# El Vientre de un Arquitecto (La búsqueda de la forma)

**por**

**Raúl Ibáñez Torres, Universidad del País Vasco**

La obra mejor es la que sostiene por su forma

Eduardo Torroja

Podríamos decir que la Geometría, y más generalmente, las Matemáticas, han estado presentes en la Arquitectura desde el momento en el que el hombre siente la necesidad de construir un hogar donde guarecerse de las inclemencias de la naturaleza, descansar o mantenerse alejado de sus enemigos, ya sea excavando en cuevas, construyendo chozas o montando tiendas, y siente además la necesidad de construir lugares especiales para enterrar y venerar a los muertos o adorar a los dioses, como los dólmenes, los túmulos o los monumentos megalíticos (por ejemplo, Stonehenge). Presencia que a lo largo de la historia nos ha dejado obras de gran belleza (aparte de su utilidad) como la acrópolis ateniense con el Partenon, la Basílica de Santa Sofía de Constantinopla, la Alhambra de Granada, la Torre Eiffel, el Guggenheim de Bilbao y un largo etcétera.

Parece evidente para cualquiera que siendo la forma y la estructura de las construcciones tan importantes en el diseño de las obras arquitectónicas, la Geometría y las Matemáticas sean una parte fundamental de la Arquitectura, como queda puesto de manifiesto cuando se echa un vistazo a los temarios de algunas de las asignaturas de Arquitectura o Ingeniería. Podemos separar las aportaciones de estas en dos tipos:

i) como herramienta de cálculo, por ejemplo para determinar la estructura y forma de la obra arquitectónica, a la hora de estudiar el equilibrio, resistencia o estabilidad de un edificio, puente u otra construcción, para determinar las condiciones de luminosidad, temperatura, acústica y un largo etcétera...

ii) como fuente de inspiración y en el desarrollo de la creatividad, imaginación e inventiva del arquitecto.

El diseño y construcción de una obra arquitectónica es un complejo proceso en el que el arquitecto debe beber de diferentes fuentes, entre las que se encuentran las Matemáticas. En este proceso, el arquitecto deberá tener en cuenta las diferentes dimensiones de la obra arquitectónica. Dimensiones todas ellas en las que la Geometría (cálculo o creatividad) jugará un papel destacado.

i) las 3 dimensiones clásicas de Vitruvio (Diez Libros de Arquitectura, Vitruvio): **funcional, estructural y estética**;

ii) las 3 dimensiones de J. Ackerman (International Design Conference, Aspen, Colorado, 1974): **individual, ambiental y cultural**;

iii) otras 3 dimensiones más: **social, económica y artística**.

Pero realizar un estudio de las aportaciones de la Geometría en la Arquitectura es una tarea que excede en mucho el espacio de este artículo, por ello nos vamos a centrar en un aspecto particular de estas aportaciones como es la utilización de la Geometría de curvas y superficies en la Arquitectura moderna, intentando mostrar que la forma no es superflua, y que además de belleza, le da estabilidad a la obra arquitectónica. La llegada de nuevos materiales más flexibles, más fáciles de manipular y menos pesados (hormigón, fibra de vidrio, nylon, terylene,...), así como la existencia de movimientos Arquitectónicos más abiertos (por ejemplo, la Arquitectura Orgánica) hace que la presencia de nuevas y sugerentes formas sea posible en la Arquitectura del siglo XX.

En esta charla centraremos nuestra atención en los siguientes objetos geométricos: catenaria, cónicas, espiral, hélice, la esfera, el toro y algunas superficies regladas (cono, cilindro, helicoide, paraboloide hiperbólico, hiperboloide,...). Para cada uno de estos objetos mostraremos algunas de sus propiedades geométricas y construcciones arquitectónicas en las cuales se haya utilizado. En algunas de las obras hablaremos de la justificación matemática que existe para la utilización del objeto geométrico, sin embargo, en otros simplemente admiraremos la utilización de la geometría y la belleza de la construcción. Hemos elegido ejemplos de grandes arquitectos e ingenieros (que creemos interesante que el público conozca) como son A. Gaudí, E. Torroja, F. Candela, S. Calatrava, F. Lloyd Wright, Le Corbusier, R. B. Fuller, E. Saarinen, N. Foster, ... Para terminar esta breve introducción me gustaría mencionar que no sólo el estudio de la Geometría es importante y necesario para los arquitectos e ingenieros, sino que también lo es que el matemático conozca la utilización de su ciencia en otros contextos, como la Arquitectura, que le dará otra perspectiva de su trabajo e incluso le puede sugerir problemas que se derivan del diseño arquitectónico y que de otra forma no repararía en ellos.

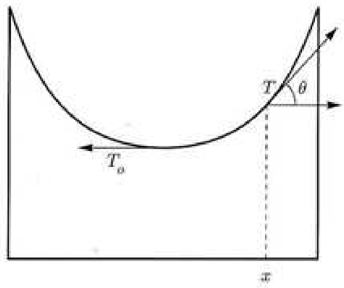
> Para que un objeto sea altamente bello es preciso que su forma no tenga nada de superfluo, sino las condiciones que lo hacen útil, teniendo en cuenta el material y los usos a prestar. Cuando las formas son más perfectas exigen menos ornamentación.
>
> Antoni Gaudí

> Circunstancias de la época...retrasaron aún más mi lento desarollo profesional... Por fin, al cumplir los cuarenta años, descubrí asombrado que mi desordenada y casual formación parecía haber sido misteriosamente dirigida en un determinado sentido que me permitía encontrarme preparado para la labor que tenía que ejecutar.
>
> Félix Candela

## La Catenaria

La Catenaria es la forma que adopta una cuerda o cadena cuando se cuelga de dos puntos y sólo soporta su propio peso. Veamos el dibujo siguiente. Consideremos un sistema de referencia cuyo centro está en el extremo de la curva y cuyo eje de abscisas es el paralelo al dibujado. Las fuerzas que se ejercen sobre el segmento $0P$ que va del origen hasta un punto $P$ de la curva de abcisa $x$ son la tensión del cable $T$, su peso que es $w.s$ -donde $w$ es la densidad lineal del cable y $s = s(x)$ es la longitud del segmento de cable- y $T_0$ es la fuerza horizontal de tensión del cable. El equilibrio nos da una igualdad de fuerzas, que aparece en la imagen, y un argumento sencillo de geometría diferencial de curvas nos lleva a la ecuación diferencial, cuya solución es la fórmula de la catenaria.

El estudio de la estática del arco catenario invertido nos dice que este es el arco que se sostiene a sí mismo, luego es la forma óptima (debido a su estabilidad) para construir arcos que se soporten por su propio peso. Si estudiamos entonces la estática de un arco que se sostiene a sí mismo descubrimos que el diagrama de fuerzas es el opuesto al de la catenaria, luego el equilibrio sigue manteniéndose. En



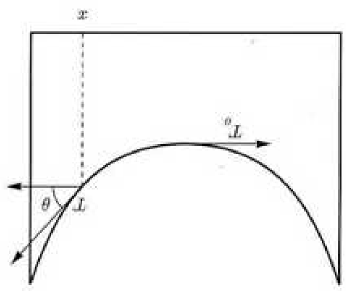
$$T.\cos\theta = T_0,\ T.\operatorname{sen}\theta = w.s(x)$$

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg}\theta = \frac{w.s}{T_0}$$

$$\frac{ds}{dx} = \sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2} = \frac{T_0}{w}.\frac{d^2y}{dx^2}$$

$$\text{catenaria}:\ y = a\ \cosh\left(\frac{x}{a}\right)$$

el siguiente diagrama las fuerzas que actúan sobre el segmento $0P$ son las opuestas a las mostradas en el dibujo, además del peso que apunta hacia abajo (al voltear el diagrama anterior esa flecha quedaría hacia arriba).

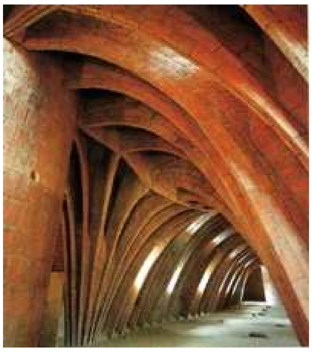


A pesar de la óptima calidad del arco catenario durante mucho tiempo se consideró que tenían formas poco elegantes y no se utilizaron en la arquitectura tradicional, en su lugar se utilizaron arcos semicirculares, elípticos, apuntados,..., aunque sí algo en ingeniería (en relación a la construcción de puentes).

Uno de los primeros arquitectos que investiga y hace uso de la catenaria y de otros arcos antifuniculares es Antoni Gaudí (1852-1926), uno de los grandes arquitectos de todos los tiempos. Intentar explicar a Gaudí en tan breve espacio es imposible, pero intentemos dar 5 claves: i) recibió formación técnica en su juventud (diferentes materias de matemáticas y geometría en particular); ii) la naturaleza como referente (formas geométricas imitativas, nuevas formas geométricas inspiradas por la naturaleza y la obra arquitectónica considerada en su entorno natural); iii) experimentación geométrica como método creativo; iv) nuevas creaciones estructurales (mediante estática gráfica o experimentalmente), Gaudí no imita o toma soluciones ya existentes sino que va a la raíz del problema y obtiene sus propias soluciones, sus propias estructuras, y finalmente, hace coincidir la forma con la estructura; v) contacto directo con los trabajadores y talleres involucrados. Me gusta pensar en Gaudí como el último arquitecto anterior a la arquitectura moderna (por el uso de materiales y algunas técnicas artesanales de la arquitectura de siglos anteriores, por ejemplo, en la época del hormigón sólo empezó a utilizarlo en la Sagrada Familia) y el primer arquitecto moderno, podemos considerarle entre otras cuestiones uno de los padres de la Arquitectura Orgánica y de la Arquitectura Racional.

