias. Por cierto he citado a
Neil J. A. Sloane
. Este matemático e informático comenzó en 1993 la publicación de una notable
Enciclopedia de Sucesiones de números Enteros
en la que incluía unas 5500 sucesiones diferentes. Desde entonces ha ido incrementando exponencialmente su número gracias a colaboraciones de amigos, compañeros y cualquier persona que quiera enviarle alguna nueva con algún motivo justificado. En la red tiene un enlace a
The On-Line Enciclopedia of Integer Sequences
. Si escribimos nuestra sucesión, aparecen dos resultados:

Sucesión A104101.- Los Números de "Perdidos"

Estos números son el argumento central de la serie de televisión "Perdidos" en los episodios 18 y 101. Otro numero de la sucesión, quizá el siguiente, es el 540: el número de días que dos personas están en la estación 3: 4+8+15+16+23+42 = 108 x 5 = 540.. De acuerdo con el guión de la serie, 108 no es parte de la sucesión, sólo es la suma de los términos conocidos. Y después hay varios enlaces a otras páginas en los que se vuelve a elucubrar sobre la serie, y otras sucesiones con las que tiene relación.

Sucesión A122115.- $a(n) = a(n-1) + a(n-3) + a(n-5)$ para $n > 2$.

-3, -1, **4, 8, 15, 16, 23, 42**, 66, 104, 162, 251, 397, 625, 980, 1539, 2415, 3792, 5956, 9351, …

Yo no me he resistido a meter el lápiz (bueno el ordenador) y he calculado el polinomio interpolador que tiene como datos los valores, 4, 8, 15, 16, 23, 42, para los nodos 1, 2, 3 ,4, 5, 6, respectivamente. Esto nos da un polinomio de grado 5:

$$-\frac{9x^5-170x^4+1175x^3-3670x^2+4896x-2400}{40}$$

Con él, el siguiente término sería el 46, y a partir de ahí todos valores negativos, pero podemos tomar el polinomio en valor absoluto y arreglado. Seguiría entonces con 52, 426, 1364, 3295, 6816, … Lo único que me ha llamado la atención es que cualquier valor que le dé al polinomio me devuelve siempre un valor entero (atención otra vez a los amantes de lo oculto, esto es curioso, pero no excepcional; hay muchos polinomios racionales tales que al sustituir valores enteros, nos devuelve siempre un entero). ¿Os animáis a demostrar que o bien esto es cierto en general, o a buscar un contraejemplo que lo contradiga? ¡Hala, ejercicio para las Navidades!

En todo caso, estoy completamente de acuerdo con Josep: ejemplos como éste pueden motivar a los alumnos a trabajar con conceptos matemáticos de interés, pero eso sí, sin que

nos acaben obsesionando.

EPISODIOS DE NUMB3RS PROGRAMADOS ESTE MES EN CALLE 13

Os recordamos que la fecha de emisión son los lunes que se indican en cada episodio a las 22:20, pero que cada uno se vuelve a emitir tres veces más: los martes de la misma semana a las 17:45, y los sábados a la 21:30 y los domingos a las 15:30, éstos de la semana siguiente.

2.10.- Tóxicos (*Toxin***)** (4 – 12 – 2006)

Argumento: Después de que dos personas estuvieran a punto de morir envenenados, Don descubre que alguien está adulterando medicamentos. Don piensa que podría ser un ex-empleado de la compañía farmacéutica.

Aspectos Matemáticos: Criptoanálisis (descifrado de códigos) y teoría de la información, entropía, el problema de los puentes de Königsberg (teoría de grafos), árboles de Steiner.

El FBI encuentra un bloc de notas del sospechoso con algunos mensajes escritos en clave, aunque sin especificar ésta. Inicialmente los agentes conjeturan que podrían contener algún número de teléfono (aparecen diez dígitos en uno de los mensajes) que pudiera llevarles a descubrir a un misterioso cómplice del envenenador. Don sugiere poner a trabajar los ordenadores del departamento para descifrar el texto, mientras que su hermano Charlie propone un análisis basado en conceptos de **teoría de la información**. Charlie explica que para descifrar un texto en clave como el que han encontrado (basado en el método de sustitución: desplazar las letras del mensaje original una cantidad constante sustituyendo cada una por la que corresponda según esa cantidad) conviene tener un buen conocimiento del idioma (en este caso del inglés). Esto es debido a que en cada idioma hay letras que aparecen con más frecuencia que otras (por ejemplo, “a”, “o”, “s”, se utilizan más que “x”, “q”, “z”). Del mismo modo hay palabras que se utilizan más (artículos, preposiciones) que otras, o parejas de letras (diptongos, por ejemplo) que se combinan mucho más que otras. Un análisis de las frecuencias de aparición puede ser determinante.

