De repente, llegó Black

por

Agueda Madoz Mendioroz, Universidad del País Vasco / Euskal Herriko Unibertsitatea

Introducción

Los contratos de futuros y opciones son herramientas financieras cuyo uso se remonta a la época de esplendor griego. En la actualidad, su utilización y desarrollo ha aumentado de manera exponencial entre los inversores gracias, en gran parte, a la globalización de los mercados. El uso de estos productos derivados favorece un mayor control del riesgo asociado a los cambios que sufren los precios de los bienes o activos financieros.

Los profesionales financieros deben de ser capaces de anticiparse a los posibles cambios del entorno. Los futuros y opciones permiten al usuario tomar decisiones sobre sus inversiones futuras, eliminando la incertidumbre relacionada con la variación de precios.

Por ejemplo, un productor de trigo, en el momento de la siembra, desconoce el precio de mercado del trigo en el momento de la cosecha. Para eliminar esta incertidumbre, puede acordar antes de la siembra, un precio con el comprador del futuro trigo, de manera que así, el productor se asegura la venta a un precio determinado y el comprador se asegura obtener en un futuro la materia prima que necesitará.

Antes de continuar, definamos de manera exacta qué se entiende actualmente por futuros y opciones:

Definición 1. *Un contrato de futuro es un acuerdo estandarizado entre dos partes para comprar o vender una determinada cantidad de mercancías o activos financieros en una fecha futura, a un precio establecido de antemano.*

Definición 2. *Un contrato de opciones es un acuerdo por el que se otorga el derecho a comprar o vender algo a un precio determinado en una fecha futura (o periodo de tiempo) determinado.*
La opción por la que se otorga el derecho de compra se llama opción call y si se otorga el derecho de venta se denomina opción put.
Se llama activo subyacente al bien o activo financiero que se compra o vende.
El periodo de tiempo que dura el contrato se denomina vida de la opción y el precio prefijado se llama strike o precio de ejercicio.

Notar que en el contrato de futuros ambas partes tienen la obligación de comprar o vender el bien estipulado mientras que en las opciones el comprador de la call *(put)* adquiere el derecho de compra *(venta)* y el vendedor de la call *(put)* tiene la obligación de vender *(comprar)*.

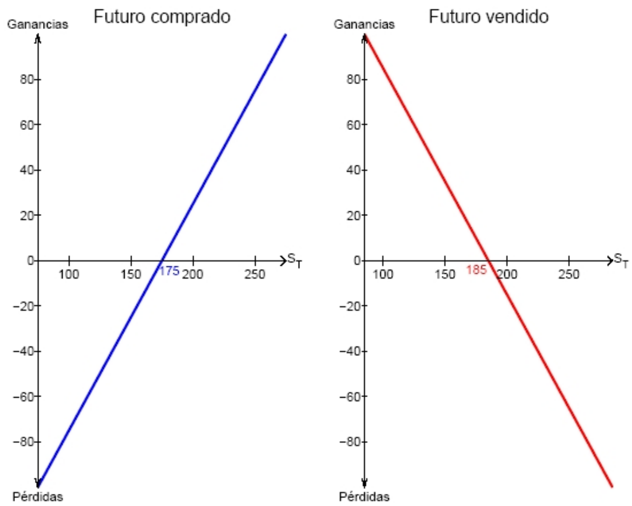

Figura 1: Beneficios compra-venta futuros.

Si consideramos un contrato de futuros cuyo precio de mercado a vencimiento es 175 euros la función de pagos del comprador será la representada en la figura 1. En este caso, si el precio negociado en el contrato supera los 175 euros en el mercado, el comprador del futuro obtendría beneficios (si su valor fuese, por ejemplo, 185 euros ganaría 10 euros) y el vendedor del futuro dejaría de ganar la misma cantidad.

Al contrario que con la compra de futuros, la compra de una opción conlleva limitaciones respecto a las posibles pérdidas. Al comprar una opción call, el poseedor de la opción limita sus pérdidas a la prima pagada c_{prima} (el dinero que paga al comprar la opción), esto ocurre cuando el precio del activo subyacente a vencimiento, S_T, es inferior al precio de ejercicio K. En cambio, si el precio del activo, S_T es superior al precio de ejercicio, K a vencimiento, las ganancias que obtendrá serán la diferencia entre el precio del activo y el precio de ejercicio menos la prima, $S_T - K - c_{prima}$, tal y como se muestra en la figura 2. El vendedor de la opción call obtiene un beneficio igual a la prima c_{prima} cuando el precio del activo es inferior al precio de ejercicio. En caso contrario, sus pérdidas serán $K - S_T + c_{prima}$, es decir, las pérdidas son equivalentes a las ganancias del comprador.

