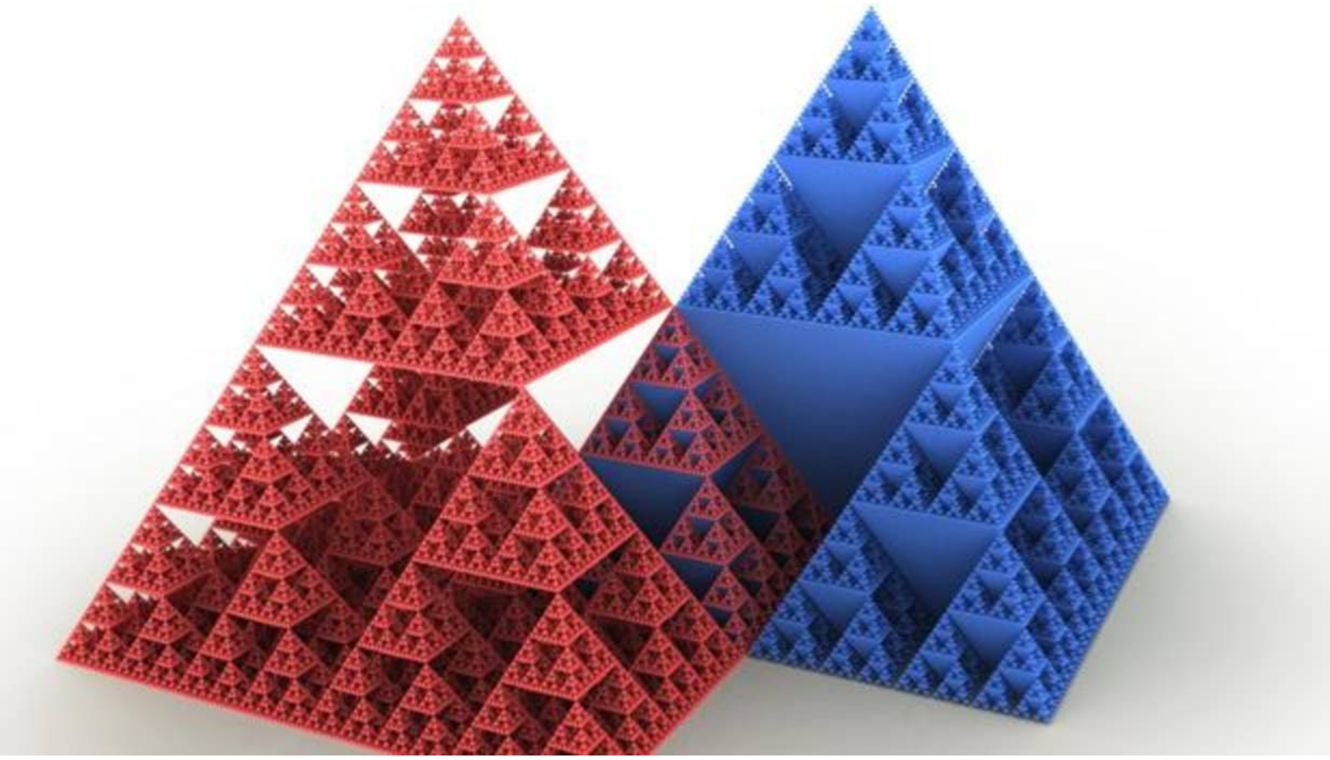
ABC, 12 de Marzo de 2018
CIENCIA - El ABCdario de las matemáticas
Alfonso Jesús Población Sáez

**No es uno de los trascedentes, como Pi, y parece de lo más vulgar, pero cientos de ordenadores tratan de «derribarlo»**



