

¿Qué relación tiene el comportamiento de los mercados financieros y los activos riesgosos con las leyes de la termodinámica, la entropía o las teorías de Einstein? En este artículo se exponen de manera elemental algunas de las ideas básicas del modelo matemático para la valuación de instrumentos financieros que permitió a uno de sus creadores obtener el Premio Nobel de Economía: el modelo de Black y Scholes. La presentación, de carácter informal, fue adaptada de un texto que se titula *La matemática de las finanzas*; en especial de su primera parte, *Paseos por el mercado*.

1. Los laboriosos embriones del pensamiento

En su célebre *Filosofía de la composición*, el genial Edgar Allan Poe cuenta la forma en que compuso su poema *El cuervo*, una de las obras más perfectas en la literatura de todos los tiempos. Su intención se resume en un párrafo que acaso pueda sorprender al lector desprevenido:

Mi deseo es demostrar que ningún punto de la composición puede ser atribuido a la casualidad o la intuición, y que la obra ha marchado, paso a paso, hacia su solución con la precisión y rigurosa lógica de un problema matemático.

A tales fines, explica sus primeras consideraciones, referidas al hecho de producir un efecto; más precisamente, muestra de qué forma su anhelo de transmitir la más pura Belleza lo llevó a establecer que su trabajo se iba a desenvolver en torno a un estribillo, una fórmula breve destinada a la conclusión de cada estrofa. Llegado este punto, dice Poe:

En tal investigación, hubiese sido absolutamente imposible no elegir nevermore, [...] El
, nunca más

33. (Diciembre 2007) Un cuervo en el mundo de las finanzas

Escrito por Pablo Amster

Sábado 01 de Diciembre de 2007 16:53

desideratum siguiente *fué: ¿cuál* *será el*
pretexto elegido *para emplear*
continuamente *las palabras*
nunca más
?

A partir de allí, lo que sigue es el resultado de dejar que se desencadenen las consecuencias naturales de esta elección inicial. Algo similar planteó el sabio Maimónides en su interpretación del texto bíblico del Génesis: por ejemplo, cuando se lee que el mundo ha sido creado en siete días, en verdad debe entenderse que hay un solo acto de creación, el del comienzo. En el comienzo Dios puso en marcha el espacio y el tiempo; lo demás es puro florecimiento, desarrollo de la obra ya hecha.

El caso que presenta Poe es bastante ilustrativo. El clima producido por su estribillo, dice, no puede sino responder a los pesares de un enamorado que ha perdido a su amada; la aparición repentina del pájaro le proporciona una distracción, casi un alivio para sus lóbregos pensamientos. Los dos seres mantienen un diálogo que al comienzo muestra una incoherencia tosca, animal:

Dime: ¿Cuál tu nombre, cuál
en el reino plutoniano de la noche y de la niebla...?
Dijo el cuervo: "Nunca más".

Sin embargo, las sucesivas preguntas van socavando en las respuestas del ave, cada vez más certeras, de modo tal que los ánimos del amante comienzan a inquietarse. El joven adquiere la conciencia de que su amada ha muerto; por fin, con la esperanza última de poder reunirse con ella cuanto menos en otra vida, el desesperado pregunta si volverá a estrechar en su seno a la amada Leonora. Inexorable, el ave grazna una seca respuesta: *nevermore*¹.

Un clima tan melancólico puede parecer un oscuro

33. (Diciembre 2007) Un cuervo en el mundo de las finanzas

Escrito por Pablo Amster
Sábado 01 de Diciembre de 2007 16:53

presagio para presentar un modelo matemático para las finanzas. En efecto, quizá nuestra primera imagen sea la de un preocupado inversionista que plantea una angustiosa pregunta para encontrarse con el invariable estribillo:

¿Volveré a ver a mi dinero? *Nevermore.*

Sin embargo, el modelo que vamos a comentar goza de una amplia popularidad, más allá de las eventuales preocupaciones que aquejan a quienes juegan en esto su dinero.