Si se compra una opción put, ver figura 3, y a vencimiento el precio del activo es inferior al precio de ejercicio, el poseedor de la opción obtendrá un beneficio igual a la diferencia entre el precio de ejercicio y el activo menos la prima pagada por la compra de la opción, $K - S_T - p_{prima}$. Si el precio de ejercicio es inferior al precio del activo, el poseedor de la put incurrirá en pérdidas por valor igual a la prima, p_{prima}.

$$Call_T = \begin{cases} S_T - K - c_{prima} & S_T > K \\ -c_{prima} & S_T < K \end{cases}$$

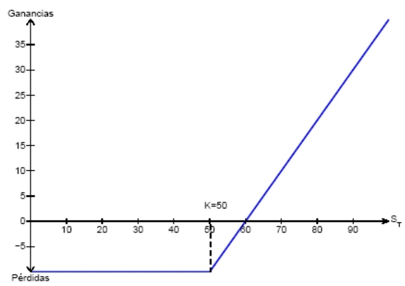

Figura 2: Call comprada.

$$Put_T = \begin{cases} -p_{prima} & S_T > K \\ K - S_T - p_{prima} & S_T < K \end{cases}$$

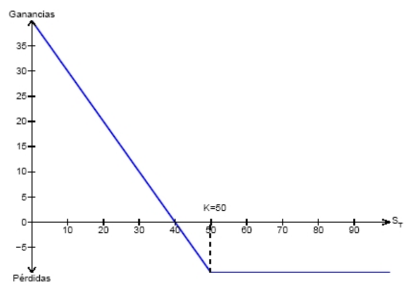

Figura 3: Put comprada.

1. Antecedentes históricos

Acuerdos comerciales del estilo de los futuros u opciones ya se realizaban en la época de los romanos y los fenicios usaban de manera habitual contratos del tipo de los futuros en sus transacciones marítimas. Por ejemplo, se tiene constancia escrita de que Tales de Mileto (624AC-547AC) utilizaba contratos parecidos a las opciones actuales. Este matemático predecía durante el invierno cómo sería la cosecha de aceitunas y compraba las prensas de aceite.

Cuando llegaba la época de recolección las alquilaba a un precio más alto, con lo que acumuló una gran fortuna además de demostrar la utilidad de las finanzas y las matemáticas en la vida cotidiana.

Del mismo modo, los contratos de futuros se usaron en la era medieval de forma frecuente. De hecho, los primeros indicios que se tienen de un mercado regulado de futuros datan del Japón de 1650 (mercado del arroz de Yodoka, en Osaka).

El primer mercado regularizado de occidente se constituyó en marzo de 1848, el *Chicago Board of Trade*, creado poco después de la Bolsa de Chicago. Años más tarde se introdujeron las opciones en las operaciones de mercado, hecho que se produjo con la creación, en 1937 (más de 80 años después), de la CBOE *Chicago Board Options Exchange*, el primer mercado de opciones del mundo.

En España, hasta 1989 no se creó el primer mercado de derivados (llamado OMIb), que estaba gestionado por la empresa OMIberia, la encargada de crear y gestionar un mercado de futuros y opciones sobre acciones de empresas españolas. Un año más tarde se crea MEFF. MEFF es un mercado secundario oficial regulado por las leyes españolas e integrado en Bolsas y Mercados Españoles (BME), el operador de los Mercados de Valores españoles. MEFF se encuentra bajo la supervisión de la Comisión Nacional del Mercado de Valores, ofrece servicios para la negociación de contratos y actúa como cámara de contrapartida de futuros y opciones sobre el IBEX-35, sobre acciones y sobre el Bono Nacional Español.

La aparición de este tipo de mercados ha posibilitado el uso de contratos estandarizados que permiten hacer negocios sin necesidad de buscar contrapartida. El mercado es, a través de la empresa que lo gestiona, el encargado de buscar un tomador para cada contrato y debe asegurar que los pagos se realicen (en caso contrario, la cámara de compensación del mercado se compromete a realizar los pagos).

Sin embargo, antes de la aparición de estos mercados, se produjeron algunos episodios financieros que merecen ser estudiados con más detenimiento. Entre todos ellos, vamos a comentar brevemente el acaecido en Holanda y que se conoce como “La fiebre de los tulipanes”.