La utilización que Gaudí hace de la catenaria está justificada ya en los anteriores puntos: forma que emana de la naturaleza, estabilidad, simplicidad en los cálculos, sencillez de realización para los carpinteros y otros trabajadores. José Bayó comentó la construcción de la catenaria de la Casa Milá: "Primero revocaron y enlucieron un amplio paramento. Entonces, Canaleta daba la luz de cada arco y Bayó clavaba un clavo en cada extremo de la luz del arco, en la parte alta del muro. De estos clavos se suspendía una cadena de tal manera que su punto más bajo coincidiera con la flecha del arco. Entonces se dibujaba sobre la pared el perfil que por sí sola trazaba la cadena, y sobre este perfil el carpintero Casas hacía cercha correspondiente. Luego se daba la vuelta a la cercha y se colocaba en su sitio. Sobre ella se hacían hiladas de ladrillo puesto de plano y las enjutas se hacían con hiladas horizontales de ladrillo."

Para Gaudí "la catenaria da elegancia y espiritualidad al arco, elegancia y espiritualidad para la construcción entera. La función autoestable de la catenaria evita contrafuertes, el edificio pesa menos, gana una gracia vaporosa y se aguanta sin raros accesorios ortopédicos." [6] Gaudí utiliza los arcos catenarios en el Colegio de las Teresianas (1889), en la casa Batlló (1904-1906), en la casa Milá, La Pedrera, (1905-1910), etc...


Pero detengámonos un instante y analicemos, aunque sea de una forma superficial, la relación entre estabilidad y forma (fundamental en Arquitectura y como veremos en parte de la Arquitectura moderna). Para ello vamos a utilizar un sencillo ejemplo. Tomemos alguno de estos juegos que hay para construir figuras, como por ejemplo, el supermag que utiliza bolas de hierro e imanes, y realicemos un cubo, que es la forma tradicional de las construcciones arquitectónicas, descubriremos que es bastante inestable y que con un mínimo de presión se rompe o se desmorona, luego al construir un edificio con esta forma tendremos que valernos de "accesorios ortopédicos" (contrafuertes, vigas, gruesos muros,...) para que no se derrumbe (pensemos que esta ha sido la realidad en las construcciones arquitectónicas clásicas). Sin embargo, si realizamos un tetraedro, esta es una forma muy estable, que no se descompone a menos que le apliquemos una fuerza considerable. Para recoger este pensamiento gaudiano vamos a recurrir a uno de los grandes teóricos del siglo XX, Eduardo Torroja: "La construcción, la arquitectura, no pueden prescindir de la realidad del fenómenos físico, esto es, de las leyes de la estática. Su belleza se funda esencialmente sobre la verdad, sobre la racionalidad de la estructura; debe por tanto, poderse lograr sin adiciones ni ornamentaciones externas. Pero, para obtenerla, es necesario un esfuerzo largo y tenaz en el sentido de las íntimas razones de resistencia de las formas. El resultado genial de un momento de inspiración es siempre el epílogo de un drama, que frecuentemente está constituido por toda una vida de trabajo.", "La obra mejor es la que se sostiene por su forma".

Otro arquitecto que utilizó la catenaria en su obra fue Eero Saarinen, uno de los grandes maestros de la arquitectura norteamericana del siglo XX. Muy criticado por otros modernistas contemporáneos, sin embargo la siguiente generación de modernistas le consideró ya uno de los grandes y contó con el beneplácito de la sociedad. Realizó obras de gran impacto social. Aquí presentamos dos de sus trabajos:

i) Jefferson National Expansion Memorial -Gateway Arch-, Saint Louis, Missouri, 1947-1960. Fue la mayor construcción de su tipo en aquellos días. Cuando Saarinen recibió el encargo su idea fue crear un monumento que tuviese una importancia duradera y que fuera un hito de nuestro tiempo. El arco curvado pretendía expresar una monumentalidad atemporal y un dinamismo actual. Además, este arco simbolizaba la entrada al Oeste (Getaway Arch-Arco de Entrada, Puerta). Tiene una altura de 192,15 metros.

ii) Dulles International Airport, Chantilly, Virginia, 1958-1962. Fue el aeropuerto más grande de los Estados Unidos en su tiempo y lo que es más importante, fue el primer aeropuerto comercial diseñado específicamente para jets. De nuevo, debido a su importancia, Saarinen se decide por una estructura monumental. Según su autor "es como una gran hamaca atada a grandes árboles". Pero el tejado con forma de catenaria es importante tanto estéticamente como funcionalmente, además de la estabilidad, flexibilidad y firmeza de la estructura, su forma tiene la cualidad acústica de hacer que el sonido se disperse rápidamente, algo de gran valor en una terminal de aviones, o también su forma permite evitar algunos efectos perniciosos del viento.



La compañía Gunnar Biskerts y Asociados que tiene fama por crear figuras arquitectónicas claras y poderosas que realizan sorprendentes declaraciones constructivas, utilizó la catenaria en el banco federal de Minneapolis. Este está formado "por un bloque de oficinas de reluciente vidrio que tiende un puente entre las dos grandes torres de hormigón y que es sostenido, como un puente colgante, por dos vigorosos arcos catenarios". Además, se vuelven a reproducir los arcos catenarios en la fachada de cristal.

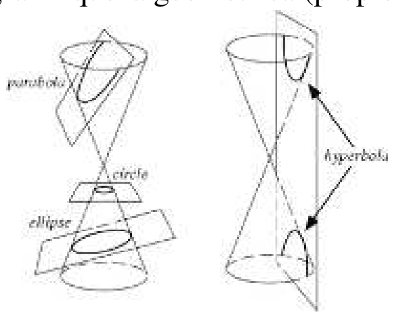
## Estática gráfica y maquetas colgantes

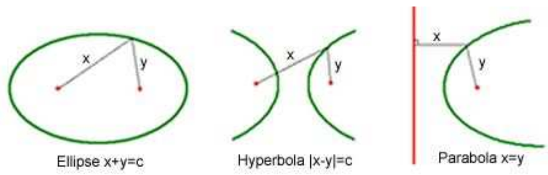


Gaudí utilizó dos estrategias principalmente en el diseño estructural: el método de la maqueta colgante y el método gráfico. El método de la maqueta colgante lo utilizó en el diseño de la iglesia de la Colonia Güell. Gaudí diseñó una maqueta a base de pesos, cuerdas,... que buscaba la estabilidad fruto de su propio peso y luego, al igual que en el caso de la catenaria, se invertía la forma para obtener la forma óptima y estable para el edificio. La maqueta de la iglesia de la Colonia Güell tenía una longitud de 6 metros y una altura de 4 metros, y su escala era 1:10 (mientras que la escala de peso era 1:10.000). Gaudí tardó 10 años en realizarla:1898-1908. En las imágenes vemos una fotografía de la maqueta y el diseño que Gaudí hizo de la iglesia sobre una fotografía invertida de la maqueta. Sin embargo, después de esta experiencia, Gaudí desarrolló el diseño de la Iglesia de la Sagrada Familia utilizando el método gráfico sobre el papel. En ambos casos, las soluciones estructurales las intentaba interpretar después utilizando sencillas superficies, en particular, las superficies regladas, como el hiperboloide o el paraboloide hiperbólico.

## Las cónicas

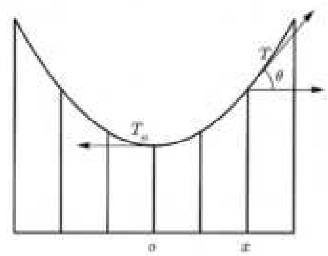
Son las curvas que se obtienen como intersección de un cono circular recto y de ángulo variable y un plano, perpendicular a una de las rectas generadoras del cono, que no pase por el vértice). Son curvas de gran sencillez matemática, ya que son solución de una ecuación de grado 2 en el plano ($ax^2+bxy+cy^2+d=0$), y poseen una gran riqueza geométrica (propiedades métricas, de reflexión,...).

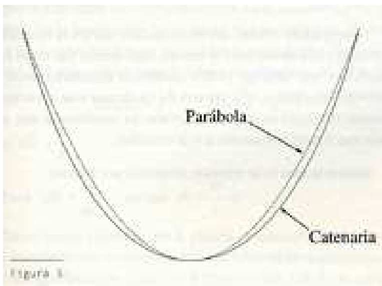



**La elipse**. Como ejemplo de utilización de la elipse mostramos el Foro Internacional de Tokio, construido por Rafael Viñoly en 1996. Este edificio alberga actuaciones musicales, de teatro y de danza, convenciones, ferias comerciales, reuniones de negocios, recepciones, oficinas, centros de información cultural y espacios públicos. Es el edificio más caro y grande (más de 130.000 m$^2$) del mundo de los de su tipo y pudo realizarse justo antes de que se viniera abajo el boom inmobiliario japonés. El edificio consta de cuatro edificios cúbicos de distintos tamaños y un edificio cuya forma consiste en dos elipses de vidrio y acero que se cortan formando un enorme vestíbulo central (de 210 metros de longitud). Las formas están escogidas para que el edificio se adapte perfectamente al entorno. Las formas cúbicas están cercanas a otros edificios de la ciudad con las tradicionales formas cúbicas, mientras que la estilizada forma del vestíbulo, fruto de las elipses, sigue el curso de las vías del tren que tiene a su lado. La cubierta está formada por arcos (parabólicos?) que describen una gran elipse que se apoya en dos inmensas columnas y que soportan el edificio. Otros edificios con formas elípticas son el Edificio Lipstick -lápiz de labios- (Nueva York, 1986) de Philip Johnson, el Ayuntamiento de Londres (2002) de Norman Foster o el Planetarium de la Ciudad de las Artes y las Ciencias de Valencia, de Santiago Calatrava.