Una pirámide basada en cuadrados de Sierpinski y su 'inversa' - Wikipedia

Prácticamente todo el que haya cursado la educación primaria ha oído hablar del ***número pi***, que además desde pequeños nos genera cierto halo de misterio ya que se representa por una letra griega, π. Además, incluso habrán oído mencionar que tiene un día del año designado en su honor, el 14 de marzo, por aquello de sus primeros dígitos en expresión decimal, 3.14. (En realidad se le dedican dos fechas, la mencionada y el 22 de julio, ***día de aproximación de pi***, por aquello de que 22/7 también nos da 3.14, pero hay que ser muy rarito, y además pilla en un mes de teóricas vacaciones escolares; todo esto invento anglosajón, lo cual explica que pongamos el mes por delante del dia). En efecto, es un número famoso. E importante, apostillamos los matemáticos, ya que allá donde aparezca una circunferencia, una elipse o una esfera, por citar figuras geométricas presentes prácticamente en cualquier lugar al que miremos, allí está *pi*. La razón es evidente: *pi* es la relación entre la longitud de una circunferencia y su diámetro, aparece en el área del círculo y de la elipse, y en el volumen de una esfera. Y en más sitios. Pero no toca hablar hoy de eso.

Cuando, transcurridos unos años, accedemos a la educación secundaria, nos presentan otro número del que también se nos dice que está en todas partes, (véase la reciente reseña al respecto, en esta misma sección) un poco más escondido, pero omnipresente, y también nos hablan de que tiene infinitas cifras decimales no periódicas (o sea es un número irracional), aunque no llama tanto la atención, a lo mejor porque no lo han bautizado con una exótica letra griega. Este es sencillamente el ***número e***, cuyos primeros decimales son 2.71828. Su presencia es mucho más mundana: en las finanzas (el interés compuesto, las anualidades, vamos, quebraderos de cabeza como casi todo lo que se relaciona con los bancos), en la desintegración radiactiva, en realidad en todo lo que esté relacionado con el crecimiento (o decrecimiento). Pero tampoco toca hoy hablar de *e*, aunque no me resisto a plantearles una cuestioncilla para que piensen esta noche antes de dormirse (¡¡los profesores de matemáticas siempre sacando ejercicios de los lugares más inverosímiles!! Me defiendo: es que los hay, no los inventamos, sólo que sabemos verlos): Imaginen que van a una fiesta. Está lloviendo a mares y cada uno lleva su paraguas, que dejan confiadamente en recepción, o en el paragüero del lugar. Al acabar, se ha hecho de noche, no hay luz donde están los paraguas, así que van cogiéndolos a tientas. ¿Saben cuál es la probabilidad de que ningún asistente coja su paraguas? Piénsenlo un ratillo.

El por qué traigo a colación estos famosos números es porque ambos son ***números trascendentes***, además de irracionales, como ya hemos dicho. Un número es *trascendente* cuando no es solución de ningún polinomio con coeficientes enteros igualado a cero. Por ejemplo, al resolver la ecuación

$x^2 - 5x + 6 = 0$

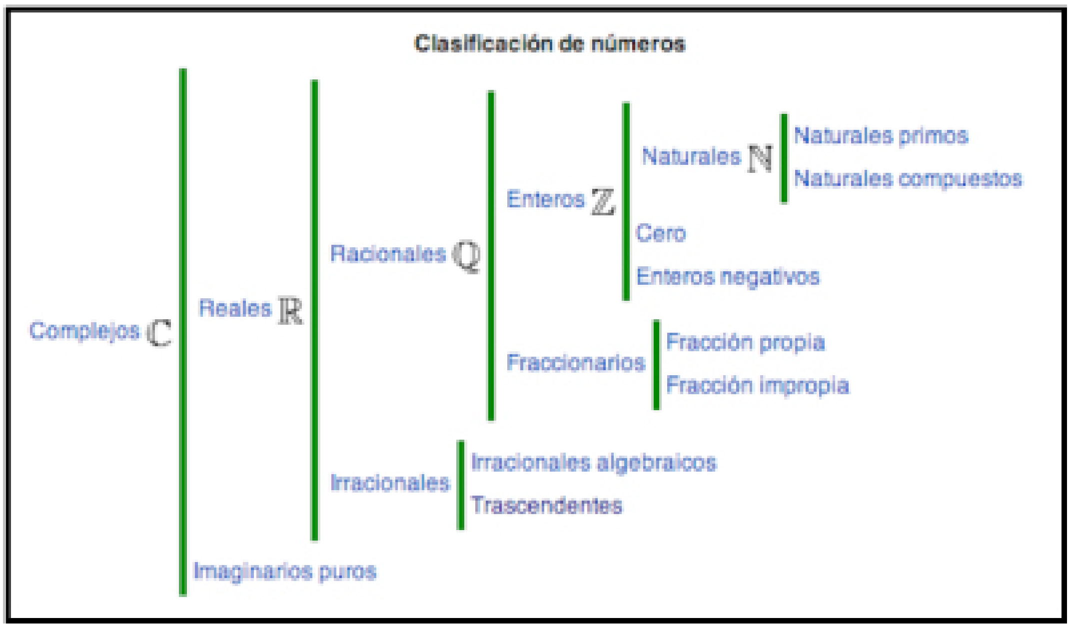
tenemos como solución $x = 2$ y $x = 3$. El 2 y el 3 son ***números algebraicos***, precisamente porque son solución de una ecuación polinómica con coeficientes enteros. Todos los *números racionales* (los de la forma $p/q$, con $p$ y $q$ primos entre sí para que $p/q$ esté simplificado y no haya factores comunes) son *algebraicos* porque son la solución de la ecuación polinómica

