ABC, 3 de Julio de 2017
CIENCIA - El ABCdario de las matemáticas
Alberto Márquez Pérez

Mathcounst es una competición matemática que se celebra principalmente en EE.UU. en la que se premia la rapidez de la respuesta

La hipótesis de Riemann es uno de los problemas del milenio - YouTube

En pleno apogeo de los concursos de cocina, ¿sería posible convertir un concurso de matemáticas en un espectáculo televisivo y que alcance repercusión mediática? Y, aún más importante: ¿sería positivo para la popularización de las matemáticas?

Las respuestas corta para ambas preguntas serían: “sí (hasta cierto punto)” y “no lo sé, pero puede que sí”. Así que como en una buena integral o como Jack el Destripador, vayamos por partes (este es un antiguo chiste que a los matemáticos nos produce una tremenda hilaridad: nosotros somos así).

Desde 1959 se vienen celebrando las **Olimpiadas matemáticas**, es una competición de resolución de problemas de un alto nivel para estudiantes preuniversitarios. Aunque los ganadores de ese concurso pueden llegar a tener cierta repercusión, desde luego no es un espectáculo televisivo, así que no era ese el concurso al que nos referíamos sino a **Mathcounts,**
una competición de matemáticas que se celebra principalmente en Estados Unidos (aunque su formato ha sido copiado en otros países del continente) y que tiene notables diferencias con las Olimpiadas.

Aunque tanto las Olimpiadas como Mathcounts tienen distintas fases (locales, regionales, etc.), existe una notable diferencia en la fase final entre ellas (también hay otras diferencias, como las edades de los participantes, hasta 13 años en el Mathcounts, dificultades de los problemas, etc.). La última fase del Mathcounts es un auténtico espectáculo retransmitido por televisión y al que llegan dos concursantes que han ido superando las fases anteriores, Los dos finalistas de 2017 eran Andrew Cai y Luke Robitaille, ambos con 13 años y del equipo de Texas. Ellos se han de enfrentar a preguntas relativamente simples, ni punto de comparación con las de las Olimpiadas, pero en las que se premia la rapidez de la respuesta. Sirva de ejemplo un par de preguntas de las siete de la final:

La primera pregunta a la que se enfrentaron (ante una sala abarrotada de público y con las cámaras de la PBS transmitiendo el evento en directo) fue:

La raíz digital de un entero no negativo es el dígito obtenido por un proceso iterativo de suma de dígitos, cada vez utilizando el resultado de la iteración anterior hasta que se obtiene un solo dígito. Por ejemplo, la raíz digital de 395 es 3 + 9 + 5 = 17 y 1 + 7 = 8. ¿Cuál es la raíz

digital de 32017?

Antes de seguir adelante, piensen la respuesta. Como dato diré que Luke fue capaz de acertar el resultado en menos de un segundo (el locutor no había casi ni empezado a leer el enunciado pero es que los concursantes tienen una pantalla en la que les aparece cada problema y desde ese momento ya pueden dar su respuesta).

La última de las siete preguntas ha aparecido en muchos medios de comunicación, como el New York Times, por ejemplo, y sirvió para romper el empate que había hasta el momento:

En una granja, 100 polluelos se sientan pacíficamente en un círculo. De repente, simultaneamente cada polluelo picotea al pollito inmediatamente a su izquierda o derecha (a uno de los dos aleatoriamente). ¿Cuál es el número esperado de pollitos que no han recibido ningún picotazo?

Al igual que en el caso anterior, Luke fue capaz de dar la respuesta correcta en menos de un segundo.

Antes de continuar con el resto de los enunciados y las soluciones, quisiera intentar responder a la segunda de las preguntas que nos planteábamos al comienzo de esta entrada: ¿es positivo para la popularización de las matemáticas? Ya adelanté que mi respuesta es “no lo sé”. Es cierto que el concurso ha aparecido en numerosas cadenas de televisión en Estados Unidos y que buena parte de la prensa tradicional se ha hecho eco del evento, pero no es menos cierto que al ganador, un desgarbado chaval de 13 años, lo presentan como a una especie de extraterrestre con habilidades fuera del común de los humanos. Evidentemente, que se hable de matemáticas es bueno, pero se presenta como algo extremadamente dificultoso y no como algo que está en el día a día de todos. Si formara parte de un plan general de popularización de las matemáticas y de concienciación de su importancia para todos (como se hace con el deporte: practicar deporte es bueno para cualquiera, pero la élite está al alcance solo de unos pocos), estaría de acuerdo al 100%, pero me temo que ese plan no existe y a ello nos deberíamos encaminar.

