1. Introducción.

Dentro del ambiente familiar y social siempre han existido muchas actividades lúdicas para llenar los ratos de ocio, y permitir socializar y aprender una serie de valores y aptitudes necesarios para la vida cotidiana en todos los aspectos. A través de esas actividades podemos acostumbrarnos al trabajo en equipo, potenciar la agilidad mental, fortalecer la memoria, practicar la concentración y la observación, aprender a seguir unas normas establecidas, etc…

Dentro de esas actividades tienen un lugar especial los llamados juegos de mesa. Existen muchos juegos que son aprendidos y desarrollados en edades tempranas, y que quedan en nuestro anclaje cultural aunque con la edad vayamos alejándonos de ellos. Ejemplo de estas actividades son: los rompecabezas, los juegos de tablero y fichas, laberintos, juegos de dados, de lápiz y papel, dominós, cartas, etc…

Muchos de ellos son adaptables a situaciones diferentes. Entre los juguetes infantiles no es raro encontrar juegos de cartas o de dominós adaptados a los personajes infantiles de la época. Esa versatilidad es lo que permite que muchos de estos juegos se hayan utilizado en la didáctica de la matemática, desde hace décadas, para trabajar contenidos matemáticos de una forma más atractiva, planteando las prácticas, que pueden llegar a ser tediosas en determinadas situaciones, como un juego. Una de esas adaptaciones a un juego de cartas es lo que se va a proponer en este artículo.

Entre los recursos didácticos de grupos como el Cero de Valencia o el Azarquiel de Madrid, o recientemente en los libros de una de los componentes de éste último como Ana García Azcárate, pueden encontrarse muchas barajas de cartas adaptadas a muchos contenidos, desde números y álgebra hasta geometría o azar. En la sección de juegos aparecida en la revista SUMA se incluyó una baraja de funciones que creamos el Grupo Alquerque [i] .

La ventaja de estos juegos fácilmente adaptables a ítems nuevos, es que ver uno de ellos nos puede dar ideas para crear material para nuestros alumnos, Como además suelen ser fáciles de construir, pues cualquier tratamiento de texto aceptable nos da mucha potencialidad para la creación, no cuesta mucho trabajo crear juegos nuevos y adaptarlos después de haber practicado en el aula con ellos.

La idea de la creación de esta baraja me llegó después de consultar un material que encontré en internet cuando documentaba otro artículo sobre juegos de azar. En la página *Teaching Ideas* [ii]
aparecía un juego de cartas de probabilidad, aunque en ese caso eran cartas para ordenar sucesos donde aparecían situaciones tales como la probabilidad de que hoy nieve o que el fin de semana haga sol. Basada en esa idea pensé en crear una baraja de cartas para trabajar la Regla de Laplace. La cuestión era trabajar con las mismas actividades que se pueden encontrar en cualquier libro de texto, para hallar probabilidades sencillas, pero planteándolas en forma de juego. Y así surgió el siguiente conjunto de naipes y las reglas para este juego.

2. La baraja de la Regla de Laplace.

Todas las actividades que se plantean en las cartas son experimentos simples cuya probabilidad puede calcularse con una aplicación directa de la Regla de Laplace. No aparecen probabilidades condicionadas ni experimentos compuestos como lanzar una moneda y un dado, salvo un solo caso. En todos los demás son situaciones simples en las que se lanzan uno o varios dados o monedas, se extraen cartas de barajas española o francesa, se extraen bolas de una bolsa con bolas numeradas o de colores y cosas similares.

Aparte del cálculo de probabilidades hay que manejar conceptos numéricos como la divisibilidad o las fracciones, sobretodo porque el objetivo es ordenar las fracciones resultantes de la Regla de Laplace.

Tal como se presenta, la baraja se compone de 40 cartas que son las siguientes.