1.1 La fiebre de los tulipanes

Actualmente Holanda es el primer productor del mundo de tulipanes con el 88 % de la producción total. Sin embargo, el origen de los tulipanes no es holandés, fueron introducidos en Europa hacia 1050 desde el Imperio Otomano pero no fue hasta el siglo XVII cuando el tulipán adquirió gran importancia. Durante este siglo, Holanda era considerada una gran potencia que obtenía grandes beneficios del comercio internacional. Además, contaba con un incipiente sistema financiero que aseguraba el bienestar económico de gran parte de la nobleza neerlandesa y de numerosos científicos y artistas que, atraídos por la bonanza económica holandesa, se asentaban en el país.

En esta época, tal y como hemos comentado, comenzó a hacerse famoso el tulipán. Esta flor fue introducida en Holanda por un profesor universitario de botánica y no tardó de pasar de las aulas a los mercados neerlandeses, donde era adquirido como símbolo de estatus económico. La nobleza holandesa, maravillada por la belleza de esta flor, no dudaba en pagar elevadas sumas de dinero para poder disfrutar unos pocos días de ella y mostrarla a sus visitas.

Sin embargo, la clase media comenzó a comprar esta flor queriendo aparentar un estatus superior por lo que su demanda aumentó considerablemente. En la misma época apareció un virus que comenzó a atacar a los tulipanes. Este virus, sin embargo, en lugar de destruirlos, hizo que los tulipanes fuesen más bellos y coloridos, dotándolos de pétalos de colores entremezclados. Estos "nuevos tulipanes" infectados, más escasos que los tulipanes corrientes, fueron la delicia de la autentica aristocracia holandesa que, de este modo, consiguieron diferenciarse aún más.

Para entender mejor la historia hemos de mencionar dos características del tulipán. En primer lugar, la flor del tulipán infectado florece en primavera y únicamente vive alrededor de una semana. La segunda característica es que los tulipanes se pueden obtener mediante semillas, que tardan de 7 a 12 años en florecer o mediante bulbos, que se extraen de la planta una vez florecida y, enterrados bajo tierra, tardan unos pocos meses en convertirse en flores. El virus mencionado antes ataca únicamente a los bulbos, por lo que los tulipanes más apreciados en aquella época sólo se podían obtener a través de bulbos y no de semillas.

Fue entonces cuando a los holandeses se les ocurrió lo que parecía un negocio redondo. Los tulipanes florecían en primavera y en verano los productores hacían acopio de bulbos para obtener durante la siguiente primavera nuevos tulipanes. Dado que los bulbos estaban enterrados y no se podían desenterrar hasta la primavera a los holandeses se les ocurrió vender derechos sobre los bulbos de tulipán.

Veamos un ejemplo de cómo ocurrió. Consideremos un productor que posee un bulbo, hasta él se dirige un caballero, que llamaremos $H1$ y se ofrece a comprarle el bulbo al comienzo de la primavera siguiente a un precio de 10 florines (unos 100 euros actuales), dando una señal en ese momento por valor de 1 florín. Claramente, el productor acepta el contrato firmado ante notario (notar que ambas partes acuerdan un contrato de futuro). Después de esto, $H1$ contacta con otro holandés, $H2$, y le ofrece el bulbo que obtendrá la siguiente primavera a cambio de 20 florines, a pagar el día de intercambio, y con un pago de 2 florines de señal. A pesar de no tener el bulbo $H2$ acepta el contrato ya que $H1$ le muestra el acta notarial por la cual obtendrá el tulipán.

$H2$, al igual que $H1$, decide hacer negocio con el bulbo de la flor, ya que parece un negocio fácil que no requería de ningún esfuerzo. Para ello, contacta con $H3$ y realiza el mismo tipo de contrato, sólo que $H3$ se compromete a un pago de 30 florines a cambio del tulipán con una señal de 3 florines. $H3$, convencido como todos, de que el precio del tulipán alcanzará esos precios la próxima primavera, se compromete con un florista a entregarle la flor a cambio de 40 florines la próxima temporada. En todos los casos, los holandeses estaban convencidos de que, con la nueva temporada de tulipanes, la nobleza estaría dispuesta a adquirir los más raros a cualquier precio.

Este tipo de contratos de futuros sobre el tulipán se multiplicaron por toda Holanda y los precios se dispararon con aquellos bulbos infectados por el virus. Así, se tiene constancia de que, en octubre de 1636 se pagaban 20 florines (unos 200 euros) por el derecho de compra sobre un tulipán. En febrero de 1937 esta flor alcanzó un precio en el mercado de 200 florines. En la figura 4 se puede ver la evolución de los precios de los tulipanes en aquellas fechas.