Muchas obras artísticas se desarrollan tal como lo describe Poe, de atrás hacia delante. La Matemática, para muchos un Arte, no escapa a esta regla: en particular, la ecuación que se deduce del problema financiero de valuación de opciones supone, en algún sentido, un tiempo *que se recorre hacia atrás*². No llegaremos al extremo de decir que su desarrollo sigue “la precisión y rigurosa lógica de un problema literario”, aunque permite dar una buena descripción de lo que significa un modelo. En esto los matemáticos suelen mostrarse bien dispuestos, aunque eso no siempre ocurre con todo el mundo. Al menos según la opinión de Poe:

*Muchos literatos, particularmente los poetas, gustan de dejar entender que componen gracias a una especie de sutil frenesí, o de una intuición estática, y verdaderamente se estremecerían si se vieran obligados a permitir al público que lanzara una mirada detrás de la escena, y que contemplara los laboriosos e indecisos embriones del pensamiento...*³

2. El que no arriesga, no gana

Muchas de las grandes ideas comienzan con un puñado de observaciones triviales. Y, dado que existe un número mucho mayor

33. (Diciembre 2007) Un cuervo en el mundo de las finanzas

Escrito por Pablo Amster

Sábado 01 de Diciembre de 2007 16:53

de trivialidades que de grandes ideas, vale la pena describir los pasos que llevaron a la deducción de la ecuación de Black-Scholes, una de las fórmulas más celebradas en Finanzas durante las últimas tres o cuatro décadas. Este recorrido nos llevará a hablar del concepto de *riesgo*, así como de las formas que los inversores han ideado para cubrirse del mismo: los derivados financieros y la teoría de portafolios.

En nuestro caso, las observaciones triviales se resumen en dos principios elementales, que podemos formular de la siguiente manera:

Principio 1: \$1 hoy vale más que \$1 mañana.
Principio 2: \$1 seguro vale más que \$1 riesgoso.

El primer principio brinda la base de lo que se entiende por *invertir*: toda inversión debe suponer un *retorno*, que representa una medida relativa del incremento del capital con el tiempo. El segundo principio nos dice cómo debe ser ese retorno según el riesgo que la inversión entrañe. La idea es clara; si la inversión es riesgosa, es razonable esperar que el retorno sea mayor: en algún sentido, se trata de una compensación por el riesgo. La teoría de portafolios de Markowitz, que motivó otro premio Nobel, consiste en maximizar el retorno de una cartera compuesta por diferentes activos manteniendo constante el nivel de riesgo.

Finalmente, mencionaremos un supuesto fundamental sobre los mercados, el de *no arbitraje*, que intuitivamente postula que no existe una "máquina de hacer dinero". Pensemos en lo que ocurriría por ejemplo si una persona pudiera pedir un préstamo a una tasa del 5% anual, y a su vez prestar a una tasa del 6%: no hacen falta muchos cálculos para descubrir una estrategia que la transforme en millonaria sin correr el menor riesgo. En efecto, si pide

33. (Diciembre 2007) Un cuervo en el mundo de las finanzas

Escrito por Pablo Amster

Sábado 01 de Diciembre de 2007 16:53

prestada una cantidad, digamos \$100, y la presta inmediatamente, al cabo de un año obtendrá una ganancia neta de \$1; si repite este procedimiento se hará de grandes ganancias mientras disfruta de su pasatiempo favorito. Se asume que el mercado no ofrece tales oportunidades; aunque en realidad algunas veces ello ocurre y algunos inversores se llenan los bolsillos, dichas oportunidades no son permanentes: enseguida el mercado vuelve a equilibrarse.