¿Cuál es la probabilidad de...
sacar una bola que no sea roja de una bolsa con dos bolas rojas, tres verdes y cuatro azules?
¿Cuál es la probabilidad de...
extraer una carta de copas con valor par de una baraja española de 40 cartas?
¿Cuál es la probabilidad de...
sacar una bola verde de una bolsa con dos bolas rojas, tres verdes y cuatro azules?
¿Cuál es la probabilidad de...
sacar una bola que no sea negra de una bolsa con 3 bolas amarillas y cuatro azules?
¿Cuál es la probabilidad de...
sacar una carta de bastos de la baraja española de 40 cartas si antes he sacado una de oros y no la he reintegrado a la baraja?
¿Cuál es la probabilidad de...
obtener cruz al lanzar una moneda?
¿Cuál es la probabilidad de...
obtener dos cruces al lanzar dos monedas?
¿Cuál es la probabilidad de...
obtener cara y cruz al lanzar dos monedas?
¿Cuál es la probabilidad de...
obtener un número impar no primo al lanzar un dado con 20 caras numeradas del 1 al 20?
¿Cuál es la probabilidad de...
obtener tres cruces al lanzar tres monedas?
¿Cuál es la probabilidad de...
obtener dos caras y una cruz al lanzar tres monedas?
¿Cuál es la probabilidad de...
obtener al menos una cruz al lanzar dos monedas?
¿Cuál es la probabilidad de...
extraer una carta con un valor menor que 5 de una baraja española de 40 cartas?
¿Cuál es la probabilidad de...
conseguir 2 restando lo obtenido al lanzar dos dados?
¿Cuál es la probabilidad de...
obtener al menos una cara al lanzar tres monedas?
¿Cuál es la probabilidad de...
obtener 3 al lanzar un dado cúbico?

¿Cuál es la probabilidad de...

obtener un número primo al lanzar un dado de doce caras con los números del 1 al 12?

¿Cuál es la probabilidad de...

obtener un número impar al lanzar un dado cúbico?

¿Cuál es la probabilidad de...

obtener un número par o primo al lanzar un dado cúbico?

¿Cuál es la probabilidad de...

obtener cinco al sumar lo obtenido al lanzar dos dados?

¿Cuál es la probabilidad de...

extraer una carta cuyo número tenga dos cifras en una baraja francesa de 52 cartas?

¿Cuál es la probabilidad de...

no obtener 6 al lanzar un dado cúbico?

¿Cuál es la probabilidad de...

extraer un AS de una baraja española de 40 cartas?

¿Cuál es la probabilidad de...

extraer un REY de una baraja francesa de 52 cartas?

¿Cuál es la probabilidad de...

extraer una carta, que sea de copas o un caballo, de una baraja española de 40 cartas?

¿Cuál es la probabilidad de...

extraer una figura de una baraja francesa de 52 cartas?

¿Cuál es la probabilidad de...

extraer una figura de una baraja española de 40 cartas?

¿Cuál es la probabilidad de...

extraer una carta de oros de una baraja española de 40 cartas?

¿Cuál es la probabilidad de...

al escoger una persona al azar, de una clase de 30 personas donde 18 son mujeres, la elegida sea hombre?

¿Cuál es la probabilidad de...

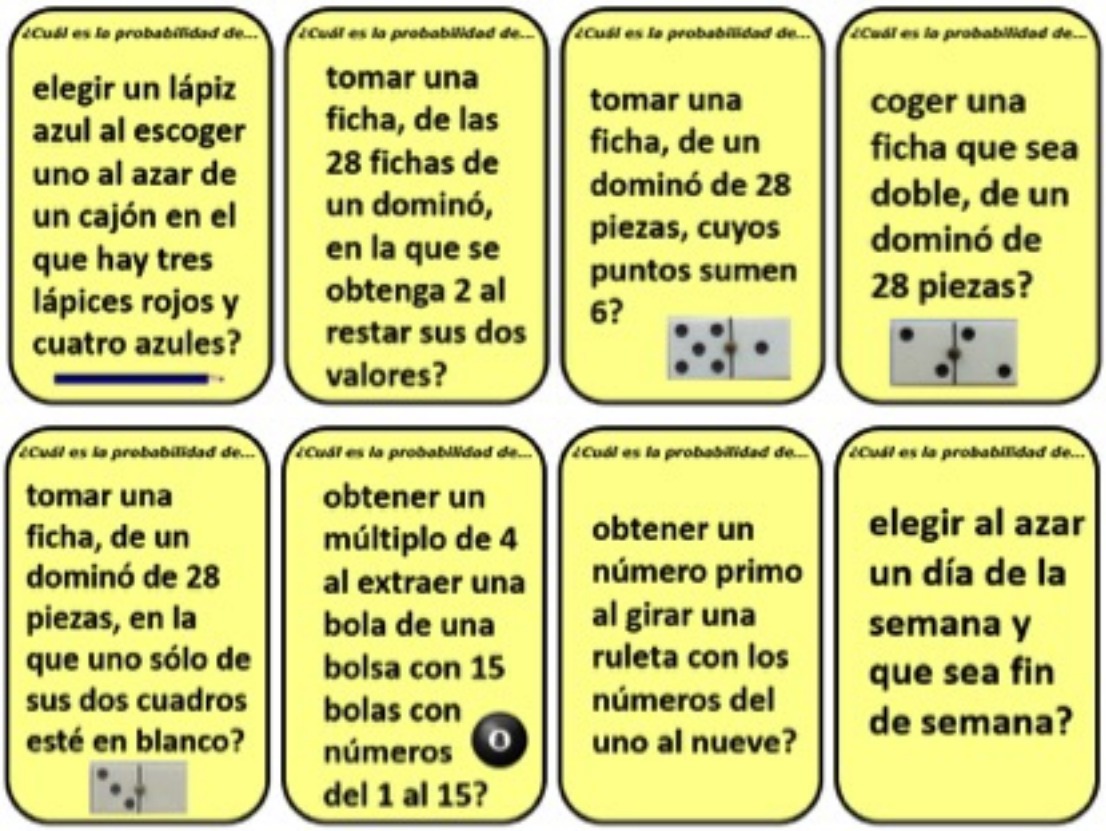
sacar una bola negra de una bola que tiene 3 bolas rojas y 5 verdes?

