

26. (Marzo 2007) Edgar Allan Poe y la matemática en Creta

Escrito por Pablo Amster

Jueves 01 de Marzo de 2007 16:20

Logic is the Art of going wrong with confidence
(Anonymus)

La más remota contribución a la lógica matemática de nuestro
siglo vino de boca de un poeta. Corría el siglo VI A.C cuando
Epiménides, poeta cretense, anunció a la posteridad que

Todos los cretenses son mentirosos.

Esta afirmación fue objeto de variadas muestras de recelo,
no tanto hacia el poeta sino más bien hacia el cretense: si todos
mienten, ¿cómo podría la afirmación de Epiménides
ser verdadera? Algo similar ocurre con Pessoa,
quien en su "Autopsicografía" escribe:

El poeta es un fingidor.

Dos poetas, uno cretense y portugués el otro (o más
bien los otros), han prefigurado uno de los más notables
logros de la lógica moderna: el Teorema de Incompletitud de Gödel.
El hecho es que cada escritor crea a sus precursores.
Su labor modifica nuestra concepción del pasado, como ha de modificar
el futuro. (J.L.Borges, Kafka y sus precursores. En "Otras
Inquisiciones")

La paradoja de Epiménides no es una paradoja; apenas una mentira. Si
todos los poetas son fingidores, entonces lo es Pessoa,
y nada de lo que finge es verdadero, aunque

Finge tan completamente

26. (Marzo 2007) Edgar Allan Poe y la matemática en Creta

Escrito por Pablo Amster

Jueves 01 de Marzo de 2007 16:20

que hasta finge que es dolor
el dolor que en verdad siente.

Cuanto menos, resulta falsa la universal afirmativa de que
todos los poetas mienten siempre; podemos concluir sin
contradecirnos que no todos los poetas mienten, aunque sí lo hace
Pessoa. Y ésta muestra que la paradoja de Epiménides
no es una paradoja, apenas una mentira. Sin embargo, se acepta que
la paradoja se llame paradoja y que prefigure a Gödel, porque
admite una forma mucho más simple, mucho más acabada:

Miento.

Si digo la verdad, miento, mientras que si miento digo la verdad. Hay
quien propuso "Hablo, miento" para compararla con el Pienso,
soy cartesiano. Hay quien propuso "Estoy
mintiendo", porque entonces no existe la necesidad de formular
juicio alguno acerca de las otras oraciones proferidas por nuestro
poco confiable parlante.

La paradoja de Epiménides o de Pessoa es un apacible juego de
palabras; ¿cómo puede un apacible juego prefigurar a un lógico
serio como Gödel?

Ts'ui Pen diría una vez: Me retiro a escribir un libro. Y otra:
Me retiro a construir un laberinto. Todos imaginaron dos obras;
nadie pensó que libro y laberinto eran un mismo objeto. (J.L.Borges, El
jardín de senderos que se bifurcan. En "Ficciones")

Borges finge un laberinto, quizás uno tan grande como el laberinto de la
isla de Creta. En una de sus ficciones propone

26. (Marzo 2007) Edgar Allan Poe y la matemática en Creta

Escrito por Pablo Amster

Jueves 01 de Marzo de 2007 16:20

una red creciente y vertiginosa de tiempos divergentes,
convergentes y paralelos. Esa trama de tiempos que se aproximan,
se bifurcan, se cortan o que secularmente se ignoran, abarca todas
las posibilidades. No existimos en la mayoría de esos
tiempos; en algunos existe usted y no yo; en otros, yo, no usted; en
otros, los dos.

El jardín de Borges es un apacible jardín de
senderos que se bifurcan; ¿cómo puede un apacible jardín prefigurar
a una desapacible ciencia? Tomemos por ejemplo a la
mecánica cuántica, que en una de sus no-ficciones propone

La trayectoria de las configuraciones de la memoria de un
observador que realiza una serie de mediciones no es una
secuencia lineal de configuraciones de la memoria sino un árbol
ramificado ("branching tree"), con todos los
resultados posibles que existen simultáneamente. (Everett, Relative
State formulation of Quantum Mechanics)

¿Es válido suponer que un texto de Borges es más ficticio
que un texto científico?