**La parábola**. La parábola es la forma del puente de suspensión, es decir, la forma que adopta una cuerda o cadena cuando se cuelga de dos puntos y que soporta una carga distribuida uniformemente (es decir, el puente de suspensión)[1].

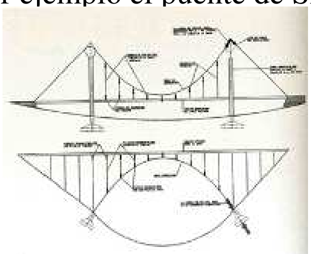


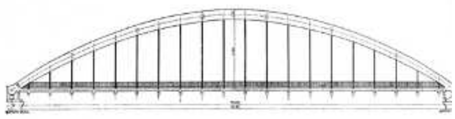



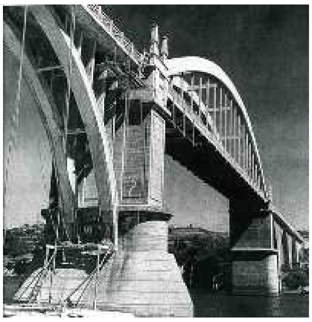

Por ejemplo, podemos apreciar su forma en puentes como el Golden Gate de San Francisco (1937). La parábola y la catenaria son muy similares, aunque la expresión matemática de la parábola es más sencilla: y=kx2. De igual forma que hicimos con la catenaria, la parábola como arco antifunicular es el arco que se sostiene bajo el peso de una carga distribuida uniformemente. El diagrama anterior invertido nos lleva a obtener la parábola como solución estática de las siguientes dos situaciones, la carga realizada desde arriba o tirando desde abajo. Como ejemplos de esto podemos poner dos puentes de uno de los ingenieros españoles más significativos a nivel internacional, Eduardo Torroja: el puente de Pedrido en La Coruña (1940) y el viaducto del Esla (1942). Otros ejemplos los encontramos en algunos de

[1] Si la carga no esta distribuida uniformemente sino de forma triangular, es decir, la carga va aumentando de forma continua del centro a los laterales, la forma que adopta la cuerda es una elipse. Pueden verse muchos puentes en ingeniera con esta forma.

los siete puentes que hay sobre el río Tyne entre Newcastle y Gateshead, desde el clásico puente funcional "Puente del Tyne" hasta el moderno puente y más artístico "Puente Báltico del Milenio". Por otra parte, en los puentes llamados lenticulares se da una situación mixta y la forma que se le da al puente es de nuevo parabólica, véase por ejemplo el puente de Smithfield (1883) en Pittsburg.







No podemos dejar de mencionar a uno de los arquitectos e ingenieros españoles más significativos de nuestros días, Santiago Calatrava. El arquitecto e ingeniero valenciano ha mantenido una carrera profesional vertiginosa, donde las posturas de la crítica y de la opinión pública sobre su obra han sido radicales. Su obra no pasa desapercibida para nadie y crea pasiones. De nuevo intentar definirlo en unas palabras es imposible, pero intentémoslo: i) Calatrava interviene en todo el proceso creativo de la obra arquitectónica, como ingeniero, arquitecto y artista que es, mezclándose todos estos intereses; ii) en él se dan profundos conocimientos técnicos así como una gran inquietud artística (como vemos en muchos de sus puentes, utiliza la parábola, que a priori es solución para el diseño de los puentes, sin embargo, juega con las parábolas, las tumba para crear sensación de movimiento y cambia las fuerzas que intervienen en el diseño, lo cual puede darnos una idea de por qué es tan criticado por los ingenieros); iii) algunos aspectos importantes de su obra son la geometría, la anatomía, la naturaleza, el movimiento, la belleza,...; iv) podemos definirlo como arquitecto orgánico y su obra nos lo presenta como admirador de Gaudí, Candela, Freyssinet,... Algunos de sus puentes donde podemos apreciar la utilización de parábolas son el puente de zubi-zuri en el Campo Volantín de Bilbao

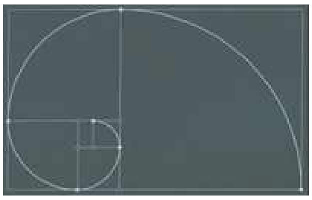
(1997), el puente de Bach de Roda en Barcelona (1987) o el puente de la Alameda en Valencia (1995). También podemos apreciar la utilización de la parábola en algunos edificios de Calatrava, como por ejemplo, la galería BCE Place (1992) de Toronto, donde uno puede ver cierta influencia de Gaudí. Si nos fijamos en la imagen anterior de la galería, uno puede apreciar cierto parecido con imágenes del Colegio de las Teresianas o del interior de la Sagrada Familia; además, las vigas, que luego se cierran en una arco parabólico, recuerdan a los árboles (de nuevo, la presencia de Gaudí), más concretamente la Galería nos muestra un "camino entre árboles" que comunica además la Galería con la ciudad. La Galería se cierra con una cubierta acristalada por la que entra la luz natural. También encontramos parábolas en el proyecto de remodelación de la Catedral de St. John de Nueva York (1991) o en la sala municipal de la Plaza de España en Alcoy (1995).

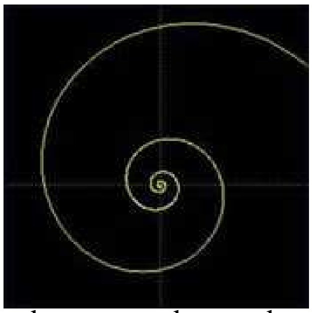


La parábola como buen arco antifunicular que se corresponde con una situación de estabilidad en la construcción arquitectónica fue también utilizada por Gaudí, por ejemplo, en los arcos de la entrada del Palau Güell o en los arcos de la cooperativa La Obrera Mataronense. Para terminar mencionemos algunos ejemplos de construcciones arquitectónicas donde la cubierta tiene forma parabólica, como solución óptima al problema estructural: los Hangares de Orly (1924) de Eugéne Freyssinet (una obra clave en la arquitectura del siglo XX, es una cubierta parabólica de hormigón de 9cm de espesor y con una luz de 88 m., además de 65 m. de altura y 175 de largo; es una construcción grandiosa, a pesar de lo sencilla que parece, y con muchas innovaciones estructurales, de la que Le Corbusier comentó que al entrar en ella sintió lo mismo que si entrara en una de gran catedral); la iglesia de San Francisco de Asís (1942), Pampilha, Brasil, de Oscar Niemeyer (cubierta también de hormigón); o las más recientes, Berliner Bogen (2000), Hamburgo, de Bother, Richter y Teherami, y la estación de bomberos de Houten, Holanda (2000), de Philippe Samyn, ambas con cubiertas de cristal.

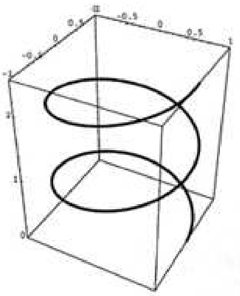
## Las Espirales

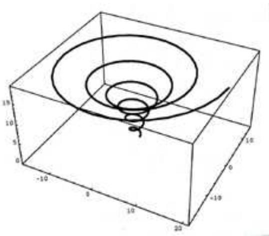
Tomemos como posible definición de espiral aquella curva plana que comienza en un punto y cuya curvatura va disminuyendo progresivamente a medida que aumenta su distancia al punto de origen. Algunos ejemplos son la espiral de Arquímedes, la espiral de Durero o la espiral logarítmica:





Si admitimos la definición de espiral en el espacio obtenemos dentro de esa familia las hélices cónicas. Recordemos que la hélice circular, que descansa sobre un cilindro, es una curva espacial que se caracteriza por tener curvatura y torsión constantes.