$qx - p = 0$

Alguno dirá: “Anda pues π es algebraico porque es la solución de la ecuación $x - \pi = 0$”. No, hay que fijarse un poco. Una de las dificultades de las personas con las matemáticas es que no tienen en cuenta “la letra pequeña”. Dijimos polinomio ***con coeficientes enteros***, y π no es entero, es irracional. También hay números irracionales que son algebraicos, por ejemplo, las raíces cuadradas de números que no sean *cuadrados perfectos*. Tienen infinitos decimales, y son solución de la ecuación

$x^2 - p = 0$

Igual sucede con las raíces cúbicas, cuartas, quintas, etc., aunque con ellas aparecen también números complejos.




El ***teorema fundamental del álgebra*** afirma que (no lo formularemos de modo riguroso, sino su interpretación, para abreviar) una ecuación de grado $n$ posee $n$ soluciones (contando multiplicidades: esto es $(x – 2)^5 = 0$ tiene una única raíz, pero con multiplicidad cinco, es decir está repetida cinco veces). Por tanto, una ecuación cúbica alcanza tres raíces. ¿Cómo son? ¿Enteras, racionales, reales, complejas? Pues depende del polinomio, pero todas son algebraicas, porque son solución de una ecuación polinómica con coeficientes enteros. Es decir que la clasificación de enteros, racionales, reales, complejos, es independiente de la de algebraicos o trascendentes. El cuadro de la derecha nos puede servir de referencia.

Aunque pueda resultar paradójico, hay más números trascendentes que algebraicos. Ambos son una cantidad infinita, pero los segundos son una cantidad ***infinita numerable*** (podemos contarlos), mientras que los primeros ni siquiera pueden contarse (esto lo demostró ***Georg Cantor*** en 1874). Sin embargo, demostrar que un número es trascendente no es sencillo, de hecho, hay bastantes números que se supone que lo son, pero aún no se ha conseguido demostrar, y son muy pocos para los que se ha demostrado que son trascendentes. A todo esto, fue ***Gottfried Wilhelm Leibniz*** el primero que empleó el vocablo “trascendente” en un artículo de 1682 en el que probó que la función trigonométrica

*sen*
(
*x*
) no es una función algebraica de
*x*
. La definición actual, la dada anteriormente se atribuye a
***Leonhard Euler***
, aunque no hay consenso entre los historiadores de la matemática en este asunto. La expresión "número trascendente" nunca fue utilizada directamente por Euler. Decía "cantidad trascendente" y el problema es que Euler distinguía como términos diferentes “cantidad” y “número”. Para él las cantidades no eran necesariamente intercambiables con los números. Las cantidades eran cualquier cosa que se podía aumentar o disminuir y que podían ser constantes o variables. Los números representaban determinaciones específicas (medidas de magnitud) de cantidades variables. El quid de la cuestión era que no estaba perfectamente definido el concepto de
***función***
, utilizando "cantidad" para referirse a “función”. Euler etiquetó cantidades constantes como "trascendentes" si la función que describía su relación con la unidad era trascendente. Por ejemplo, π y
*e*
se relacionaban con la unidad a través de las funciones longitud de arco y logaritmo neperiano, respectivamente. En todo caso, son matices. Otros matemáticos imprescindibles en esto de los números trascendentes son
***Joseph Liouville***
que en 1851 demostró la existencia de los números trascendentes construyendo los hoy conocidos como
***números de Liouville***