Enunciados y respuestas

A modo de apéndice vamos a dar los siete enunciados y la respuestas (con alguna idea de cómo llegar a ellas) para aquellos que quieran poner a prueba su capacidad de razonamiento matemático:

1.- La raíz digital de un entero no negativo es el dígito obtenido por un proceso iterativo de suma de dígitos, cada vez utilizando el resultado de la iteración anterior hasta que se obtiene un solo dígito. Por ejemplo, la raíz digital de 395 es 3 + 9 + 5 = 17 y 1 + 7 = 8. ¿Cuál es la raíz digital de 32017?

3 elevado a cualquier número mayor que 2 es un múltiplo de 9 y en el colegio nos enseñaron que la suma de los dígitos de los múltiplos de 9 es un número, menor que el primero, que es múltiplo de 9. Así que, puesto que 32017 es múltiplo de 9, si aplicamos este proceso tantas veces como haga falta hasta obtener un único dígito, ese dígito tiene que ser múltiplo de 9. Ya está, el único número de un dígito y múltiplo de 9 es el propio 9. Luego la solución es 9.

2.- La longitud de un arco de 45 grados en el círculo P tiene la misma longitud que un arco de 60 grados en el círculo Q. ¿Cuál es la relación entre el área del círculo P y el círculo Q?

Aquí Luke, que se arriesgaba siempre más, dio una respuesta errónea y al cabo de 20 segundos (de los 45 que tenían para dar su respuesta), Andrew dio la correcta. La idea es que con 8 arcos del enunciado, se tiene el círculo P y con 6 el Q, luego los radios están también en la misma proporción de 8/6=4/3, pero las áreas son funciones cuadráticas del radio, luego la proporción de las áreas es de (4/3)2=16/9.

3.- Si x satisface 4x + 5x = 6x. ¿Cuál es el entero más grande que es menor que x?

4x + 5x crece más lento que 6x y como la 42 + 52 > 62 y 43+53 < 63 , la respuesta correcta es 2 que Luke dio en unos tres segundos.

4.- La novela Cat Lawyer tiene 300 páginas y promedia 240 palabras por página. La secuela de Cat Lawyer, Probable Claws, tiene 60 páginas más y promedia 30 palabras más por página. En términos del número total de palabras, ¿por qué porcentaje es Probable Claws más largo que Cal Lawyer?

Este es un simple ejercicio de multiplicar porcentajes, pero tardaron bastante en dar la respuesta correcta (35%) y lo hizo Andrew.

5.- Ian empieza a subir unas escaleras. Cada vez que da un paso, decide aleatoriamente si sube 1, 2 o 3 peldaños. ¿Cuál es la probabilidad de que Ian ponga el pie en el cuarto peldaño por encima de su posición inicial en su camino por las escaleras?

Para resolver este ejercicio hay que hacer más cálculos que en los anteriores. Lamemos P[k] a la probabilidad de pisar el escalón k-ésimo. Evidentemente, sólo podemos llegar a una posición directamente, en un solo paso, desde las tres anteriores y desde cualquiera de ellas, llegaremos a la "k" con una probabilidad de 1/3, por lo tanto:

P[k]=1/3*(P[k-1]+P[k-2]+P[k-3])

A los primeros 3 escalones también se puede llegar directamente (desde el escalón 0), por lo tanto, las probabilidades en cada caso son:

P[0]=1 (significa que empezamos en el escalón "0")

P[1]=1/3*P[0]

P[2]=1/3*(P[0]+P[1])

P[3]=1/3*(P[0]+P[1]+P[2])

P[4]=1/3*(P[1]+P[2]+P[3])

A los 30 segundos Luke dio una respuesta incorrecta y pasados los 35 Andrew dice 37/81 que es correcto.

6.- ¿Cuántos números enteros positivos de seis dígitos son divisibles en 1000 pero no en 400?

Al cabo de 2-3 segundos Luke dijo 450.

7.- En una granja, 100 polluelos se sientan pacíficamente en un círculo. De repente, simultaneamente cada polluelo picotea al pollito inmediatamente a su izquierda o derecha (a uno de los dos aleatoriamente). ¿Cuál es el número esperado de pollitos que no han recibido ningún picotazo?

Para dar la respuesta correcta, lo suyo es ponerse en el papel de uno de los polluelos: ¿Cuál es la probabilidad que le pique el de la derecha? ½ naturalmente y lo mismo con el de la izquierda, luego que no te pique ninguno es el producto de esos dos por lo tanto es ¼ y como hay 100 polluelos, 25 de ellos no recibirán picotazos (de media si se repite muchas veces el experimento).

El ABCDARIO DE LAS MATEMÁTICAS es una sección que surge de la colaboración con la Comisión de Divulgación de la [Real Sociedad Matemática Española (RSME)]