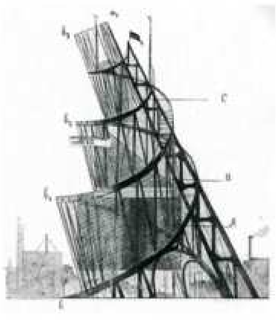
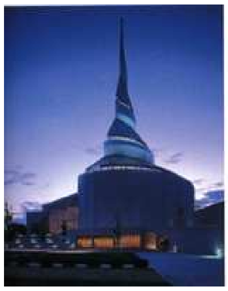
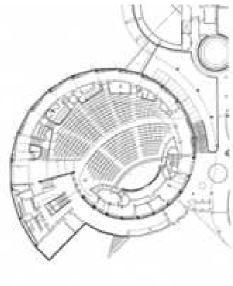
Por la propia naturaleza de la espiral y de que esta aparezca en la naturaleza relacionada con procesos de crecimiento (nautilus, girasol,...), la espiral se ha convertido en símbolo de crecimiento, de movimiento, de progreso,..., aunque por otra parte podemos pensar que la espiral recoge o empaqueta (pensemos en los helechos o en las trompas de las mariposas, que se recogen para no ocupar espacio). La hélice agarra: “Lo que agarra es la fricción y se describe con la ley de Euler: la fuerza que hay que hacer en el extremo de una hélice enrollada en torno a una superficie para sostener un peso en el otro extremo decrece exponencialmente con el número de vueltas (de espiras) de la hélice en cuestión”. Pensemos en las cuerdas que utilizamos habitualmente que son cuerdas más pequeñas trenzadas para construir una más resistente.

Empecemos con uno de los arquitectos actuales más interesados por las espirales: Zvi Hecker. Uno de sus edificios es “La Casa Espiral de Apartamentos”, construido en 1990. Este edificio es como una escalera en “espiral” llevada a las dimensiones de un edificio que se inicia a nivel del suelo y sube en “espiral”, y además está formado en su parte exterior por un gran número de escaleras de caracol. Según su autor, el nombre de Casa Espiral es físico, pero también simbólico, ya que este es un trabajo de precisión incompleta porque es tan precisa que no puede ser realmente terminada. No hay límite a la precisión que uno puede conseguir. La incompletitud de la espiral es también su poesía.

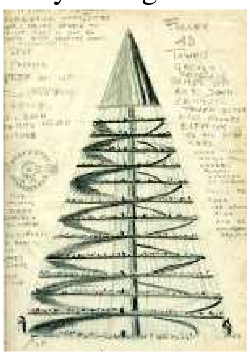


Otras obras. La escuela judía de primaria de Berlín (1995), que fue diseñada con forma de flor como regalo a los niños de Berlín. La construcción trata de imitar al girasol ya que busca la orbita del sol para que los rayos del sol iluminen todas las clases a lo largo del día. El girasol de Ramat Asaron, Tel Aviv, Israel (1989) es un complejo de apartamentos que también tiene forma de flor y cuyos patios y terrazas siguen la forma geométrica del girasol. La nueva sinagoga de Mainz, Alemania (1999) está diseñada sobre la vieja sinagoga destruida por los nazis, aunque con un aspecto diferente, ya que el espacio de la vieja sinagoga es ahora el vacío del patio del que emerge la nueva sinagoga con forma espiral, simbolizando la expansión.

Más ejemplos arquitectónicos: i) Monumento a la Tercera Internacional de Vladimir Tatlin (modelo 1919-20). Tatlin eligió la espiral para expresar el dinamismo de la revolución rusa. Este monumento, que estaba diseñado para medir 400 metros, más alto que la Torre Eiffel, pretendía ser un símbolo de los logros del siglo XX en contraste con la Torre Eiffel, símbolo de la anticuada tecnología del siglo XIX; ii) “Iglesia Reorganizada de Jesucristo de los Últimos Días Santos”, Hellmuth Obata+Kassabaum, Independence, Missouri (1993). En ella encontramos diferentes simbologías de la espiral, por un lado la espiral en el sentido de recogimiento, ya que la iglesia recoge en ella a los feligreses, en el sentido de crecimiento, de expansión de esta religión, de esta iglesia, y además la espiral de la cubierta puede expresar un lugar de acercamiento de los feligreses de dicha iglesia a Dios.

Fijemos nuestra atención en la escalera de caracol, que no es más que un helicoide, es decir, la superficie reglada que se obtiene al considerar las rectas que pasan por un punto de la hélice circular y otro del eje de la hélice de forma que las rectas sean todas paralelas al plano perpendicular al eje de la hélice. La utilización de las escaleras de caracol en la arquitectura es algo habitual, y el motivo es doble, por una parte la hélice es una curva de curvatura y torsión constantes luego ideal para subir, y además la escalera de caracol ocupa poco volumen entre los dos planos en los que se encuentra. Por poner algunos ejemplos, la escalera de caracol que sube a la polémica pirámide de cristal del Louvre, I. M. Pei (1989). Por supuesto que también Gaudí hace uso de las escaleras de caracol-helicoides, en las torres de la Sagrada Familia o en las rampas de bajada a las cuadras del Palau Güell. Mencionemos el interesante diseño de Farell-Grimshaw de la torre "espiral" de cuartos de baño para una residencia de estudiantes, el diseño de la torre 4D como garage de automóviles propuesta por R. Buckminster Fuller para la feria mundial de Chicago (1933), que es una "escalera de caracol cónica" o también el Museo Guggenheim de Nueva York (1956) de Frank Lloyd Wright.


Pero Gaudí también utiliza el helicoide en su sentido de agarre en las columnas del Parc Güell o en el diseño de las columnas arboladas del Templo de la Sagrada

Familia, de las que Gaudí dice "hemos estado dos años trabajando indefectiblemente y se han gastado 4.000 duros para llegar a una solución completa de las columnas".




## La Esfera

La esfera y la circunferencia se han considerado desde la antigüedad como símbolos de perfección, en gran medida por su simetría, considerándose por ello en ocasiones como símbolos de lo divino (el filósofo griego Jenófanes -565-470 a.c.- afirmó que existía un Dios único y supremo cuya forma era esférica), mientras que la naturaleza ha escogido estas formas para muchos de sus objetos por su diseño óptimo. Los matemáticos de todos los tiempos se han fascinado con las propiedades matemáticas de estos, a priori sencillos, objetos geométricos. Nosotros vamos a fijar nuestra atención ahora en una de esas propiedades (propiedad isoperimétrica): de todos los sólidos de un volumen dado, la esfera es el que tiene una superficie de menor área; y también, de todos los sólidos con un área superficial dada, la esfera es la que encierra el mayor volumen. Estas dos propiedades (cada una de las cuales implica la otra) determinan de forma única a la esfera. (La circunferencia tiene la propiedad isoperimétrica en el plano, de todas las regiones con un área dada, la circunferencia es la que tiene un perímetro menor). Si jugamos con pompas de jabón o introducimos una gota de aceite en agua observaremos que, debido a la tensión superficial, la forma que estas adquieren en una posición de equilibrio (es decir, de mínima energía potencial) es esférica. Las pompas de jabón son una demostración experimental de la anterior propiedad isoperimétrica, ya que en una pompa de jabón hay una cierta cantidad fija de aire que se encuentra encerrada, por la tensión superficial, en una superficie de área mínima. Como hemos comentado entonces, la esfera es una forma estable, y por lo tanto óptima, hasta cierto punto, para el diseño arquitectónico. De hecho, el motivo por el cual los depósitos de petróleo tienen forma esférica, es por ser mínima superficie (más económico) con máximo volumen.

Pero llegados aquí parémonos un momento en la construcción de cúpulas a lo largo de la historia de la arquitectura, que en muchos casos han tenido forma esférica o similar. Fijémonos en 6 obras importantes en la historia y comparémoslas:

i) el Panteón de Roma (117-128), tiene un espesor de 1.5 metros y una luz de 43, 30 metros; ii) Santa Sofía, Estambul (532-537); iii) Santa María de las Flores, Florencia (1438-1471), tiene 3,5 metros de espesor y una luz de 41, 97 metros; iv) San Pedro de Roma (1506-1626), con 3,7 metros de espesor y una luz de 42,52 metros; v) el Salón del Centenario, Breslau (con una luz de 67 metros, aunque era una cúpula nervada con una superficie no continua); vi) el Gran Mercado de Leipzig (1927-1929), tiene un espesor de 10 cm. y una luz de 75 metros. Si comparamos las distintas construcciones, las dos primeras fueron realizadas en ladrillo, las dos siguientes en piedra y las dos últimas en hormigón armado. Como se puede observar hay una tendencia hacia el aligeramiento, espacios con menores espesores,.... Por un lado, desde finales del XIX y principios del XX hay una preocupación cada vez mayor por intentar utilizar estructuras más eficaces que permitan una inversión mínima de materiales, menor peso, mayor luz e irse liberando de "estructuras ortopédicas" (contrafuertes, muros gruesos,...) para conseguir de forma artificial la estabilidad de la construcción. Otro de los puntos clave es la introducción del hormigón armado, que fue una de las grandes revoluciones arquitectónicas de la segunda mitad del siglo XIX. En palabras de Eduardo Torroja: "...ningún material se acerca como el hormigón armado al ideal soñado, ninguno puede tomar con tanta libertad y eficacia formas variadas y resistentes, con espesores mínimos (de pocos centímetros) y ligerezas que no hace más que algunos decenios habían sido consideradas utópicas. Por primera vez en la historia de la arquitectura, el material se convierte en manos del arquitecto tan maleable y plástico como la porcelana en las del artista de la cerámica". Esta maleabilidad del hormigón le permite al arquitecto buscar las soluciones estructurales estables en las construcciones y desarrollar las formas resultantes, lo cual antes era impensable.