,
***Charles Hermite***
que demostró en 1873 que
*e*
es trascendente, y
***Ferdinand von Lindemann***
que en 1882 hizo lo propio con π.
***David Hilbert***
, entre los 23 problemas (24 en realidad, porque uno de ellos no lo enunció, pero se descubrió entre sus anotaciones años después) que propuso a la comunidad matemática en el segundo
***ICM***
(Congreso Internacional de Matemáticos) celebrado en París en el año 1900, se encontraba el número 7: demostrar la irracionalidad y trascendencia de algunos números, como
*e*
π

o.Es uno de los *problemas de Hilbert* resueltos: el ***teorema de Gelfond-Schneider*** zanjó el asunto, al menos de números como esos (no de otros). Pero tampoco toca hoy profundizar en esto. Y finalmente, mencionar al recientemente desaparecido matemático británico
***Alan Baker***

, que extendió el trabajo de
*Gelfond*
, dando pautas para averiguar la trascendencia de más números, además de aplicar su trabajo en la resolución de
*ecuaciones diofánticas*
. Todos ellos configuran la pléyade básica de investigadores en
*números trascendentes*
.

**Un número del montón**

Waclaw Sierpinski - Wikipedia

Todo este amplio preámbulo pretende justificar el título de esta reseña: que no sólo los *número s trascendentes*
son las "estrellas" del panorama numérico. De lo que yo quiero hablar desde el principio es del número 78557. ¿Qué tiene de particular? Ni siquiera es un número primo (78557 = 17 · 4621), que parece que son otras de las "estrellas" numéricas por antonomasia. Ni es capicúa, ni número perfecto, aparentemente un número del montón. Para averiguarlo, hablemos primero de un matemático polaco,
**Wacław Sierpinski**
, curiosamente nacido en el
***día de pi***
de 1882 (año en que
*Lindemann*
probó la trascendencia de
*pi*
; ¡¡cuánta casualidad!!). Aunque seguramente sólo lo asociemos con el famoso

***triángulo de Sierpinski***
, uno de las construcciones fractales más sencillas (ver imagen con su proceso de construcción; otros conjuntos fractales en su honor son la
***alfombra de Sierpinski***
y la
***curva de Sierpimski***
),

lo cierto es que su legado no es nada desdeñable ya que publicó 724 *papers* de investigación y escribió 50 libros, en campos matemáticos tan diferentes como la
***teoría de conjuntos***
,
***teoría de números***
,
***teoría de funciones***
y
***topología***
. Estudió además astronomía y filosofía. Pero no sólo participó en la vida académica. Durante la guerra polaco-soviética (1919–1921), Sierpinski trabajó en la agencia polaca de criptografía, siendo parte decisiva en el descifrado del código soviético que los rusos utilizaban en sus mensajes. Y desempeñó numerosos cargos institucionales en muchos países, fundó revistas científicas, en fin, que desarrolló una actividad científica enorme.

Hacia 1960, Sierpinski establece que existen números enteros positivos impares $k$ tales que el conjunto de los infinitos números

$\{k\,2^n + 1 \,/\, n \in \mathrm{N}\}$

son todos compuestos (es decir, no hay ninguno primo). A estos números se les denominó en su honor ***números de Sierpinski***. Pongamos un ejemplo para entender bien la situación. Cojamos por ejemplo $k = 17$. Los primeros números del conjunto anterior son

{35, 69, 137, 273, 545, …},

[illegible] *Real Sociedad Matemática Española (RSME)* [illegible]