

Introducción

A cualquier persona que haya tenido alguna vez relación con los puzzles conocidos por el nombre de tangram, enseguida se le viene a la cabeza una figura geométrica dividida en trozos que permiten recomponer la forma original, y a la vez, construir una gran variedad de imágenes, en general de objetos diversos, pero también de elementos geométricos. Usualmente la figura de la que se parte es un cuadrado, pero también existen tangram que provienen de triángulos, rectángulos, hexágonos, círculos, e incluso de figuras más curiosas como el tangram de huevo o el tangram corazón (ver Alsina, Burgues y Fortuny; 1988).

Indudablemente dentro de estos puzzles geométricos el más conocido es el Tangram Chino, que nos ha hecho pasar buenos ratos y que para nosotros como profesores es un excelente recurso didáctico ya que nos permite trabajar con nuestros alumnos muchos bloques temáticos del currículo de Matemáticas: fracciones, porcentajes, números irracionales, longitudes, áreas... hasta demostrar un caso particular del teorema de Pitágoras.

Todos los puzzles citados tienen una buena aplicación educativa, pues el mero hecho de realizar figuras obliga a manejar conceptos de equivalencia de áreas, simetrías, descomposición de una figura en piezas menores, suma de longitudes, etc.

A lo largo de los siglos XIX y XX muchas personas se han dedicado a crear tangram de todo tipo, como por ejemplo el conocido creador de juegos norteamericano Sam Loyd. Por ello puede llegar a pensarse que estos puzzles geométricos son relativamente recientes; sin embargo, con estas páginas queremos mostrar que eso no es cierto.

En este artículo presentamos el rompecabezas más antiguo (del tipo tangram) del que se tiene referencia escrita, y cuyo autor no es otro que el conocido matemático griego Arquímedes. Se le conoce por "Stomachion" (en los textos griegos), "Syntemachion" o

Escrito por Grupo Alquerque
Martes 01 de Mayo de 2007 12:28

"Loculus de Arquímedes" (en los textos latinos).

La historia del Stomachion

Este puzzle geométrico se describe en trozos de manuscritos con copias de obras de Arquímedes de Siracusa (287 a.C.-212 a.C.), correspondientes a un tratado que lleva ese nombre: Stomachion.

De todos es conocido que la mayoría de los escritos de los sabios griegos han sufrido grandes avatares para llegar a nuestros días. En general nos han llegado trozos que son copias de copias y que a lo largo de estos 22 siglos han ido apareciendo y desapareciendo misteriosamente como es el caso del "Palimpsesto" (un palimpsesto es un pergamino en el que el texto original ha sido lavado para poder escribir de nuevo sobre él). Este manuscrito sufrió la escasez de papel típica del siglo XIII y en un afán de reutilización, de sus hojas se "lavaron" los textos que contenía, copiados en el siglo X, entre los que estaba la única copia de *El Método*, para escribir encima rezos y lecturas religiosas. Después de siglos de uso, el manuscrito acabó en la biblioteca de un monasterio de Constantinopla. Johan Ludvig Heiberg, filólogo y erudito danés, lo encontró en 1906 en la biblioteca de la iglesia del Santo Sepulcro en Estambul. Y descubrió que debajo de los textos religiosos había símbolos matemáticos escritos en griego antiguo. Con lupa y fotografía transcribió gran parte de lo que contenía: una copia de los tratados de Arquímedes. Después el manuscrito volvió a perderse hasta los años 70, en que aparece en manos de una familia francesa, que lo vende en 1998 a un millonario americano por 2 millones de dólares. El manuscrito está actualmente depositado en el museo de Baltimore (Estados Unidos).

Entre todos los trabajos de Arquímedes, el Stomachion ha sido al que menos atención se le ha prestado. Todo el mundo pensaba que era un rompecabezas para niños, por lo que no tenía ningún sentido ni se encontraba explicación que interesaría a un hombre como él.

Escrito por Grupo Alquerque
Martes 01 de Mayo de 2007 12:28

El historiador de las Matemáticas Dr. Reviel Netz después de estudiar el Palimpsesto descubrió la razón de por qué este rompecabezas está junto a otros escritos de Arquímedes tan importantes como *El Método* donde las Matemáticas y la Física son genialmente relacionadas. El Dr. Netz expone, después de traducir e interpretar los escritos de Arquímedes, que el Stomachion es utilizado por Arquímedes para escribir un tratado de Combinatoria (otros matemáticos que estudiaron los escritos de Arquímedes no podían pensar que en la antigua Grecia se tuviera conocimientos de Combinatoria, campo de las Matemáticas que despegó con la llegada de la Informática).

El Dr. Netz afirma que Arquímedes no pretendía ensamblar las piezas de cualquier forma, sino que su trabajo va en la dirección de encontrar respuesta a la siguiente pregunta: ¿de cuántas maneras se pueden juntar las 14 piezas para formar un cuadrado?, contrastándola con el objetivo de la Combinatoria que es determinar las distintas maneras en que puede ser solucionado un problema dado. El Dr. Netz encargó a un grupo de expertos que trabajaran para encontrar la solución al reto que se planteaba Arquímedes, las maneras de unir las piezas de forma que se consiguiera un cuadrado.

El Dr. Guillermo H. Cutler, informático, diseñó un programa para que su ordenador diera la solución al problema planteado. En noviembre del 2003, el Dr Cutler encontró las 536 maneras distintas de juntar las 14 piezas para formar un cuadrado, sin tener en cuenta las soluciones equivalentes producidas por las rotaciones, reflexiones o conmutaciones de piezas idénticas.

