ABC, 10 de Mayo de 2021
CIENCIA - El ABCdario de las matemáticas
Alfonso Jesús Población Sáez

¿Es matemáticamente posible o se trata de un fraude?



Cubo de rubik - Archivo

El viernes pasado, a poco de enviar a la redacción de ABC la reseña sobre los rompecabezas secuenciales, recibí una llamada telefónica de una cadena de radio para dar mi parecer sobre una noticia que habían difundido diferentes medios de comunicación:

la sospecha de irregularidad

que había tenido lugar en Italia porque un ciudadano había ganado dos veces en menos de quince días un premio millonario en un concurso. Querían saber si hay razones serias de tipo matemático para pensar que esa situación es realmente harto improbable. Aunque creo que lo dejé bastante claro, las explicaciones justificadas en radio no son fáciles de transmitir, y menos con la rapidez que se trabaja en dicho medio, de modo que, pareciéndome además un tema de interés, voy a tratar de describirlas aquí con más detalle.

Evidentemente lo primero fue tratar de conocer de qué tipo de juego se trataba, porque en Italia hay vigentes muchos juegos distintos. Según se había publicado, en este caso era uno de los del tipo 'rasca y gana', concretamente el denominado '**Nuovo Mega Miliardario**'



(que viene a traducirse como Nuevo Mega Multimillonario; es curioso: desde su misma denominación trata de incitar a que te conviertas en un afortunado ganador, pero si lo logras, se pone en duda tu éxito y te investigan). Si uno entra en la página estatal de **L'Agenzia delle Dogane e dei Monopoli, ADM**
, (Agencia de Aduanas y Monopolios), observamos cómo todas estas actividades están perfecta y legalmente descritas (no podía ser de otra forma), y especificada la mecánica, los premios, el porcentaje de premio que queda para el Estado, cómo cobrar los premios, etc., etc., pero también las probabilidades de ganancia, apartado que probablemente (nunca mejor dicho) los adictos al juego no miran nunca.

La mecánica del juego es sencilla: se compra un boleto como el que vemos en la imagen (por 10 €), y raspamos las seis monedas que vemos. Son los números ganadores. Debajo aparecen 15 fajos de billetes que son los números con los que juegas. Si al descubrirlos, aparece alguno de los números ganadores, tienes premio (si aparece varias veces, se van acumulando las ganancias). Debajo de cada número aparece la cuantía del premio (10€, 20€, etc.). Si tienes la fortuna de que en tus números aparece el llamado 'número Jolly', la sexta moneda que aparece diferenciada de las otras cinco, entonces multiplicas lo que ganes por diez. Además, adicionalmente, si encuentras entre tus números una herradura, directamente

ganas 200 euros. En la parte superior, aparece una banda con la frase «más de 8.000.000 de premios de más de 20€». Y en la parte inferior, «más de 600 millones (en color rojo) de euros en premios».



La parte posterior del boleto es menos atrayente visualmente. En un severo blanco y gris, se indica cómo se pagan los premios, se muestra una tabla con las cantidades que se pueden ganar, aparece un código de barras que controla la autenticidad, se indica que es para mayores de 18 años, y se sigue animando al personal con el eslogan «**aún más bello, siempre más rico** ».
Hace referencia a que se trata de una nueva versión del juego, con más premios que la que hubo inicialmente. De hecho, hay otras dos variantes en activo, entre ellas, una versión para jugar a través de móviles, sin necesidad de comprar boletos en un establecimiento. En definitiva, todas las facilidades del mundo para jugar (y perder dinero, obviamente; o ganarlo).

Un primer detalle para alguien que lo observa desde fuera y que no le atrae para nada el participar (o sea mi caso, el de alguien analítico y crítico) es el hecho de que los números ganadores son diferentes para cada boleto, es decir, no es como la lotería, la primitiva, el euro millón, las quinielas, etc., en los que los números ganadores son los mismos para todos y son públicos, y todo el mundo observa cómo aparecen (en el caso de las quinielas, depende de los resultados de los partidos de fútbol). Aquí no, aquí el boleto **se ha fabricado de acuerdo al**

sistema que haya ideado el programador del ordenador que los compone
. ¿Podrían fabricarlos sin premio alguno? Podrían, pero no lo van a hacer para no tener problemas legales, obviamente. Por eso el siguiente paso es conocer datos cómo el número de boletos que tienen premio, o cuántos boletos se ponen en juego en total.

