ABC, 22 de Mayo de 2017
CIENCIA - El ABCdario de las matemáticas
Fernando Corbalán

¿Usted también tiene en su lista de contactos dos personas que nacieron el mismo día? ¡Qué casualidad! ¿O no?

Yo tengo en mi agenda del teléfono, la que me señala las personas que no debo dejar de felicitar, dos personas con el mismo cumpleaños. ¿Es muy raro? ¿Hay que decir lo típico en estos casos, ¡qué casualidad!? ¿O a usted, amable lector le pasa también?

Pero vamos a cosas ‘importantes’: ayer se resolvió la **Liga** y ya conocemos al campeón. Hoy no será el único artículo que hable de fútbol, pero nosotros vamos a hacerlo desde otro punto de vista. El fin de semana hubo 10 partidos de primera división, ¿cree que en alguno de ellos hubo, contando solo los 22 jugadores que iniciaron el partido y el árbitro principal, dos de los 'actores' que cumplían años el mismo día (o sea con el mismo cumpleaños)? O si esto parece poco probable, ampliamos a los dos jueces de línea y los dos entrenadores, a un total de 27 personas.

A pesar de no ser un gran entusiasta ni de haber mirado ni alineaciones ni mucho menos las fechas de nacimiento de los jugadores, si alguien me quiere hacer una apuesta yo apostaría sin ninguna duda por que sí hubo coincidencias, en ambos casos y varias. ¿Resulta que no soy aficionado al fútbol y sí apostador compulsivo? ¿O tengo información privilegiada (algo que los medios nos muestran que no poca gente tiene o ha tenido)?

La respuesta está en el llamado **'Problema del cumpleaños'**: "En una reunión hay N personas que se han juntado de forma casual. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos dos de ellas celebren su cumpleaños el mismo día (es decir, que hayan nacido el mismo día del mismo mes)? O por pedir algo más concreto, ¿cuántas personas tiene que haber para que la probabilidad sea 1/2 (o del 50%)?". Lo de la 'forma casual' es lo que sucede en los partidos de fútbol o en la agenda de cumpleaños.

Y la respuesta es sorprendente (y la daremos razonadamente más adelante). Con 23 personas la probabilidad de que haya dos personas con el mismo cumpleaños es un poco mayor del 50%. Y asciende a más del 62% cuando ponemos a los árbitros. Y si usted es persona sociable y felicita a 50 amigos o conocidos la probabilidad de que coincidan dos es del 97%. Y si son más de 60 ya es casi seguro: del 99.5%.

Pero atento con el 'casi' que hemos puesto: si apuesta a que pase puede hacerlo varias veces porque pronto ganará. Pero en absoluto será una casualidad que le pase: es muy probable. Para hacerse idea de la probabilidad, el 99.5% es mucho, muchísimo: de cada mil veces que se repita en unas 995 va a suceder. Pero no apueste algo que tenga en mucho aprecio (no digamos la vida, pero sí por ejemplo una oreja) porque el 99.5% no es la seguridad: puede perder. Y la probabilidad de que no pase es muy pequeña, pero bastante mayor que la de que nos toque algún premio importante en cualquiera de las loterías (legales) a las que tan aficionados somos en nuestro país (que es primera potencia mundial en juegos de azar), a las que se juega con la esperanza, manifiesta en las conversaciones habituales, ¡de que nos saque de la crisis y nos permita tapar agujeros!

En todo caso, como el fútbol da para mucho, en diferentes ocasiones se ha mirado a ver si las previsiones teóricas se cumplían. En el Mundial de 2014 participaron hay 32 equipos, cada uno con 23 jugadores. Mirando las fechas de nacimiento de la lista oficial de la FIFA, 16 equipos tenían al menos un cumpleaños compartido, el 50% del total. Cinco de ellos, además, tenían dos pares de coincidencias de cumpleaños: España, Colombia, Suiza (2), Estados Unidos, Irán (2), Francia (2), Argentina (2), Corea del Sur (2), Camerún, Australia, Bosnia Herzegovina, Rusia, Holanda, Brasil, Honduras y Nigeria. En la Eurocopa de 2008 (en la que España fue campeona), había 8 de las 16 selecciones presentes que tenían parejas de jugadores nacidos el mismo día: Turquía, Suiza, Alemania, Grecia, Austria, Francia, Rusia y Suecia. Y en las cuatro últimas de la lista anterior dos parejas a las que les pasaba.

La explicación

Para ver cuál es la probabilidad hacemos algunos cálculos y aplicamos la definición: el cociente entre los casos favorables (CF) y los casos posibles (CP). Suponemos que el año tiene 365 días y hallamos la probabilidad de que no haya coincidencias. Una vez que la tengamos, restando de 1 (o de 100 si lo hacemos en porcentaje) tendremos la probabilidad buscada.

Consideremos que el grupo es de N personas. Seleccionada al azar una de ellas, puede cumplir años en cualquiera de los 365 días del año, lo mismo que sucede con la segunda, con la tercera y con todas las demás hasta tener las N personas. Luego el número de CP que se pueden dar es:

CP = $365 \cdot 365 \cdot 365 \cdot \ldots . 365 = 365^N$

Veamos en cuántos de esos 365^N casos posibles no hay coincidencias en los cumpleaños (lo que estamos buscando es que *no haya* el mismo cumpleaños). Hacemos el recuento sin tomar dos veces una fecha de cumpleaños. Por eso hay 365 formas de elegir la fecha de cumpleaños de la primera persona, 364 para el cumpleaños de la segunda, 363 para la fecha de nacimiento de la tercera, etc. hasta la enésima persona que podrá cumplir años en 365 - (N - 1) = (365 – N + 1) días. Para calcular con facilidad usamos la terminología del factorial de un número A, que representamos por A!, como el producto de todos los número desde 1 hasta A: A! = 1·2·3·4·....·(A-1)·A.

Entonces CF = $365 \cdot 364 \cdot \ldots \cdot (365 - N + 1) = \dfrac{365!}{(365 - N)!}$, y la probabilidad de que ningún par de cumpleaños coincida es

$$\frac{CF}{CP} = \frac{casos\ favorables}{casos\ posibles} = \frac{365! \big/ (365 - N)!}{365^N} = \frac{365!}{365^N \cdot (365 - N)!}$$

Como nos interesa es la probabilidad del suceso contrario (que haya al menos dos personas con cumpleaños coincidente), su valor será:

$$p = 1 - \frac{365!}{365^N \cdot (365 - N)!}$$

[illegible] valores de N tenemos, la tabla siguiente

N	p(N) %	N	p(N) %
10	11.7	35	81.4
15	25.3	40	89.1
20	41.1	45	94.1
22	47.6	50	97
23	50.7	55	98.6
25	56.9	60	99.4
30	70.6	65	99.8

[illegible]

Quizás después de lo anterior estamos tentados de contestar cualquier cosa con un número bastante pequeño, pero ahora es mucho más difícil la coincidencia y por tanto son necesarias muchas más personas. La probabilidad de que uno *no comparta* cumpleaños con otra es 364/365, por lo que si hay N personas en la sala, la probabilidad de que no coincida con ninguno de sus cumpleaños es $\left(\frac{364}{365}\right)^{N-1}$; y por tanto de que sí que haya alguien con su mismo cumpleaños es 1 menos ese valor: p = $1-\left(\frac{364}{365}\right)^{N-1}$.

Real Sociedad Matemática Española (RSME)