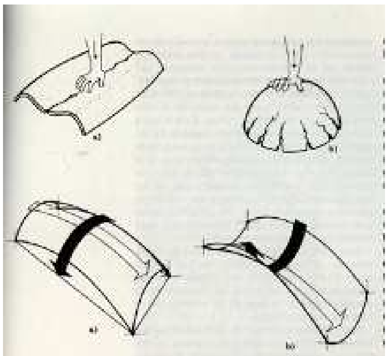
Dos de los grandes arquitectos/ingenieros y teóricos del hormigón armado en los años 20 fueron Freyssinet, cuyos Hangares de Orly tenían un espesor de 9 cm y una luz de 88 metros entre los ejes, y Eduardo Torroja, que en 1934 construye el Mercado de Algeciras con forma esférica y apoyado en ocho pilares, tiene una luz de 47, 62 metros y un espesor de 8,50 cm. (salvo cerca de los pilares donde llega a los 44 cm.) y es una construcción muy ligera. Como ejemplo moderno, el King Dome de Seattle (1976) que tiene una luz de 202 metros.

Algunos problemas en la construcción de cúpulas, bóvedas y otras obras arquitectónicas: i) la estabilidad; ii) la forma del edificio; iii) el peso del edificio y los materiales con los que está construido; iv) la transición de plantas rectangulares a cúpulas esféricas, bóvedas cilíndricas,...; v) el comportamiento de la construcción ante las deformaciones que se produzcan, como por ejemplo, por el peso,...fijémonos por un momento en una cúpula o cubierta con forma esférica e imaginemos que sobre algún punto de ella se aplica una fuerza (en particular, también para el peso), entonces, como consecuencia de la propiedad isoperimétrica, para que se produzca una abolladura o deformación de la cubierta es preciso que el área aumente en la zona de presión, esto es fácil de conseguir en una pelota de goma porque el material es extensible, pero casi imposible en una cubierta o cúpula de hormigón u otros materiales inextensibles (algo similar pasa con las bóvedas cilíndricas); la solución es construir cubiertas de doble curvatura, ya sean estas de curvatura de Gauss positiva -las curvaturas principales aunque distintas del mismo signo- o de curvatura de Gauss negativa -las curvaturas principales de distinto signo- (véase por ejemplo las discusiones al respecto del arquitecto madrileño afincado en México, Félix Candela[2]).

Pero dejemos esta discusión por un momento y volvamos a la esfera mostrando algunos ejemplos curiosos de su utilización en la arquitectura: i) I. Sveinsson, Planta Geotermal, Reykjavik, Islandia, 1991 (construcción de una esfera metálica); ii) E. Owen Moss, Teatro Ince, Culver City, California, 1993-... (este diseño está formado por dos semiesferas, una mirando hacia abajo y sobre la que se apoya otra mirando hacia arriba); iii) Heinz Isler, Gasolinera BP, Deitinger, 1968 (cubierta esférica apoyada entres puntos y abierta); iv) Isozaki, Capilla Cristiana de Tokyo, 1989 (dos trozos de esfera pegados, como pompas de jabón); v) E. Saarinen, Auditorio Krege, MIT, Cambridge, MA, 1955 (este auditorio tiene una cubierta esférica cortada por un prisma triangular); vi) O. Niemeyer, Sede del Congreso y edificio de administración, Brasilia, 1958 (sobre un edificio de planta rectangular y tejado plano se alzan dos trozos de esfera separados, uno mirando hacia arriba y otro hacia abajo). Otros dos ejemplos de arquitectura deconstructivista: i) Jorn Utzon, Ove Arup & partners, Opera de Sydney, 1962 (las conchas de las bóvedas están for-

[2][hablando de la utilización del paraboloide hiperbólico] Estas formas presentan extraordinarias ventajas estructurales y constructivas. Son superficies de doble curvatura, lo que hace posible que las fuerzas externas, las cargas, se transformen en esfuerzos directos o de membrana, es decir, esfuerzos que en cada punto de la superficie están contenidos en el plano tangente a ésta, con la exclusión de flexiones en la lámina y, de este modo, el material trabaja de la manera más eficiente posible...

madas por trozos de esferas dispuestos de manera que determinan la forma actual del edificio de la Opera; ii) D. Libeskind, Imperial War Museum North, Manchester, 1997 (modelo que se obtiene al cortar trozos de la "esfera terrestre" y disponerlos de determinada forma para construir el edificio).



Centrémonos ahora en una de las más sorprendentes e impactantes construcciones con forma esférica del siglo XX, la cúpula geodésica de R. Buckminster Fuller. Muchas cosas podríamos decir de este genial inventor, arquitecto, ingeniero, matemático, poeta y cosmólogo, entre otras cosas, por ejemplo, que fue un visionario, un adelantado a su tiempo y que quiso poner la ciencia al servicio de la sociedad, pero centrémonos ahora en el que fue sin duda su mayor éxito, la cúpula geodésica, un diseño con mucha geometría. Aquí vemos el Pabellón Americano de la Feria Mundial de Montreal (Canada) de 1967 (que ocupa 3/4 de una esfera de 76 metros de diámetro). Pero cuál es el secreto del éxito de la cúpula geodésica, además de su aspecto futurista y espacial que cautivó a la sociedad mundial. Veamos algunas de sus propiedades. o Económica: la esfera encierra un volumen dado con un área mínima, con lo cual se ahorra en material de construcción. o Control de la Temperatura: i) la exposición al frío en invierno y al calor en verano es menor, al ser esférica, ya que hay menos área por unidad de volumen; ii) la forma interior hace que se produzcan flujos de aire caliente o frío que pueden utilizarse para controlar la temperatura interna; actúa como un reflector gigante hacia abajo, que refleja y concentra el calor en el interior, lo que previene además la perdida radial de calor (motivo por el cual se ha utilizado en construcciones para los polos). o Estable: i) forma estable (resistente a los terremotos y también a los huracanes, por la estabilidad de la forma y porque al realizarse una presión sobre ella -hasta cierto grado- esta se distribuye sobre toda la superficie); ii) los triángulos son los únicos polígonos estables de forma inherente, lo cual confiere estabilidad a la cúpula geodésica, que en general está construida por triángulos (y utiliza tetraedros y octaedros como estructuras tridimensionales de la cubierta); los triángulos se interconectan de forma que sus lados formen una red de geodésicas-círculos máximos-, que le da fuerza y estabilidad a la construcción. o Ligera: son estructuras muy ligeras. Mientras que el Panteón pesó más de 400 kg/m2 para una luz de 44 m., una cúpula moderna de hormigón de dimensiones similares puede pesar 200 kg/m2, la cúpula geodésica de Montreal pesó 53 kg/m2 , y en la actualidad se habla de 10 kg/m2 o menos. o Poco tiempo de montaje: semanas, días o incluso horas. Además, con posibilidad de desmontar y volver a montar. Fuller habla de construir "casas voladoras", que en cierta medida consigue como vemos en una de las siguientes imágenes.

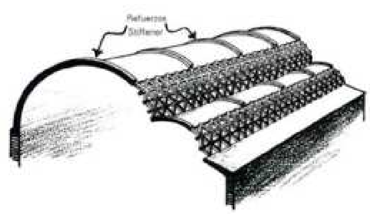

Por ejemplo, su primer encargo para Ford Rotunda en Dearborn (Michigan) en 1953 (que aunque parezca mentira fue su primer contrato serio, a pesar de su fama por los revolucionarios diseños que había realizado anteriormente[3]) tiene una luz de 27,4 metros y tardó en levantarse 5 semanas. La cúpula Kaiser del Auditorio de Honolulu (1957) con una luz de 50 metros tardó en levantarse 22 horas (por un grupo de 38 trabajadores) y una hora después 2.000 personas asistieron a un concierto de la Orquesta Sinfónica de Hawai. En 1958 realizó la construcción de dos cúpulas idénticas para la Union Tank Car Company, en Baton Rouge (Louisiana) y Wood River (Illinois), que tenían una luz de 117 metros y una altura de 73 metros. El Climatrón es un Jardín Botánico en St. Louis, Missouri, que se construyó en 1960 y que además de las anteriores ventajas es capaz de albergar 12 microclimas distintos para que se adapten a las distintas especies de plantas, lo cual se obtiene sin divisiones internas y aprovechando las corrientes controladas de aire frío o caliente. Al parecer hoy día se han construido ya más de 300.000 cúpulas geodésicas a lo largo del mundo, Fuller mismo vivió en una casa con estructura de cúpula geodésica que se tardó en montar 7 horas y en la que vivió con su mujer durante 12 años. Finalmente, comentemos uno de sus proyectos (1950) con cúpulas geodésicas como era la realización de una gran cúpula geodésica de dos millas de

[3]Es interesante leer sobre su vida, sus revolucionarias ideas y sus diseños, en los cuales podemos encontrar mucha geometría. Algunas obras sobre Fuller están en la bibliografía de este artículo, aunque también existen interesantes artículos en la red.

diámetro sobre Manhattan, que permitiría un control de la temperatura, protección de la climatología exterior, permitiría el ahorro energético, etc...

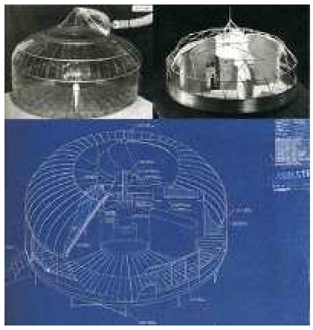
## El cilindro

El cilindro es la superficie reglada formada por las rectas que pasan por una circunferencia y son perpendiculares al plano que la contiene. Mucho podríamos decir sobre el cilindro y construcciones en las que se utiliza (por ejemplo es una forma habitual en bóvedas y cubiertas), sin embargo, vamos a mostrar únicamente dos ejemplos.