En las bases legales del juego aparece toda esa información. Concretamente, que se fabrican 78.000.000 de boletos en total (han leído bien, 78 millones, y pueden ser más, en cuyo caso, también se incrementan los premios proporcionalmente). Y aparece la siguiente tabla:

Numero premi	Importo dei premi in euro
10	2.000.000,00
90	20.000,00
200	10.000,00
4.350	1.000,00
18.450	500,00
520.000	200,00
170.300	100,00
740.350	50,00
845.010	25,00
5.889.000	20,00
26.594.750	10,00

Es decir, está estipulado el número total de premios (controlados informáticamente para que sean exactamente esos, lo cual es una garantía de que el juego es justo, ya que son datos públicos y conocidos). Vemos que, en total, en todo el país, hay 10 boletos que tienen los 2 millones de euros, 90 con 20.000 euros, etc. Es de suponer, no lo indica en ningún lado, que a medida que se van 'gastando' los boletos, se van fabricando otros, con las mismas características de los usados (para que no varíe el número de premios), y para que siempre haya en juego esos 78 millones de boletos. Eso sí, el lugar donde se emitan será diferente (seguramente aleatorio, para que los que tengan los 2 millones de euros, por ejemplo, no estén siempre en la misma ciudad, región, etc.).

Tenemos por tanto todos los datos para calcular las probabilidades de que nos toque algo.
Recordemos que la probabilidad viene dada por el cociente
:

$$p = \frac{número\ de\ casos\ \ favorables}{número\ de\ casos\ \ posibles}$$

Esto nos da un valor entre 0 (suceso imposible) y 1 (suceso seguro). Cuanto más cerca estemos del 1, el juego es más favorable (más posibilidades tenemos de ganar), y cuanto más alejados estemos (más próximos a 0 por tanto), el juego es más desfavorable (menos posibilidades tenemos de ganar).

En el reglamento del juego, y en la página web, también tienen la gentileza de mostrarnos una tabla con las probabilidades ya calculadas de que ganemos algo:

Importo vincita €	N. biglietti vincenti x lotto iniziale di biglietti (N. 78.000.000)	Probabilità di vincita
2.000.000	10	1 ogni 7.800.000,00 biglietti
20.000	90	1 ogni 866.666,67 biglietti
10.000	420	1 ogni 185.714,29 biglietti
1.000	19.500	1 ogni 4.000,00 biglietti
500	68.250	1 ogni 1.142,86 biglietti
200	520.000	1 ogni 150,00 biglietti
100	487.500	1 ogni 160,00 biglietti
50	910.000	1 ogni 85,71 biglietti
25	10	1 ogni 7.800.000,00 biglietti
20	9.620.000	1 ogni 8,11 biglietti
10	13.000.000	1 ogni 6,00 biglietti
Totali		
	24.625.780	1 biglietto ogni 3,17 è vincente e pu contenere uno o più premi

Comprobemos si están bien hechas las cuentas. De acuerdo a los datos, la probabilidad de que ganemos un premio de 2 millones de euros, sería:

$$p = \frac{10}{78000000} = \frac{1}{7800000} \approx 1.28\ 10^{-7} \approx 0.000000128$$

Por tanto, **no nos engañan, es correcto** (pueden comprobar el resto; todo es correcto). Ahora bien, las posibilidades de que nos toque, como ven son bastante escasas. Por comparar, la probabilidad de que te caiga un rayo habiendo una tormenta es del orden de 1 de cada 3.000.000, que es del orden de 3x10^(–7), baja, pero 2.3 veces más probable. Por supuesto se recalca en la publicidad que (¡¡¡hombre, no seas tan ambicioso!!!) un boleto de cada 3.17 es ganador y puede contener uno o más premios. Parece que te dicen, de cada tres billetes que compres, uno tiene premio, así que, cómpralos de tres en tres (o sea te gastas 30 euros, y como mucho lo más probable es que recuperes 10 euros, que eso ya es ganar).