¿Cuál es la probabilidad de...

sacar una bola roja de una bola con 3 bolas blancas y cinco rojas?

¿Cuál es la probabilidad de...

elegir al azar un mes del calendario y que ese mes tenga 30 días?



3. Formas de jugar.

Este es un juego pensado para que jueguen de dos a cuatro jugadores. Se necesita una baraja como la que hemos visto, y una moneda que puede ser sustituida por un dado.

Las reglas básicas para este juego son las siguientes.

1) Uno de los jugadores baraja el mazo de cartas, reparte cinco cartas a cada jugador y el resto lo coloca boca abajo sobre la mesa. Levanta una carta del mazo y la expone boca arriba y a partir del jugador a su derecha y siguiendo el sentido contrario a las agujas del reloj, comienza propiamente el juego.

2) Cada jugador en su turno lanza la moneda o el dado. Si sale cara o par, debe colocar sobre la anterior una de sus cartas cuya probabilidad sea mayor que la última expuesta. En caso de cruz o impar la carta nueva debe tener menor probabilidad que la anterior.

3) Si un jugador en su turno no dispone de ninguna carta para satisfacer la regla anterior, toma una carta del mazo sobrante. Si puede la coloca y si no se queda con ella y pasa el turno.

4) Entre las cartas aparece una con el suceso seguro y otra con el suceso imposible. Si el jugador que le toca jugar observa que la última carta expuesta es una de esas dos, y lo comenta, entonces no debe lanzar la moneda, sino que coloca una probabilidad posible, es decir, mayor que el suceso imposible o menor que el suceso seguro.

5) Gana el primer jugador que se queda sin cartas anotándose cinco puntos. Si se acaba el mazo, sin llegar a esta situación, se puede seguir jugando hasta que algún jugador lo consiga aunque no se robe al no poder poner.

Lo ideal es jugar varias partidas y que en cada una sea un jugador distinto el que baraja y reparte.

Se puede fijar un tiempo límite para acabar la partida, a decisión del profesor, y entonces gana el que tenga menos cartas. Si hay varios jugadores con la misma cantidad mínima de cartas todos se anotan los cinco puntos.

Si en algún momento de la partida se observa que un jugador ha puesto una carta incorrecta, se retira la carta que ha puesto y ese jugador debe tomar una carta del mazo. Si puede la pone según el ritmo del juego y si no pasa su turno.

Las preguntas de las cartas son variadas desde la más simple sobre la probabilidad de obtener cruz al lanzar una moneda hasta la más complicada, que se puede considerar un experimento compuesto, que consiste en extraer una carta de bastos si antes se ha sacado una de oros y no se ha reemplazado. Por ello, a veces es interesante que, una vez con las cartas en la mano, los jugadores calculen en su cuaderno, y sin que los contrarios lo observen, las probabilidades de sus cartas.