El Frontón de Recoletos (Madrid, 1935) de Eduardo Torroja, de quien ya hemos hablado un poco y quien elevó el hormigón armado a las misteriosas cotas del arte. El Frontón de Recoletos es una de sus obras clave, junto al Hipódromo de la Zarzuela, que por desgracia fue destruida durante la guerra civil española. “Un espacio cerrado y diáfano destinado al juego de pelota vasca exige unas condiciones funcionales muy estrictas. En primer lugar, la planta rectangular de la cancha de juego de longitud sensiblemente superior a su anchura, espacio limitado por dos muros paralelos de cierre en los extremos del rectángulo: el frontal, donde golpea la pelota que puede alcanzar unos doscientos kilómetros por hora, y el muro de rebote, opuesto al anterior. A todo ello se une la necesidad de un gran galibo así como iluminación natural” [9]. Torroja podía haber resuelto la cubierta del frontón con una bóveda cilíndrica única, sin embargo Torroja se decide por un perfil doblemente cilíndrico y asimétrico teniendo en cuenta razones funcionales de iluminación y distribución de los espacios. Torroja denomina a este perfil “en gaviota” y una de las innovaciones estructurales más importante es la ausencia de viga de descarga en la intersección de los dos cilindros, con lo cual la estabilidad hay que buscarla en la forma en que se disponen los mismos. La cubierta tiene 8 cm de espesor y una luz de 32,5 metros. Como hemos comentado uno de los factores importantes es la iluminación, ya que abrir grandes huecos en una lámina de 8cm. de espesor formada por dos cilindros de 12,2 y 6,4 metros de radio, respectivamente, no es algo trivial, y Torroja que se resuelve con dos lucernarios longitudinales con un entramado de triángulos equiláteros de 1,4 metros de lado y situados en el lado adecuado.

El segundo ejemplo son la “Dymaxion Deployment Unit” (Unidad de Despliegue Dymaxion) y la “Casa de Wichita”. Desde que Fuller empieza a diseñar encontramos en él una profunda preocupación por la humanidad y por la tierra en la que habitamos, y piensa que muchos de los problemas del hombre pueden ser solucionados por medio de la ciencia y la tecnología. Como Bucky decía: “Es muy viable. Esta es la gran noticia de nuestro siglo. Es muy posible cuidar de toda la humanidad a unos niveles de vida que nunca se hayan visto o soñado antes. Hacerlo sin que nadie gane a expensas de otro y para que todo el mundo pueda disfrutar de la tierra entera. Y se puede hacer para 1985”. Había una forma de solucionar problemas como la comida, la vivienda, la explosión demográfica,... pero sin romper el proceso ecológico del planeta, ni acabar con sus recursos, y esta forma era haciendo uso la ciencia y la tecnología (es lo que luego llamaría “Comprehensive Anticipatory Desigh Science”). Pero Bucky no se quedó en la discusión filosófica, sino que se puso manos a la obra y empezó a investigar y a diseñar soluciones a problemas concretos.



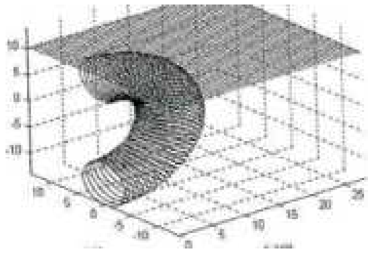
Fuller proclamó una revolución del diseño que se centraría primero en el sector de la vivienda. Empezó a trabajar duro obteniendo su primer diseño revolucionario, la casa Dymaxion, pero nadie le hizo caso. Fuller era un visionario, una persona adelantada a su tiempo y la sociedad no estaba preparada para muchos de sus diseños, los cuales le dieron fama pero nunca se desarrollaban. La casa Dymaxion evolucionó a la Unidad de Despliegue Dymaxion (1940) cuando fijó su atención en los graneros de trigo cilíndrico, entonces diseñó pequeñas casas prefabricadas con forma cilíndrica (la circunferencia posee la propiedad isoperimétrica) y con un material resistente al fuego, que en gran medida recogieron los logros de la anterior casa Dymaxion. Cada unidad era unifamiliar (aunque podían hacerse acoplamientos) y el resultado final dio lugar a una casa el 80 Dymaxion pretendía resolver el problema de la vivienda y reactivar la vida agrícola en Estados Unidos, pero llegó la segunda guerra mundial y las casas se destinaron exclusivamente para el ejercito.

Después de la segunda guerra mundial había escasez de vivienda en Estados Unidos, pero las ideas de Bucky era demasiado revolucionarias. El no se rindió y siguió investigando y trabajando la base tecnológica de la casa Dymaxion entre los años1941 y 1946, llegando al diseño de la Casa de Wichita, también cilíndrica, ligera, estable, barata (el sueldo de un obrero permitía comprar esa casa, lo cual no era lo que ocurría en aquel tiempo con la vivienda norla),... pero con muchas mejoras respecto a la unidad Dymaxion, como por ejemplo el sistema de renovación del aire y del clima de la vivienda. Una vez más parece que va a revolucionar la industria, y aunque recibe el apoyo de unos accionistas que le apoyan financieramente para desarrollar todo el proyecto y el éxito del público en general (se reservan en poco tiempo y desde todos los puntos de Estados Unidos 37.000 casas), pero no llegó a producirse la producción industrial porque insistía en cierta perfección y cuando los inversores intentaron presionarle para que diera el prototipo por bueno él consideró que no se podía vender al capitalismo ya que su idea era social y hundió el negocio y su propia vida.

## El Toro

El toro es una superficie de revolución que se obtiene al revolucionar una circunferencia alrededor de una recta que no corta a la circunferencia. Aunque hay distintos usos de el toro en arquitectura nosotros vamos a fijarnos en su utilización para la obtención de cubiertas de doble curvatura del primer tipo, es decir, el caso de la curvatura de Gauss positiva, cubiertas que además en estos ejemplos continúan hasta hundirse en el suelo constituyendo todo el edificio y evitando las paredes y la unión de estas con la cubierta, lo cual le da al edificio una mayor estabilidad.

El primer ejemplo de su utilización es el Museo Americano del Aire, Duxford, Inglaterra (1997), de Norman Foster (cuyos ingenieros son Ove Arup y Asociados). Este edificio realizado en hormigón armado, que recuerda a los “hangares ampolla” que fueron diseñados para ser invisibles desde el aire, tiene la forma de un toro que se corta por un plano perpendicular al plano sobre el que descansa una de las circunferencias generatrices, quedándonos con la parte de curvatura positiva (véase el dibujo), además en su parte delantera se obtiene al cortar de nuevo con un perpendicular al primer plano de corte. En el museo se da cobijo a aviones y su tamaño se ajusta al del bombardero atómico B-52, de 16 metros de altura y 61 de envergadura. La luz es natural y se obtiene de la cristalera que ocupa todo el frente y una banda de cristal alrededor de la base.



Otra obra de Norman Foster, que no es la única, que utiliza la misma idea es el Gran Invernadero del jardín Botánico de Gales (2000), siendo en este caso la cubierta de crital.

La misma idea, pero con dimensiones distintas y una situación distinta del plano de corte obteniéndose que las paredes en la parte más estrecha son casi planas (recordemos que la curvatura de Gauss del toro es positiva en su parte exterior, se va acercando a cero, valor que se alcanza en las circunferencias intermedias para pasar a ser curvatura negativa en la parte interior), es utilizada en el "Depósito de la Comisión Forestal" de Marche-en-Famenne, Bélgica, 1995. La cubierta está tapizada por más de dos mil paneles de vidrio pirex estratificado reflectante, enganchados a arcos muy finos de aluminio, solución que garantiza la impermeabilidad del edificio, protegiéndolo además de los agentes atmosféricos y del sol, algo muy importante para esta construcción destinada al proceso de tratamiento de cierto tipo de simientes. La parte interior de la cubierta tiene una estructura en madera. La solución de la cubierta tórica, que hemos visto en los tres ejemplos, es además ideal para terrenos irregulares y no daña al medio ambiente. Además la forma de este edificio se ha elegido también para tener un mejor control sobre la energía, la temperatura y la iluminación.

## El cono y las superficies conoidales

El cono es la superficie reglada formada por las rectas que se apoyan en una curva plana (por ejemplo, la circunferencia) y en un punto exterior al plano. El cono apoyado en su parte plana es bastante estable luego podría ser utilizada para la construcción de edificios con forma cónica. Un proyecto muy interesante de edificio donde se utiliza esta forma es la Torre del Milenio, diseñada por Norman Foster en 1989 para ser construida en la bahía de Tokyo, y que nos recuerda a la Torre de la Milla diseñada por Frank Lloyd Wirght en 1956. Teniendo en cuenta que Tokyo tendrá una población de 15 millones de habitantes para 2020, la Torre del Milenio era una solución al problema social de la expansión de la ciudad de Tokyo y su problema de la escasez de terreno para edificar. Emergiendo desde la bahía de Tokyo a dos kilómetros de la orilla y con una altura de 840 metros, la Torre del Milenio tendría capacidad para 60.000 personas, generaría su propia energía (paneles solares), tendría su propio sistema de basuras y de transporte (un sistema de metro horizontal y vertical), tendría zonas de trabajo y zonas residenciales. Además, teniendo en cuenta que está en una zona de terremotos Foster se preocupó de que fuera un edificio estable, lo cual lo consigue mediante la forma cónica y cubierta por una malla helicoidal (la hélice agarra) de acero. Con un coste estimado de 10.000 millones de libras y una superficie de 1.039.206 m2, la Torre del Milenio fue víctima de la quiebra del sector inmobiliario japonés, pero Foster sigue confiando en poder construirla algún día.