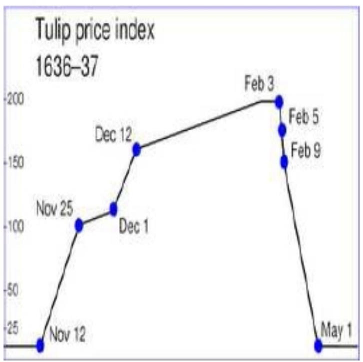

Figura 4: Precio del tulipán.

Algunos de los contratos de futuros que se firmaron en aquellos meses fueron cuanto menos, asombrosos. Existen datos de un contrato de venta de 20 tulipanes por valor de 40000 euros o el cambio de 12 acres (unas 5 hectáreas) de tierra por un bulbo excepcionalmente raro de tulipán (el *Semper Augustus*). Pero sin duda, uno de los contratos más llamativos fue la venta de un bulbo de tipo *Viceroy* por la siguiente lista de objetos: 2 carros de trigos, 2 carros de centeno, 4 bueyes, 8 cerdos, 12 ovejas, 12 barricas de vino, 4 barriles de cerveza, 2 toneladas de mantequilla, 1000 libras de queso, 1 cama doble, 1 baúl de ropa y 1 copa de plata.

Otra anécdota curiosa es la que le ocurrió a un marinero recién llegado a Holanda. El pobre marinero, desconocedor de lo que era un tulipán y de su valor, se encontró uno de estos bulbos en el camarote del capitán y, creyendo que era una cebolla, se lo comió. Cuando el capitán volvió y supo lo sucedió, por poco le da un mal. El pobre marinero acabó en la cárcel por no poder pagar los 200 florines que le exigían como pago por su "comida".

Pero, ¿qué sucedió con la llegada de la primavera y el florecimiento de los tulipanes? Recordemos que los holandeses tenían unas expectativas muy altas en cuanto a la venta de tulipanes, y que los precios de mercado de estas flores están muy por encima de su valor real (recordar que se llegaron a pedir 2000 euros por un bulbo de tulipán). Viendo estos precios, la aristocracia neerlandesa dejó de comprar tulipanes.

Así, cuando el productor del tulipán llamó a $H1$ para decirle que su bulbo estaba a punto de florecer y exigirle el pago, este le dijo que esperase a que le pagase $H2$ y así sucesivamente hasta $H3$. Cuando $H3$ fue donde el florista a decirle que tenia el tulipán y que le pagase lo acordado, este le contestó que no estaba dispuesto a pagar esas cantidades por una flor que no tenia salida en el mercado. De este modo, como ninguno de los holandeses involucrados en la compra-venta de tulipanes estaba dispuesto a pagar lo pactado, los productores se encontraron con un producto (el tulipán) que ya nadie quería. Fue tan grande el desasosiego que se produjo y tantas las peleas entre compradores y vendedores que el gobierno tuvo que tomar cartas en el asunto. El gobierno decidió deshacer los contratos firmados y, en un intento de contentar a todas las partes involucradas, concluyó que el poseedor del contrato en el vencimiento podía abstenerse de ejercer la compra pero debía abonar el 10 % del importe acordado. Es decir, de esta forma, se transformaron los contratos de futuros en opciones de compra. Aunque estos acuerdos no acabaron de contentar a ninguna de las partes evitaron males mayores en la economía holandesa.

2. Historia reciente

Tal y como se ha comentado anteriormente, el primer mercado regularizado de occidente de futuros, el Chicago Board of Trade (CBOT), se fundó en 1848 y, hasta 2007, cuando se fusionó con el Chicago Mercantile Exchange, era considerado el mercado de futuros más antiguo del mundo. Originalmente, se comercializaron productos agrícolas, tales como trigo y maíz, posteriormente amplió su gama de productos iniciando la comercialización de futuros sobre oro, plata y bonos del Tesoro. En 2003, 4 años antes de su desaparición se batió el récord de contratos con 454 millones de contratos abiertos a voz cantada o a través de medios electrónicos.

En 1973 se fundó el Chicago Board Options Exchange, el primer mercado estandarizado de opciones y el 26 de abril, el primer día de negociación se realizaron 911 opciones call (las opciones put no se empezaron a negociar hasta 1977) sobre 16 activos diferentes. En 1975 se remitió por vez primera los precios de las opciones negociadas en formato electrónico y se utilizó el modelo de Black-Scholes para fijar el precio de las opciones.

2.1 Valoración de contratos de futuros

Veamos cómo los precios de los futuros se relacionan con el precio del activo subyacente. En este análisis distinguiremos tres casos, dependiendo del tipo de activo subyacente. Antes de nada, debemos realizar algunos supuestos económicos:

- Una cantidad de dinero A invertida durante n años a una tasa de interés igual a r crece a una cantidad Ae^{rn}.