El hecho es que Gödel crea a sus precursores. Crea
a Epiménides, y transforma a su paradoja en Minotauro. Poco antes otro
minotauro, encontrado por Russell, había hecho
tambalear las bases mismas de la Matemática: una nueva Babel.
Ciertamente, los matemáticos dejaron entonces de entenderse entre sí y
fundaron diversas escuelas: logicismo, formalismo,
intuicionismo. El propio Russell intentó reparar los efectos de su pavoroso
descubrimiento y se abocó a la tarea de soñar la
Matemática.

26. (Marzo 2007) Edgar Allan Poe y la matemática en Creta

Escrito por Pablo Amster

Jueves 01 de Marzo de 2007 16:20

El propósito que lo guiaba no era imposible, aunque sí sobrenatural.
Quería soñar un hombre: quería soñarlo
con integridad minuciosa e imponerlo a la realidad. Ese proyecto
mágico había agotado el espacio entero de su alma; si alguien le
hubiera preguntado su propio nombre o cualquier rasgo de
su vida anterior, no habría acertado a responder. (J.L.Borges, Las ruinas
circulares. En "Ficciones")

Pero la realidad no se dejó imponer un librero tan
voluminoso como los Principia Mathematica, cuya integridad minuciosa
obliga a recorrer 362 páginas antes de ver
demostrado el fecundo hecho de que $1+1=2$. Como sea, Russell agotó el
espacio entero de su alma para expulsar al minotauro de ese
otro laberinto creado a tal fin, la teoría de tipos, con sus múltiples
niveles de lenguaje, metalenguaje y metametalenguaje.
El buen monstruo, algo aturdido, pasó a conformarse con tomar
ubicación en lo que Russell propuso como realidad extramatemática
o extralógica. Sin embargo, en un famoso artículo de 1931
Gödel muestra que dicha "realidad extramatemática" contiene
verdades matemáticas: se trata de las proposiciones
indecidibles, enunciados que son verdaderos pero no pueden
demostrarse. Más aun, ésto no ocurre sólo con los
Principia sino con cualquier sistema destinado a describir a la Aritmética,
lo que reveló que el propósito que guiaba a Russell no
era sobrenatural, aunque sí imposible.

El resultado de Gödel estaba prefigurado por Epiménides, aunque
es un hecho que Gödel crea a sus precursores. Un
minotauro encerrado en un laberinto sólo es capaz de inquietar a las siete
parejas de jóvenes que se internan, año tras año,
por sus senderos. El recurso de Russell había sido
suponer a la realidad matemática o lógica completamente ajena al
laberinto, puesto que ya había adivinado la imposibilidad
de un Teseo. El recurso de Gödel es más realista, pues comprendió
de inmediato que la Mathematica excede a los Principia.
Por eso se propone una tarea inesperada, sorprendente: no asesinar
al minotauro, sino seducirlo. Seducirlo, domesticarlo y liberarlo, permitirle
pastar en el campo matemático. El teorema de
Gödel no es otra cosa que una formulación sumamente ingeniosa de la
paradoja de Epiménides dentro del lenguaje formal: para evitar la
contradicción, que acarrearía a la destructiva inconsistencia,
se establece una distinción entre los conceptos de

26. (Marzo 2007) Edgar Allan Poe y la matemática en Creta

Escrito por Pablo Amster

Jueves 01 de Marzo de 2007 16:20

verdad y demostrabilidad. Una frase que dice

Esta frase no es demostrable

es todavía un monstruo, puesto que suponerla falsa nos lleva a un absurdo, y eso demuestra que es verdadera.