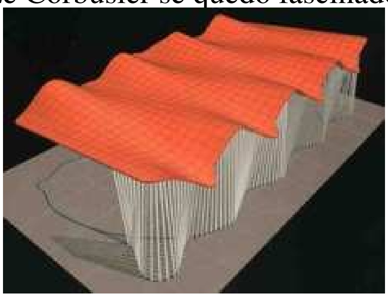


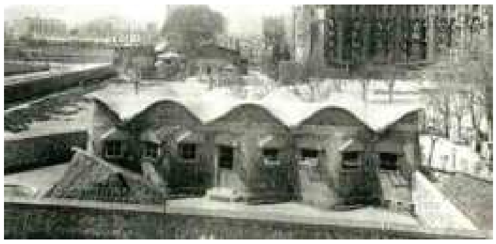
Otros dos ejemplos de utilización del cono son “El Centro de Herencia Americana y Museo de Arte” de la Universidad de Wyoming (1993) de Antoine Predock (Predock como muchos otros arquitectos tiene una concepción de la arquitectura a mitad de camino entre un pasado lejano y un futuro imaginario; el monumental cono de cobre que alberga al Centro de Herencia Americana y que se apoya en el paralilepípedo del Museo del Arte, toma su forma de diferentes ideas, algunas históricas como la antigua tradición de edificar de los indios americanos, otras geológicas o teniendo en cuenta el entorno, al imitar las montañas cercanas o una cercana cancha de baloncesto o también imitando a un OVNI que aterriza en las praderas de Wyoming, uno de los temas preferidos del arquitecto) y las Galerias Lafayette de Berlín (1996) de J. Nouvel (cuando Nouvel recibió el encargo de construir el edificio de las Galerias Lafayette de Berlín, sabía que el diseño tenía que ser de por sí todo un acontecimiento, además los interiores de las Galerías Lafayette tenían una tradición en espaciosos atrios que desembocaban en dramáticos tejados de cristal, por eso Nouvel diseñó un edificio de cristal de tal forma que su impresionante atrio estaba formado por un gran cono de cristal apuntando hacia arriba del que, en su parte baja, sale otro cono de cristal más pequeño apuntando hacia abajo).

También tenemos la utilización de superficies cónicas en las obras de Santiago Calatrava: Estación TGV Rhône-Alpes, Santolas-Lyon (1994) y el Auditorio de Santa Cruz de Tenerife (1991). Estas dos construcciones en hormigón armado con elementos metálicos llevan en sí varios de los elementos característicos de la obra de Calatrava, como son la utilización de elementos geométricos (superficies cónicas y cilíndricas), referencias al movimiento (en el primero hace referencia a las alas para volar, ya que le estación es la del aeropuerto, y en el segundo la parte exterior central imita la forma de las velas, mientras que el elemento que da carácter al edificio, el tejado, es una estructura de hormigón que tiene forma de ala) y al cuerpo humano (inspirándose en ambos casos en el ojo humano).

A continuación, las superficies conoidales. Estas superficies regladas están determinadas por una recta, un plano perpendicular a ella y una curva. Están formadas por todas las rectas que se apoyan ordenadamente en la recta dada y en los puntos correspondientes de la curva fijada, y todas las rectas son paralelas al plano dado (algunos ejemplos son el helicoide o la superficie sinusoidal).

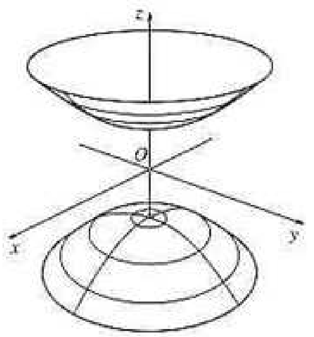
Gaudí hace uso de una superficie sinusoidal para la construcción de el tejado y las paredes de las Escuelas Provisionales de la Sagrada Familia (1910). El perfil sinusoidal de la cubierta de las escuelas Provisionales se puede obtener por ejemplo cortando un cilindro con un plano, de forma que se obtiene una elipse, y luego se despliega el cilindro hasta alcanzar el plano. Las escuelas tienen una viga central que está a la altura del eje del sinusoide y obtenemos la cubierta al tomar las rectas que pasan por el sinusoide y la viga central de forma que son paralelas al plano perpendicular a la viga central (ver imagen). Al tomar las rectas perpendiculares a la superficie del la cubierta en el extremo de esta se obtiene una nueva superficie sinusoidal que forma las paredes de las escuelas. Esta solución es un solución sencilla y económica, que no requería mucho material, y las paredes y el techo se hicieron de ladrillo. La curvatura de la cubierta (tres capas de ladrillo) aumenta notable la resistencia de esta ligera construcción, y asegura un desagüe perfecto como consecuencia del juego entre concavidad y convexidad. Además, este edificio sinusoidal fue pensado por Gaudí especialmente para los niños, ya que el efecto sinusoidal se alejaba de la monotonía tradicional de las paredes planas. Como anécdota diremos que Le Corbusier se quedó fascinado por este edificio cuando visitó Barcelona.

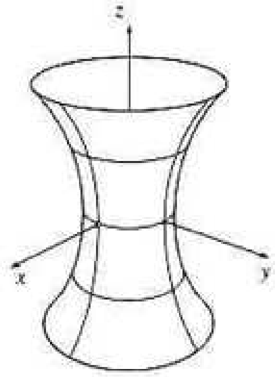




## El Hiperboloide de una hoja

El hiperboloide es una superficie de revolución. Consideremos una hipérbola, si la hacemos rotar respecto a la recta que une sus focos obtenemos el hiperboloide de dos hojas, mientras que si la rotamos respecto a la recta perpendicular que es eje de simetría de la hipérbola obtenemos el hiperboloide de una hoja.




Por otra parte, el hiperboloide de una hoja es una superficie doblemente reglada, está formada por las rectas que se apoyan en dos circunferencias paralelas (estructura de malla). El hiperboloide elíptico se obtiene si se consideran dos elipses paralelas. Además, el hiperboloide es una superficie cuadrática, es decir, su expresión en coordenadas x,y, z del espacio es un polinomio de segundo grado, luego matemáticamente sencilla. Por último mencionemos que esta superficie se puede utilizar en arquitectura, aparte de para otras cuestiones, para realizar cubiertas de doble curvatura del segundo tipo, es decir, el caso de la curvatura de Gauss negativa.

Como superficie reglada se puede realizar fácilmente en arquitectura, lo cual es una ventaja a la hora de utilizarla. Gaudí utilizó el hiperboloide de una hoja en la cúpula de las caballerizas de la Finca Güell (1887) (para Gaudí el hiperboloide simbolizaba la luz, ya que esta entra por el cuello circular y se desliza por el hiperboloide), en los capiteles del Palau Güell (1888), en la bóveda para el giro de carruajes del Parc Güell (1914) y finalmente, en el proyecto del templo de la Sagrada Familia. Habiendo apreciado Gaudí que las campanas tubulares en forma de hiperboloide son las que mejor difunden el sonido las utiliza para el diseño de los techos de las naves de la Sagrada Familia, estos están formados por diferentes trozos de hiperboloides de una hoja junto con paraboloides hiperbólicos que utiliza para pasar de un hiperboloide a otro (esta es una práctica común en Gaudí, mezclar distintas superficies sencillas y conocidas por él para obtener la forma deseada). También realiza ciertas operaciones utilizando el hiperboloide para obtener los ventanales de la Sagrada Familia.



Pero aprovechemos una de las obras de Eduardo Torroja para entender mejor ciertas ventajas en la utilización del hiperboloide de una hoja, como es su estructura de malla. La Cuba (Depósito de Agua) de Fedala (actualmente Mohamedia), Marruecos, construida por Torroja en 1957 es un depósito de hormigón armado de 3.500.000 m3 de capacidad. El problema principal de este tipo de construcciones es asegurar la impermeabilidad, por lo cual se decidió utilizar el hiperboloide de una hoja en su contorno ya que esta superficie permite un doble pretensado del hormigón según las direcciones de sus dos familias de rectas, dándole una fuerza a la estructura del contorno que evita así el peligro de fisuración bajo la acción de la presión hidráulica del agua. La silueta campaniforme de la cuba viene determinada por dos hiperboloides de ejes superpuestos y circunferencia de la garganta común. La solera del depósito está compuesta por una bóveda tórica de hormigón armado que descansa en dos anillos, siendo el exterior la circunferencia de garganta de los hiperboloides. Además la cubierta de la cuba está formada por dos bóvedas tóricas. También tenemos el depósito del Hipódromo de la Zarzuela (1959), ya que la anterior explicación nos sirve para justificar la utilización de esta forma en todo tipo de depósitos.