3. Activos hiperactivos

Hemos hablado de *riesgo*, lo cual parece involucrar de alguna forma al azar. Y esto es más que una asociación casual, por no decir *azarosa*: los modelos que se emplean para describir el comportamiento de los mercados postulan que los precios siguen un *proceso estocástico*, vale decir, un proceso en el cual los valores futuros no se pueden determinar con exactitud por más que se conozcan los valores en el presente. Más específicamente, se trata en este caso del mismo tipo de proceso que rige el choque de las partículas en un fluido, que se hizo célebre a través de los trabajos de Einstein de 1905: el *movimiento browniano*.

Esto, que parece un contrasentido (una ley que rige un comportamiento azaroso) puede entenderse mejor si comenzamos por una versión más sencilla, denominada *paseo al azar*:

partiendo de una posición inicial nos movemos cada vez un paso hacia arriba o hacia abajo, según salgan cara o ceca las sucesivas tiradas de una moneda. Si ahora pensamos que las tiradas se producen a intervalos muy cortos de tiempo (y la longitud de los "pasos" es cada vez más pequeña), el resultado de este proceso va a presentar más o menos el siguiente aspecto:

33. (Diciembre 2007) Un cuervo en el mundo de las finanzas

Escrito por Pablo Amster

Sábado 01 de Diciembre de 2007 16:53

De allí a hablar de las leyes de la termodinámica, o de la entropía, hay un corto paso: basta decir que las ecuaciones que provienen de este modelo se transforman en una fórmula clásica de la Física, conocida como *ecuación del calor*. Esto no parece tan mal, si se piensa en la actividad febril que se observa en algunos mercados.

Cabe destacar que las primeras publicaciones sobre estos asuntos no fueron las de Einstein, sino de un matemático francés llamado Bachelier, cuya tesis doctoral de 1900 llevó un sugestivo título: *Teoría de la especulación*. Sin embargo, la aplicación de procesos como el movimiento browniano a las finanzas cayó en el olvido por unas cuantas décadas, al menos hasta los años cincuenta, cuando mediante estudios estadísticos se estableció que los precios de los activos fluctúan al azar ⁵.

La medida de la variabilidad instantánea en dichos precios se determina por medio de una cantidad cuyo nombre escuchamos muy a menudo: la v

volatilidad

. En un mercado de baja volatilidad, los precios tienden naturalmente a subir; a medida que la volatilidad aumenta, tal tendencia se ve cada vez más afectada por una componente riesgosa, que posibilita subas o bajas inesperadas. Esta idea permitió plantear

las hipótesis de *mercado eficiente*

, que resultaron decisivas en la fórmula dada en 1973 por Black y Scholes para la valuación de opciones y otros derivados.

4. Si de optar se trata...

Hemos mencionado a los *derivados*, que son instrumentos financieros cuyo valor depende (se “deriva”) del valor de otro activo, denominado

subyacente

. Entre ellos, uno de los más conocidos es la *opción*

, un contrato que da derecho a su poseedor a comprar o vender cierto activo por un precio establecido, en determinada fecha futura

33. (Diciembre 2007) Un cuervo en el mundo de las finanzas

Escrito por Pablo Amster

Sábado 01 de Diciembre de 2007 16:53

6

Le da el derecho de hacerlo... siempre que le convenga: de esta forma, el poseedor de una opción que implicaría comprar o vender directamente el activo. Por ejemplo, el poseedor de una opción de compra o

call

por \$10 sobre una acción de cierta compañía para el 20 de octubre de 2005, al llegar esta fecha determina si ejerce o no la opción en función de lo que valga el activo. Si vale por ejemplo \$ 11, entonces conviene ejercer, pues la opción da el derecho a comprarla a \$10; en cambio, si la acción vale \$ 9 la opción no se ejerce, y toda la pérdida se reduce al precio pagado por adquirirla. De esta forma, las opciones pueden pensarse como una manera de transferir riesgo de unos a otros. El problema es: ¿cómo se calcula el precio de un contrato así?

Aquí entra en juego el desarrollo de Black y Scholes, basado en el comportamiento de los activos esbozado en la sección anterior.