Pero el tema es que el ganador bajo sospecha ganó el primer millón de euros en un el 4 de febrero, y otros dos millones en otro boleto del mismo tipo, el 24 de febrero. ¿**Cuál es la probabilidad de que ocurra eso**
?

En cálculo de probabilidades se definen sucesos independientes cuando la probabilidad de que ocurra uno no está influida por la de que ocurra el otro. En pocas palabras, cuando no tienen ninguna relación entre sí. Por ejemplo, tirar al aire una moneda y después un dado. O extraer una carta de una baraja, volver a meterla en el mazo, barajar (sin hacer trampas), y volver a sacar otra carta. En cambio, sacar una carta, no devolverla al mazo, y luego sacar otra, son sucesos dependientes, porque la segunda carta no se saca en las mismas condiciones que la primera, al haber una carta menos. En el caso de los boletos de lotería, ganar o perder con el segundo boleto es independiente de lo que haya sucedido en el primero, de modo que son sucesos independientes. Y cuando los sucesos son independientes, las probabilidades se multiplican.

Por tanto, la probabilidad de ganar dos veces un premio es el producto de las probabilidades de ganar cada uno de ellos. Si fueran dos millones cada vez, sería del orden de 10^(–7) x 10^(–7), es decir 10^(–14), catorce ceros, una posibilidad entre 100 billones. ¿Hay motivos para investigar la situación por parte de la justicia? Obviamente sí, si a ello añadimos además que para comprar el segundo boleto se tuvo que desplazar al norte del país. ¿Por qué allí? ¿Una corazonada? Seamos serios. El ir precisamente allí no es desde luego un suceso independiente del anterior. Y menos aún, si anunciamos al banco que se fueran preparando para recibir un tercer ingreso por otro boleto en fechas próximas (para ser tramposo, no sólo hay que ser osado, sino bastante inteligente, y poco bocazas). Por supuesto, necesitaríamos más datos y más cálculos para hacer una estimación más ajustada (la dada es una aproximación). Por ejemplo, el número de herraduras que hay, cuántos premios acumulados hay como máximo por boleto, entre otras cosas.

En todo caso, una vez vendidos los 78 millones de boletos, la recaudación, a 10€ cada uno, sería de 780 millones de euros. La cuantía de los premios asciende a

10·2.000.000 + 90·20.000 + 420·10.000 + 19.500·1.000 + 68.250·500 + 520.000·200 + 487.500·100 + 910.000·50 + 10·25 + 9.620.000·20 + 13.000.000·10 = 600.275.250 €

Es decir, la propaganda también es correcta: son más de 600 millones de euros en premios. Ahora bien, ¿cuánto recauda el Estado? La cuenta es sencilla:

780.000.000 – 600.275.250 = 179.724.750

Casi 180 millones de euros. Sin contar el dinero de los boletos premiados que están por ahí sin ser comprados, o se han extraviado, o han desaparecido, o el tiempo que tarden en reemplazar los boletos premiados, o el porcentaje de premio que se queda la hacienda pública. Y tengan en cuenta que junto a este juego coexisten otros cuantos, de ganancias similares. En definitiva, lo que dije para empezar en la radio: ningún juego de apuestas se proyecta para que usted o yo ganemos. **El que siempre gana es el promotor (si no, no habría negocio**). En efecto, alguien gana de vez en cuando. Pero las probabilidades de que seamos nosotros son muy bajas.

Y finalmente, la reflexión obvia. ¿ Necesitan los gobiernos freír a sus ciudadanos a impuestos ? Obviamente, no. **Basta poner en marcha unos cuantos juegos de apuestas,** y el ciudadano, con la cosa de «la ilusión», encima súper contento. ¿Será también por estas cosas por las que se plantean aislar a las matemáticas y diluirlas entre otras «de cultura general»? En fin, lo dejaremos, porque no quiero calentarme más. Concluyan ustedes .

Alfonso J. Población Sáez es profesor de la Universidad de Valladolid y miembro de la Comisión de divulgación de la RSME.

El ABCDARIO DE LAS MATEMÁTICAS es una sección que surge de la colaboración con la Comisión de Divulgación de la Real Sociedad Matemática Española (RSME)