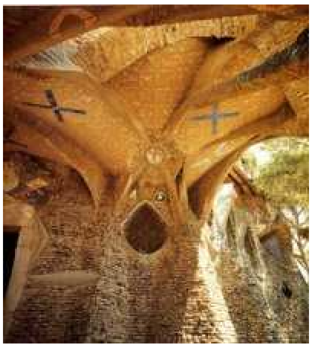
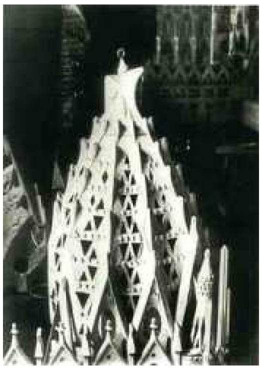
Eduardo Torroja también utiliza el hiperboloide de una hoja en otra de sus obras emblemáticas, el Hipódromo de la Zarzuela (1935), en la cual tras estudiar diferentes soluciones a la cubierta (plana, cilíndrica, cónica) se decide por la solución de un trozo de hiperboloide una hoja con pequeñas modificaciones en las juntas de los diferentes hiperboloides. Aunque no vamos a abordar aquí ese problema, el estudio que Torroja hace de la forma del edificio a través del estudio de la estabilidad merece la pena ser estudiado por aquellas personas que estén interesadas en estos temas. El Hipódromo de la Zarzuela es otra de las grandes obras de Torroja.

Algunas obras en las que se ha utilizado el hiperboloide de una hoja son: i) Vladimir G. Schuchow, Faro de Adziogol, Ucrania (1911); ii) Le Corbusier, Palacio de la Asamblea, Chadigarh, India, 1953; iii) I. M. Pei, Proyecto de Rascacielos Administrativo, 1957; iv) O. Niemeyer, Catedral Metropolitana, Brasilia, Brasil, 1960.

## El Paraboloide Hiperbólico

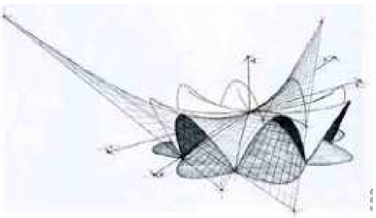
El paraboloide hiperbólico es una superficie reglada formada por las rectas que se apoyan, de forma ordenada, en dos rectas que se cruzan en el espacio (p.e. haciendo que las rectas generadoras sean todas paralelas a un plano dado perpendicular a una de las rectas generatrices). El paraboloide es una superficie doblemente reglada, luego como en el caso del hiperboloide de una hoja genera una estructura de malla que le da fuerza a la construcción (cubierta,...). También es una superficie cuadrática, es decir, solución de una ecuación polinómica de segundo grado y se puede utilizar en arquitectura, aparte de para otras cuestiones, para realizar cubiertas de doble curvatura del segundo tipo, es decir, el caso de la curvatura de Gauss negativa.

Uno de los aspectos novedosas y que le hace ser una forma destacada para su utilización en arquitectura (en combinación con las otras propiedades que presenta) es el hecho de que es una superficie muy cercana a una superficie minimal (exactamente la superficie de Schwartz), con lo cual es estable y al ser de área mínima ahorra material. De hecho, el paraboloide hiperbólico ha sido, y sigue siendo, una de las superficies más utilizadas en la Arquitectura del siglo XX, en particular en el diseño de cubiertas (recordemos superficie de doble curvatura, estable y de área mínima, doblemente reglada!!).


El paraboloide hiperbólico es una de las superficies más originales e importantes utilizadas por Gaudí. Por supuesto que era una superficie bien conocida por los matemáticos, pero no tanto por los arquitectos e ingenieros. Al igual que para el hiperboloide de una hoja, el que fuera doblemente reglada le permitía hacer fácilmente y de forma natural modelos de hilo, alambre y yeso para que utilizaran los trabajadores de sus construcciones. La primera obra en la que Gaudí utilizó el paraboloide hiperbólico fue en la glorieta del campo de las Higueras en la Finca Güell (1884), en Les Corts de Sarrià (una pareja de paraboloides simétricos de ladrillo que soportan una parte del suelo del mirador). La primera utilización importante del esta superficie fue en el techo de la cripta de la Colònia Güell (1914), para la creación de lo que se ha dado en llamar bóvedas "convexas" (Gaudí realizó tres tipos de bóvedas que se realizaban tomando diferentes partes del paraboloide hiperbólico) y en la cubierta del pabellón de entrada al Parc Güell (1914). Pero sin lugar a dudas fue en la Sagrada Familia donde la relación de Gaudí con el paraboloide hiperbólico se hizo más importante. Como hemos comentado anteriormente utiliza esta superficie, junto con el hiperboloide y otras superficies, para cortarlas y combinarlas a fin de obtener las formas deseadas. Hemos comentado que utiliza el paraboloide en cubierta de la Sagrada Familia, como nexo de los hiperboloides, también utiliza paraboloides hiperbólicos en el diseño de la cúpula de la sacristía del templo de la Sagrada Familia o en triforio de la nave central.

El arquitecto madrileño, pero que vivió tras la guerra civil española en México, Félix Candela, que vino a ser conocido como el principal diseñador de cascarones en el mundo, puede que sea una de las personas que mejor haya comprendido el mecanismo resistente de las estructuras en general y de las de hormigón en particular. Fue además mundialmente conocido por sus cubiertas con formas obtenidas a partir del paraboloide hiperbólico. El mismo llegó a decir que "todas las obras que envío están hechas de paraboloides hiperbólicos, y la posibilidad de combinaciones que den apariencias muy diversas es bastante grande, aunque no inagotable...". Algunas de sus obras: i) El Restaurante Los Manantiales, Xochimilco, México, 1957 (cubierta realizada al intersecar cuatro paraboloides hiperbólicos, como muestran los dibujos del propio Candela); ii) Iglesia de San José Obrero, Monterrey, México, 1954 (que tiene una cubierta curiosa formada por dos paraboloides hiperbólicos apoyado uno sobre otro por uno de sus extremos, como se ve en el dibujo); iii) Otra estructura diferente y emblemática de Candela realizada a base de paraboloides hiperbólicos es la Embotelladora Bacardí en México D.F., 1959; iv) otra realización diferente es la de la Iglesia de la Medalla de la Virgen Milagrosa en México D.F., 1953; y un largo etcétera. Para terminar este breve paseo por la obra de Félix Candela recordemos su obra póstuma. Candela colaboró con Santiago Calatrava en la Ciudad de las Artes y de las Ciencias de Valencia, en particular, es indudable que el Parque Oceanográfico es su canto del cisne, en el que recupera el diseño de los manantiales.




Aunque la cantidad de obras arquitectónicas en las que se ha hecho uso del paraboloide hiperbólico en el mundo es enorme, vamos a acercar aquí unos pocos ejemplos: i) Miguel Fisac lo utilizó en la fachada de La Pagoda, Edificio de los

Laboratorios Jorba de Madrid, 1965 (destruido en 1999); ii) Le Corbusier utilizó conoides y paraboloides hiperbólicos en el diseño del Pabellón Philips en la Exposición Universal de Bruselas en el año 1958 (pabellón que tenía que ver mucho con la música y en el que Le Corbusier trabajó junto al músico Xennakis); iii) la Catedral de Santa María, Tokyo, 1963, de Kenzo Tange; iv) el Aeropuerto Internacional de Kuala Lumpur, Malasia, 1998, de Kisho Kurokawa.

La última parte de esta búsqueda de la estabilidad del edificio sería el estudio de las superficies minimales y las cubiertas y capas de Frei Otto. Para quien pueda estar interesado en ellas desde una perspectiva geométrica le recomendamos por ejemplo empezar por el texto [S. Hildebarandt, A. Tromba, Matemática y Formas Óptimas, Prensa Científica, 1990].

## Bibliografía

[1] Your Private Sky, R. B. Fuller, The Art of Design Science, Lars Müller Publ., 1999.

[2] F. Candela, En defensa del formalismo y otros escritos, Xarait Ediciones, 1985.

[3] A. Castellano (introducción), XII Profecías para el siglo XXI, L'arcaedizioni, 1997.

[4] J. A. Fernández,J. R. Navarro, Eduardo Torroja, ingeniero, Ediciones Pronaos, 1999.

[5] D. Giralt-Miracle (editor), Gaudí. La busqueda de la forma, Lunwerg Ed., 2002.

[6] D. Giralt-Miracle (editor), Gaudí 2002. Miscelanea, Planeta, 2002.

[7] P. Gösel, G. Leuthaüser, Arquitectura del Siglo XX, Taschen, 2001.

[8] Ph. Jodido, Sir Norman Foster, Taschen, 1997.

[9] C. Jordá (Ed.), Eduardo Torroja. La vigencia de un legado, SPUPV, 2002.

[10] I. Margolis, Architects+Engineers=Structures, Wiley-Academy, 2002.

[11] L. Molinari, Santiago Calatrava, Skira, 1999.

[12] H. Pearman, Contemporary World Architecture, Phaidon, 1998.

[13]A. Román, Eero Saarinen, an Architecture of Multiplicity, Princeton Arch. Press, 2003.

[14] S. Tárrago, E. Torroja, La Modernidad en la obra de Eduardo Torroja, Ed.Turner, 1979.

[15] K. Williams (Ed.), Nexus III: Architecture and Mathematics, Pacini Editore, 2000.

[16] AV Monografías 101: Miguel Fisac, 2003.

[17] www.greatbuildings.com

[18] www.structurae.de/en/structures/index.php