De-monstración que dictamina un nuevo (aunque presente ya en el comienzo) absurdo; sin embargo, si la noción de demostrabilidad está restringida a un sistema formal, vale decir

Esta frase no es demostrable en el sistema X,

entonces vemos que la frase en cuestión debe ser verdadera, aunque su "deber ser" viene dado por una demostración que está por fuera del sistema. De no ser así, el sistema X sería inconsistente, y entonces

Su caída será tan precipitada como embarazosa.
(E.A. Poe, La carta robada)

La caída del Ministro D*** prefigura a Poe. ¿Cómo puede un designio tan funesto prefigurar a su creador?

Mi deseo es demostrar que ningún punto de la composición puede ser atribuido a la casualidad o la intuición, y que la obra ha marchado, paso a paso, hacia su solución con la precisión y la rigurosa lógica de un problema matemático.
(E.A.Poe, Filosofía de la composición)

26. (Marzo 2007) Edgar Allan Poe y la matemática en Creta

Escrito por Pablo Amster

Jueves 01 de Marzo de 2007 16:20

Poeta y matemático, el Ministro engaña a todos,
tanto al Prefecto como al lector. El caballero Dupin combina a la
perfección los términos que se oponen en la fórmula
de Pascal: espíritu de geometría y espíritu de fineza, y sólo
a partir de esta combinación es capaz de justificar sus variadas
muestras de recelo. No tanto hacia el matemático sino más
bien hacia el poeta: Dupin sabía ya que el Ministro es un fingidor.
Más tarde nos explica la sencillez de su hazaña, el
haber acertado allí donde todos erraban:

El Ministro diría una vez: Me retiro a escribir
poesía. Y otra: Me retiro a construir la matemática. Todos imaginaron
dos obras; nadie pensó que poesía y matemática eran
un mismo objeto.

¿Es válido suponer que un texto matemático es
menos ficticio que un texto de Poe? No es aventurado suponer que
es allí donde todos yerran.

Lo dividiré en dos partes dijo el sacerdote. Primero, lo que
todos saben, y después lo que yo sé. Lo que todos saben es
muy sencillo y breve de contar. Además, es una
completa equivocación. (G.K.Chesterton, La muestra de la espada rota)

Para Chesterton, el crimen es una forma de arte, de la que el
detective es apenas un crítico. El cuento mencionado presenta un
retrato cabal del artista, cuya obra ha marchado, paso a
paso, hacia su solución con la precisión y la rigurosa lógica de un
problema matemático:

¿Dónde esconderá el sabio una hoja? En el bosque. Y si no hay bosque,
fabricará uno. Y si se trata de esconder una hoja
marchita, fabricará un bosque marchito. (Ibid.)

26. (Marzo 2007) Edgar Allan Poe y la matemática en Creta

Escrito por Pablo Amster

Jueves 01 de Marzo de 2007 16:20

La hazaña de Gödel fue la de haber acertado allí donde todos erraban. Y eso que Russell buscó

...por todas partes. Tengo una larga experiencia en esos asuntos. Hemos recorrido la casa entera, cuarto por cuarto, dedicando las noches de toda una semana a cada uno. Hemos examinado primero el mobiliario de cada habitación y abierto todos los cajones posibles, y supongo que sabrá usted que para un agente de Policía convenientemente adiestrado un cajón secreto no resulta imposible de descubrir. (E.A. Poe, La carta robada)

Gödel es un fingidor. Fue él quien se acomodó unas gafas verdes y entró al hotel, una hermosa mañana. Fue allí donde anunció a la posteridad que no hay otra alternativa que convivir con el monstrum horrendum, y que la paz de esta convivencia tiene un precio:

...es una recompensa muy generosa... No sé a cuánto asciende exactamente, pero le diré una cosa, y es que yo me comprometería a entregar por mi cuenta un cheque de cincuenta mil francos a quien pudiese conseguirme esa carta. (Ibid.)

Nada de eso; la solución de los desvelos de Russell debió pagarse a un precio que nadie imaginaba, un precio que hasta el momento a todos había parecido inaceptable: la completitud. El teorema de Gödel pone de manifiesto una incompletitud que es intrínseca a la Lógica, tanto que ya había sido prefigurada, tiempo atrás, por un apacible poeta.