Introducción.

Entre los puzzles que suelen encontrarse en cualquier tienda de juegos, existen varios que son especialmente atractivos para los matemáticos, pues permiten sacarles rendimiento didáctico en clase. Uno de ellos es el Tangram Chino y otro son los Pentominós. Estos últimos están formados por todas las piezas planas que se pueden construir con cinco cuadrados, unidos entre sí por un lado común y considerando iguales las reflexiones especulares. Con ellos es posible construir muchas figuras geométricas. Los Pentominós son un caso particular de los Poliminós, creados en la década de los cincuenta por el profesor norteamericano Solomón W. Golomb, que son las figuras que pueden construirse uniendo cuadrados por un lado común y cuyo nombre deriva de la pieza más simple, la formada por dos cuadrados y que es conocida por Dominó.   En la misma época, el propio Golomb hablaba de otro posible puzzle basado en triángulos equiláteros unidos también por un lado. Como la figura más elemental posible es la que se obtiene uniendo entre sí dos triángulos equiláteros, que equivale al diamante de la baraja francesa, este tipo de figuras fueron bautizadas a principios de los sesenta por el matemático escocés T.H. O´Beirne como "poliamantes". Igual que en los poliminós son iguales una figura y su reflexión en un espejo, es decir, si se levanta, voltea y coincide con la otra. Son estas figuras con las que vamos a jugar en este artículo.

Desarrollo didáctico de la actividad.

Nosotros dividimos el trabajo con los poliamantesen tres fases: el diseño de las piezas, su estudio geométrico y la construcción de figuras. Vamos a desarrollar cada uno de estos aspectos.

Diseño y construcción de los poliamantes.

A los alumnos se les entrega una trama triangular y con ella se les pide que vayan diseñando los distintos poliamantes. Deben comenzar con la única pieza de diamante que existe, y aumentar el número de triángulos obteniendo el triamante, los tetramantes (3), pentamantes (4) y hexamantes, de los que sólo existen doce posibles piezas, igual número que los pentominós. No es conveniente continuar a partir de ahí, pues existen 24 heptamantes (aunque si hay algún alumno especialmente dotado puede afrontar su desarrollo) y la cifra de octamantes se dispara hasta 66.   A continuación aparecen los doce hexamantes junto con el nombre que se les suele adjudicar, la mayoría de ellos elegidos por el matemático O'Beirne y que sirven como regla mnemotécnica para recordar las formas.   Conviene insistir a los alumnos que utilicen un método preciso de recurrencia para el diseño de las fichas, partiendo de un determinado escalón, por ejemplo los pentamantes, y añadiendo un nuevo triángulo en todas las formas posibles para obtener los hexamantes. Si no se quiere trabajar directamente sobre la trama isométrica, se puede dar a los alumnos varios triángulos equiláteros para que, uniendo sus lados, consigan todas las fichas.

Una vez diseñadas las piezas, el siguiente paso sería construirlas utilizando materiales fácilmente trabajables como cartón o acetatos de colores, u otros de más consistencia como panel, cartón pluma o madera. Es aconsejable que las piezas tengan el mismo color por ambas caras para moverlas y voltearlas libremente.

Estudio geométrico de las piezas.

Para los primeros puntos de este apartado no es indispensable tener construidas las piezas, pero sí tener el dibujo de todas ellas. Aunque nos vamos a referir a loshexamantes, se pueden hacer con cualquier otro nivel. Así a partir del dibujo de las piezas se pueden estudiar las siguientes características matemáticas: **Perímetros:** Aunque todas las piezas tienen la misma área, al estar formadas por seis triángulos equiláteros, el perímetro varía de unas piezas a otras. Por ello, deben sumar el valor de los lados de cada pieza y posteriormente agruparlas según su perímetro. ¿Cuál es la pieza con mayor perímetro?, ¿y con menor? Ordenar las piezas según el número de lados. **Sime trías y giros:**
Estudiar qué hexamantes tienen ejes de simetrías y dibujarlos. Ver qué piezas poseen centro de rotación que deje invariante la figura al girarla menos de 360º y estudiar los ángulos de rotación en esos casos.

Ángulos:
Aparte de lo anterior, al dibujar las piezas observamos que aparecen algunas cóncavas y otras convexas, por lo que pueden estudiarse la magnitud de los ángulos agudos y obtusos (que siempre serán múltiplos de 60º) y clasificar las figuras también por este concepto.

Escalas:
Es interesante estudiar cómo afecta el cambio de medidas a las piezas del puzzle, lo que permite repasar problemas de cálculo. Se pueden construir figuras de doble área, aunque es más interesante la construcción con doble longitud. En este puzzle se ve muy claro que al duplicar la longitud del lado de la pieza, el área se multiplica por 22 = 4, pues todas las piezas se pueden construir a doble tamaño del lado con cuatro piezas del propio puzzle. Algunas de ellas tienen distintas soluciones. La mayoría de las piezas permiten también construirlas a triple escala.

Relaciones entre poliamantes
: Se pueden relacionar unos niveles con otros. Por ejemplo: ¿es posible obtener todos los hexamantes con dos triamantes?, ¿es posible descomponer todas las piezas en tres diamantes?

Teselaciones:
Se puede usar el puzzle para realizar mosaicos y frisos. Por ejemplo, localizar con qué piezas se puede recubrir el plano. ¿Existe alguna pieza que lo consiga ella sola?, ¿cuáles se complementan entre sí para lograrlo?

Construcción de figuras.

Si consideramos este puzzle como un juego, el aspecto más atractivo es el de realizar figuras, aunque no son fáciles de conseguir salvo quizás las que ya hemos comentado: elegir cuatro hexamantes y construir una pieza a doble tamaño. Una actividad sería construir piezas geométricas, a ser posibles con algún nivel de simetría, utilizando todos o parte de los hexamantes. A continuación presentamos algunas figuras que se pueden construir con este puzzle.

a) Utilizando sólo algunos hexamantes:

La figura más fácil de conseguir es la del romboide, pues existe mucha variedad de tamaños. Se pueden construir todos los romboides con un lado de medida tres unidades (donde la unidad es la medida del lado del triángulo base, de los que se utilizan seis para construir los hexamantes) y el otro lado variando desde 4 hasta 12. El número de piezas necesarias para construirlos coincide con el valor de ese último lado.

También pueden construirse un romboide con 8 piezas y de medidas 4x6 o con 10 piezas, de medida 5x6. Otras figuras que se pueden construir con parte de los hexamantes son: el hexágono hecho con 9 piezas, y la estrella para la que se utilizan 8 piezas.

b) Utilizando todos los hexamantes:

Las siguientes figuras están conseguidas con las doce piezas.

Bibliografía:

- GARDNER, MARTIN (1987): *Comunicación extraterrestre*. Madrid, Cátedra.
- HANS MARTÍN, J.A.; MUÑOZ SANTONJA, JOSÉ (1999): "Politriángulos". Actas de las 9ª JAEM. Lugo, pp. 603-606.