El rompecabezas Stomachion

El puzzle consiste en la disección de un cuadrado en 14 piezas poligonales: 11 triángulos, 2 cuadriláteros y un pentágono (Ver figura 1).

Figura 1: Puzzle Stomachion

A simple vista puede parecer que la división de las piezas es muy complicada, pero si superponemos una cuadrícula (procedimiento muy adecuado para trabajar con los tangram) veremos que la dificultad va disminuyendo. Basta incluir la disección del cuadrado en una cuadrícula de 12 unidades de lado para que se cumplan las siguientes propiedades:

- 1) Los vértices de todas las piezas son puntos de la cuadrícula, como se pueden ver en el dibujo de la figura 2.

Figura 2: Puzzle Stomachion sobre cuadrícula

2) La superficie de cada pieza corresponde a un número entero de cuadrados unidad en los que está dividida la cuadrícula, según se observa en la figura anterior.

De la misma figura 2 puede obtenerse fácilmente qué fracción de la superficie total del cuadrado corresponde a cada pieza. Podemos verlo en la figura 3.

Figura 3: Fracciones de las distintas piezas

Los datos de las piezas están reunidos en la siguiente tabla:

Escrito por Grupo Alquerque
Martes 01 de Mayo de 2007 12:28

Número de piezas

Tipo de las piezas

Área de cada pieza

Fracción del cuadrado

2

Triángulos

3

u.

1/48

4

Triángulos

6

u.

Escrito por Grupo Alquerque
Martes 01 de Mayo de 2007 12:28

1/24

1

Triángulo

9

u.

1/16

4

Triángulos

12

u.

1/12

1

Cuadrilátero

Escrito por Grupo Alquerque
Martes 01 de Mayo de 2007 12:28

12

u.

1/12

1

Pentágono

21

u.

7/48

1

Cuadrilátero

24

u.

1/6

14

Escrito por Grupo Alquerque
Martes 01 de Mayo de 2007 12:28

Total del cuadrado

144 u.

Aplicación didáctica

Lo interesante es cómo utilizar este puzzle en clase. Nosotros vamos a comentar aquellos aspectos que hemos tratado con los alumnos (algunos de ellos sacados de la documentación que hemos conseguido encontrar).

1) En primer lugar es interesante hacer una pequeña introducción histórica, sobre todo a su creador, Arquímedes, insistiendo en la importancia que daba a aplicar la matemática para resolver los problemas de la vida cotidiana (aunque en su época lo cotidiano fuese ser invadido por los romanos).

2) Como ya hemos hablado en otros artículos de esta sección, un aspecto importante es el diseño y construcción del puzzle en materiales diversos (cartón, panel, cartón pluma, acetato, etc.). Este aspecto puede ser tratado en colaboración con los compañeros de Tecnología, ya que puede representar un atractivo proyecto para cualquier curso.

Escrito por Grupo Alquerque
Martes 01 de Mayo de 2007 12:28

3) Una de las primeras formas de enfrentarse al puzzle es intentar reconstruir el cuadrado a partir de las piezas diseccionadas. Podemos asegurar que si no se tiene alguna solución por delante este reto es muy complicado y en su desarrollo hay que aplicar muchos procedimientos matemáticos, sobre todo para ir completando ángulos rectos y uniendo longitudes de forma que aparezcan los lados del cuadrado. Y eso a pesar de existir 536 soluciones según comentamos antes. Algunas de esas soluciones podemos verlas a continuación.

Figura 4: algunas soluciones del Stomachion

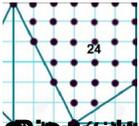
4) En el desarrollo del trabajo es posible utilizar el teorema de Pick para calcular o verificar el área de cada pieza, o bien intentar deducirlo. Recordemos que George Alexander Pick fue un matemático austriaco que nació en Viena en 1859 y murió, en un campo de concentración nazi, alrededor de 1943.

El teorema de Pick dice que si un polígono P tiene sus vértices en una cuadrícula entonces su área es $A = 1/2b + i - 1$, siendo b el número de puntos de la cuadrícula del borde poligonal y i el número de puntos interiores. Veamos un ejemplo.

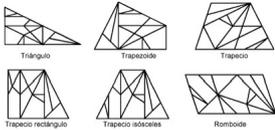
La pieza de área 24 unidades cuadradas está representada en la figura siguiente. El número de puntos de la cuadrícula del borde poligonal es 14 y el número de puntos interiores 18. Por tanto:

$$A = 1/2b + i - 1 = (1/2) \cdot 14 + 18 - 1 = 24$$

Escrito por Grupo Alquerque
Martes 01 de Mayo de 2007 12:28



El cuadrado de Arquímedes es un cuadrado de 120 unidades de lado, que puede ser dividido en 14 triángulos de diferentes tamaños y formas, que al ser reordenados, forman una gran variedad de figuras geométricas.



El cuadrado de Arquímedes puede ser dividido en 14 triángulos de diferentes tamaños y formas, que al ser reordenados, forman una gran variedad de figuras geométricas. Estas figuras se conocen como "Stomachion" y son una gran herramienta para enseñar geometría.



Corcovuelo

El cuadrado de Arquímedes puede ser dividido en 14 triángulos de diferentes tamaños y formas, que al ser reordenados, forman una gran variedad de figuras geométricas. Estas figuras se conocen como "Stomachion" y son una gran herramienta para enseñar geometría.