ABC, 16 de Abril de 2018
CIENCIA - El ABCdario de las matemáticas
Urtzi Buijs

Empleamos estas matemáticas para contar las horas o leer música, e incluso pueden ayudarnos a ganar al ajedrez como un maestro

La aritmética modular o aritmética del reloj es de uso común en nuestras vidas - Fotolia

Las **matemáticas** nos han acompañado a todos desde edad temprana; podéis pensar que a vosotros no, pero os lo aseguro, lo han hecho. A algunos, además de hacernos compañía, nos han proporcionado un medio, si me apuráis, hasta una forma de vida. Aunque ciertas áreas de las matemáticas puedan vivir en estos momentos en el exilio de nuestras memorias, a la **Aritmética** no le ocurre esto. ¿Aritmética? Sí, los números y las "cuatro reglas" difícilmente podrán abandonarnos a ninguno.

Si bien la aritmética es de uso común en nuestras vidas, hoy hablaremos de un tipo en particular, llamado **aritmética modular**, introducido en 1801 por el genial **Carl Friedrich Gauss** (1777-1855) en su librito «Disquisitiones Arithmeticae».

Así a primera vista puede sonarnos esto a chino, pero la aritmética modular, también conocida como **"aritmética del reloj"**, está más presente en nuestra vida de lo que creemos. Esta denominación se debe a que volvemos a contar desde el principio cuando alcanzamos un cierto valor, al que se llama módulo.

Por ejemplo, cuando lo que contamos son horas, al llegar a 12, volvemos a empezar a contar desde 1. Sin embargo, dado que un día tiene 24 horas, utilizamos dos sistemas diferentes: contar de 24 en 24 o utilizar las iniciales a.m. (ante merídiem) para indicar las horas antes del mediodía y p.m. (post merídiem) para indicar las horas después del mediodía. Vamos a verlo con un ejemplo: las 17 horas es lo mismo que las 5 p.m., ya que 17-5=12 (el módulo).

Este tipo de aritmética también está presente en la música, ya que si utilizamos la escala de doce tonos "contamos" del modo Do-Do#-Re-Re#-Mi-Fa-Fa#-Sol-Sol#-La-La#-Si y volvemos a contar desde Do. Aunque el caso más simple de aritmética modular consiste en tomar como módulo 2. De este modo nuestro pensamiento solo puede distinguir dos opciones: par o impar, 0 ó 1, dentro o fuera, etc.

Esta simplificación de la realidad permite resolver problemas que parecen a priori de una dificultad asombrosa. Para no abusar de vuestra paciencia, solo os voy a contar en esta columna un par de ejemplos de cómo **la aritmética modular nos ayuda a resolver con rapidez y elegancia problemas complejos** . Uno de carácter matemático y otro de nuestro maravilloso mundo de las 64 casillas.

Dentro/fuera

Consideremos una circunferencia y deformémosla de forma continua sin auto-intersecarse (en el resultado final no debe cruzarse ninguna línea) hasta convertirla en la figura laberíntica del diagrama. ¿Hay algún método para determinar si el punto rojo está dentro o fuera del círculo? ¡Ojo! No vale ponerse a jugar una partida de comecocos hasta ver si salimos del laberinto pues eso no es ningún método, al menos no uno riguroso.

La respuesta no es tan simple. De hecho, la pregunta ni siquiera lo es, pues estamos dando por hecho que la circunferencia deformada separa el plano en una región acotada (“dentro”) y una no acotada (“fuera”). Aunque nuestra intuición pueda decirnos que esto es así, dicha afirmación constituye un sesudo teorema: el de la **curva de Jordan**, que no fue probado hasta 1887 por Camille Jordan (1838-1922
(Una discusión sobre la primera demostración correcta de este Teorema aquí)
.

Gracias a este Teorema, podríamos distinguir o “colorear” el plano (menos la curva) en dos colores, digamos: azul para la región acotada, anaranjado para la región no acotada. Si trazamos una semirrecta desde el punto rojo que corte siempre de forma transversal a la curva, observamos que cada vez que atravesamos la curva cambiamos de región. De este modo, si el número de veces que atravesamos la curva es 1, 3, 5…, esto es impar, el punto se encontrará en el interior y si es 2, 4, 6…, esto es par, el punto estará en el exterior. La “paridad” no cambia tomemos la semirrecta que tomemos. Es una propiedad del punto respecto de la curva.

El ajedrez

¿Realmente este tipo de aritmética módulo 2 se da en el ajedrez? El tablero de ajedrez está separado en dos regiones: las casillas blancas y las casillas negras, lo que determina las dos clases de congruencia.

Fijémonos ahora en el caballo. Dada su peculiar forma de moverse en L, el caballo siempre saltará de una casilla blanca a una negra y viceversa. Es decir, cada vez que se mueve el caballo, cambia la paridad de la casilla en la que está.

Real Sociedad Matemática Española (RSME)