En concreto el mensaje encontrado es

XJEW EMF WJFKF UQGGK WJEW ZQGG?

y posteriormente se intercepta

XJC QK WJF QAWFASFS HQIWQP?

Charlie propone utilizar la misma clave en ambos casos. Tratad de descifrarlo antes de ver el capítulo. Como pista puede utilizarse algo tan obvio como es que ambas son preguntas y por tanto las frases empiezan con alguno de los típicos pronombres interrogativos del inglés. La verdad es que descifrar las frases anteriores para personas que tienen cierta soltura (en algunos periódicos aparecen cifrados como éstos en la sección de pasatiempos) no es demasiado complicado. Estos malhechores son un tanto ingenuos si pretenden que estas instrucciones permanezcan ocultas con un cifrado como el que utilizan. Una vez conocida la clave, los agentes escribirán un mensaje trampa para tratar de descubrir al cómplice que aún no conocen.

La teoría de la información, desarrollada por el ingeniero y matemático Claude Elwood Shannon (1916-2001), es la base del encriptado y descifrado de códigos. Basándose en las leyes de Boole y las leyes de la lógica, diseñó circuitos digitales. Trabajo en los laboratorios Bell y posteriormente en el MIT (Instituto Tecnológico de Massachussets, puntera y emblemática universidad privada norteamericana), siendo uno de los primeros en utilizar los *bit s* como unidad de información así como técnicas de *Inteligencia Artificial*. En este enlace podéis encontrar más datos sobre su vida y su trabajo.

Charlie también sugiere utilizar el concepto de **entropía** esperada (concepto definido precisamente por Shannon en 1948) para hacer una estimación de la dificultad que podría

tener descifrar esos mensajes. En criptografía la entropía mide la cantidad de “incertidumbre” utilizando distribuciones de probabilidad. A mayor entropía, más difícil resultará la tarea. Si todos los elementos tienen la misma probabilidad de aparecer, la entropía es máxima, mientras que si unos tiene más probabilidad que otros (como en el caso de las letras de un texto de un idioma como se comentó anteriormente) la entropía se hace menor, y las posibilidades de descifrarlo aumentan. En general la entropía esperada de que un determinado dígito aparezca dentro de un conjunto de cifras viene dada por la expresión

$$p(n)\ (-\log_2 p(n)),$$

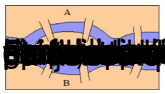
siendo p(n) la probabilidad de que ese dígito aparezca. Si lo que se analizan son varios códigos, la entropía es la suma de cada uno de ellos. Se utiliza habitualmente el logaritmo en base 2, y entonces la entropía se mide en bits. Por ejemplo, el lanzamiento de una moneda al aire para ver si sale cara o cruz (dos estados con probabilidad 0.5), tiene una entropía:

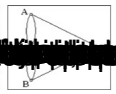
$$H = 0.5\ (-\log_2(0.5)) + 0.5\ (-\log_2(0.5)) = 0.5 \log_2(2) + 0.5 \log_2(2) = 0.5 + 0.5 = 1 \text{ bit.}$$

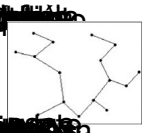
La entropía tiene mucha importancia en la ciencia en campos como la biología, la física, la química, etc.

Charlie también menciona el famoso problema de los siete puentes de Köningsberg como ejemplo para indicar cómo seguir el rastro del envenenador. Como es sabido el problema lo resolvió Leonhard Euler (1707 – 1783) con un argumento que originó el posterior desarrollo de la teoría de grafos, teoría aplicable a la resolución de multitud de problemas y situaciones reales en los más diversos campos. En la red uno puede encontrar infinidad de páginas dedicadas a la teoría de grafos, incluso apuntes completos para seguir cursos tanto de introducción como avanzados.

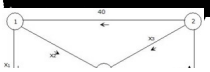
A modo de resumen, el problema consistía en lo siguiente. La ciudad de Köningsberg estaba dividida en cuatro zonas por el río Pregel. Estas zonas se conectaban en la época de Euler por siete puentes tal y como aparecen en el dibujo.







[redacted]



Nodo	Entran	Salen	Ecuación
1	40	$x_1 + x_2$	$x_1 + x_2 = 40$

[redacted]