Lo que se propone es una estrategia denominada *hedging*, que consiste en construir un portafolio *libre de riesgo*, vale decir, insensible a las subas o bajas del activo subyacente. La estrategia es instantánea: para mantener el portafolio se requiere en todo momento comprar o vender opciones y unidades del activo. Ahora bien, esto no significa que deba uno correr de un lado a otro del mercado comprando y vendiendo como un desafortunado: la definición de este portafolio es puramente teórica, y no tiene otro fin que el de permitir deducir una fórmula "justa" para valorar la opción. Dicho y hecho: la construcción, sumada a la hipótesis de no arbitraje, conduce por medio de una deducción matemática a la obtención de la preciada fórmula, estrella indiscutida de las finanzas en los últimos tiempos. Hoy los operadores tienen en sus computadoras programas capaces de calcular en un momento el precio Black-Scholes de opciones con diferentes fechas y precios de ejercicio, a partir de los precios actuales del activo. La conclusión es notable, en especial si se tiene en cuenta que hemos partido de unos pocos principios elementales y, claro está, unos paseos de lo más azarosos.

Notas:

33. (Diciembre 2007) Un cuervo en el mundo de las finanzas

Escrito por Pablo Amster

Sábado 01 de Diciembre de 2007 16:53

¹ De este modo, el poema proporciona un magnífico ejemplo de un proceder que no deja de ser frecuente en la actividad científica: conociendo de antemano la respuesta, se trata de reformular la pregunta. Esto entraña el riesgo de caer en los excesos de Procusto, quien adaptaba a todos a la medida de su lecho por medio de un método infalible, aunque algo reprochable: estirar a quienes quedaban cortos, y cortar los pies de quienes eran demasiado largos. También cabe aplicar aquí la frase que constituyó una burla del filósofo inglés John Locke hacia el dogmatismo: *si la realidad no coincide con mis palabras, peor para la realidad*.

² La idea no parece muy distinta a las descripciones que hace Lewis Carroll del curioso mundo que encuentra Alicia en *A través del espejo*. Por ejemplo, en el capítulo *Lana y agua* se explican algunos incisos de su controvertido sistema judicial:

Ahora está en prisión, condenado, y el proceso no empezará hasta el miércoles próximo. Naturalmente, el crimen viene al final.

³ Ya que hemos comparado la creación literaria con la actividad matemática, vale la pena recordar una anécdota del gran matemático alemán David Hilbert. Se cuenta que uno de sus alumnos abandonó su curso sin previo aviso. Cuando preguntó por él, le dijeron que había dejado la matemática para dedicarse a la poesía, a lo que Hilbert respondió: "Siempre pensé que le faltaba imaginación para ser matemático".

⁴ Más precisamente, el modelo establece que la longitud del paso debe ser proporcional a la raíz cuadrada de la medida del intervalo temporal. Sin embargo, las razones

33. (Diciembre 2007) Un cuervo en el mundo de las finanzas

Escrito por Pablo Amster

Sábado 01 de Diciembre de 2007 16:53

de esta elección escapan a los alcances

de esta nota.

⁵ Quizás parezca excesivo plantear que los precios de los activos fluctúan al azar; sin embargo, existen diversos argumentos a favor de estos modelos. En el fondo, podemos decir que los matemáticos no están en desacuerdo con lo que plantea Alejandro Dumas en su relato histórico *Murat*:

Los resultados más importantes los producen, a veces, causas tan mínimas que se podría creer que Dios y Satanás se juegan la vida y la muerte de los hombres a los dados y abandonan al azar el auge y la caída de los imperios.

⁶ En realidad, esta descripción corresponde a la denominada *opción europea*, que sólo puede ser ejercida en su fecha de expiración. En cambio, la *opción americana* puede ejercerse en cualquier momento hasta dicha fecha. Como es de esperar, el tratamiento matemático de esta última resulta más complejo.