Para que los alumnos practiquen de otra forma antes de jugar tal como se ha explicado, hay otro modo de jugar. Se reparten cinco cartas a cada jugador y deben calcular sus probabilidades y ordenar las cartas de menor a mayor probabilidad. Una vez que cada jugador lo ha hecho con sus cartas, cada uno de ellos que tenga correcta la ordenación se anota cinco puntos. Si en algún jugador se observa un fallo, si es posible quitar una carta de forma que las cuatro restantes están bien ordenadas, se anota tres puntos. Si aun así, las cuatro no están bien, pero quitando una quedan tres cartas bien ordenadas, entonces se anota un punto. En cualquier otro caso no se anota nada.

En este juego, se descartan las cartas utilizadas y se vuelve a repetir el proceso con las cartas restantes. Si juegan cuatro jugadores pueden realizar dos jugadas cada uno.

Con este proceso se trabaja la regla de Laplace y se calculan la mayoría de las probabilidades.

Según decida el profesor, para pasar a jugar según las reglas originales, los cálculos que han hecho los alumnos pueden tenerlos a la vista por si les cae alguna de las cartas, o puede decidir que deben guardarse.

4. Variaciones sobre el mismo tema.

Revisando los enunciados de las cartas, es necesario que el alumnado conozca unos conceptos básicos de los materiales que se utilizan en los experimentos. Deben saber cuántas fichas tiene un dominó y como están construidos, los distintos tipos de dados que se utilizan en los juegos de rol, los números que aparecen en la cartas de una baraja, según sean española o francés, etc… En este aspecto he utilizado siempre la baraja española de 40 cartas porque suele ser la más corriente, pero se pueden proponer también sucesos con una baraja de 48 cartas.

La primera vez que hice el diseño de la baraja, ésta constaba de sólo 24 cartas, con idea de que se repartieran 6 cartas por cada jugador y no sobrara ninguna para coger. Simplemente se pasaba si no se podía poner carta. Posteriormente la amplié para tener más juego. Esto permite que si el profesor estima que algunas de ellas pueden ser muy complicadas para su alumnado, pueda descartarlas a la hora de jugar.

Otra posibilidad, para apoyar a los alumnos con más dificultades, es que se repartan siete cartas, y el alumno que quiera puede llegar a descartarse de hasta dos de ellas cuyo cálculo le pueda parecer muy complicado.

Otra forma de simplificar el juego es aprovechar las cartas que tienen igual probabilidad. Hay seis sucesos que repiten probabilidad dos o tres veces, por ejemplo la de obtener cruz al lanzar una moneda o la de obtener cara y cruz al lanzar dos monedas. Se puede permitir la opción de que un alumno, tras lanzar la moneda y observar que no puede poner un suceso con una probabilidad mayor o menor, pueda poner uno con una probabilidad igual. Hay que dar esta posibilidad como opción final, pues si no, el alumno al ver que tiene una carta con la misma probabilidad no hace el intento siquiera de buscar una mayor o menor.

En total hay, entre las 40 cartas, 31 probabilidades diferentes. Si se desea se pueden modificar los sucesos de forma que haya más sucesos con probabilidades iguales. Debe quedar claro que no es mi intención “vender” esta baraja sino más bien la idea del juego, por lo que cada profesor puede elegir los sucesos y construirse su baraja. El diseño no tiene por qué ser muy rebuscado, pues por ejemplo las cartas presentadas están hechas con el Power Point.

Hay una actividad que, si se tiene tiempo, es interesante y es que sean los propios alumnos, colocados en grupos de tres o cuatro, los que propongan las cuestiones que deberán llevar las tarjetas. Como es natural aparecerán en muchos grupos el mismo suceso, para obligar a que piensen en sucesos más rebuscados se hace lo siguiente. Se van colocando los sucesos en la pizarra apuntando la cantidad de grupos que lo proponen y cuando ya estén todos, cada grupo se anota un punto por haber propuesto una actividad que no haya aparecido en más de tres grupos y al final el grupo que tenga más puntos gana la competición. Como no es raro que para ganar se planteen sucesos con enunciados totalmente barrocos, un grupo que proponga un suceso retorcido debe indicar cuál sería exactamente su probabilidad. Si no es correcta se desecha esa propuesta.

Resumiendo, la idea es trabajar el cálculo básico de la probabilidad en un ambiente más lúdico que el de resolver una hoja de ejercicios de aplicación de la Regla de Laplace.

Notas:

[i] Puede accederse al artículo en la página de divulgamat https://www.divulgamat.net/index.php?option=com_content&view=article&id=15661&directory=67

[ii] https://www.teachingideas.co.uk/probability/probability-cards