- No hay costes de transacción. (No tenemos que pagar por vender o comprar en el mercado.)

- Los participantes en el mercado pueden prestar y pedir prestado al mismo tipo de interés sin riesgo. (No existen problemas de liquidez.)

- Los participantes en el mercado están dispuestos a explotar cualquier oportunidad de arbitraje que pueda aparecer. Esto implica que no existen tales oportunidades. (Los productos tienen el mismo precio en todos los mercados y no se pueden obtener beneficios directos de la compra-venta inmediata.)

La notación que usaremos a lo largo de esta explicación es:

- T: fecha en la que vence el contrato forward (en años)

- t : fecha actual (en años)

- S_t: precio actual del subyacente (en t)

- S_T: precio del subyacente al vencimiento del futuro (en T)

- r : es el tipo de interés anual (continuamente compuesto) del activo seguro en t para una inversión que vence en T

- $T-t$: tiempo hasta el vencimiento del futuro (en años)

Valor del futuro sobre activos que no pagan renta alguna

Para que no existan oportunidades de arbitraje, en este tipo de activos (por ejemplo, acciones que no pagan dividendos o bonos cupón cero) la relación entre el precio del futuro, F, y el precio al contado, S, debe ser:

$$F = S_t e^{r(T-t)}$$

Valor del futuro sobre activos que pagan una renta conocida

Ejemplos naturales de este tipo de contratos serían futuros sobre acciones cuyos dividendos son perfectamente predecibles y bonos gubernamentales con cupón. Si llamamos I al valor actual de todas las rentas recibidas durante la vida del contrato calculado al tipo de interés sin riesgo el precio del futuro será:

$$F = (S_t - I)e^{r(T-t)}$$

Valor del futuro sobre un activo que ofrece una rentabilidad por dividendos conocida

Supongamos que el activo subyacente paga un dividendo conocido, es decir, el beneficio del activo, cuando se expresa como un porcentaje del activo es conocido. Por ejemplo, un índice bursátil. Supongamos también que el dividendo se paga de forma continua a una tasa anual q (si $q = 0.05$ el yield-la rentabilidad por dividendo D/P- será el 5 % anual). Por tanto, q es la tasa de rentabilidad del dividendo anualizada, tasa que se supone que se paga de forma continua (igual que r). En este caso, el precio del futuro debe ser:

$$F = S_t e^{(r-q)(T-t)}$$

Cierre de posiciones

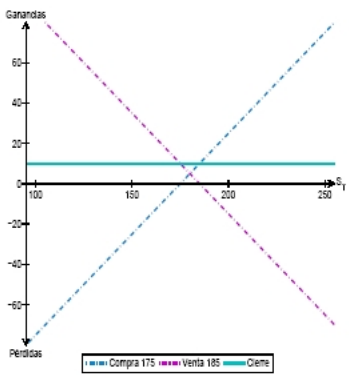

Figura 5: Cierre con futuros.

Cuando compramos un futuro nos comprometemos a realizar un pago determinado en una fecha futura, el cual no podemos evitar. Sin embargo, existe una forma para no hacer frente a ese pago. Supongamos por ejemplo, que entramos como compradores en un contrato de futuros, comprometiéndonos a comprar una acción dentro de 3 meses a un precio de 175 euros. Si el precio de dicha acción sube hasta 185 euros al cabo de un mes, podríamos acudir al mercado y tomar una posición vendedora sobre la misma acción con una fecha de vencimiento de 2 meses. De esta forma, sea cual sea el precio de la acción en la fecha de vencimiento (notar que en ambos casos es la misma), obtendremos un beneficio de 10 euros.

2.2 Valoración de contratos de opciones

Hemos visto que valorar un futuro no es relativamente difícil, en general, basta con estimar adecuadamente el precio del activo subyacente a vencimiento y descontarlo por el tipo de interés (lo que se conoce como precio del dinero) hasta la fecha inicial del contrato. La valoración de una opción es más complicada, ya que no es una compra (*venta*) directa sino que se negocia un derecho de compra (*venta*). Tal y como hemos comentado, el modelo más famoso de valoración es el modelo de Black-Scholes (1975).

Este modelo se basa en el supuesto que los activos subyacentes siguen un proceso estocástico del tipo browniano geométrico. La teoría sobre los procesos estocásticos en tiempo continuo se lo debemos a Bachelier y a su tesis *"Theory of Speculation"* (1900). Su posterior uso en la valoración de opciones lo propusieron 3 personas:

- Fisher Black: Físico, doctorado en Matemáticas Aplicadas. En 1965 empezó a trabajar en Arthur D. Litlle, una importante consultora financiera de Boston.
- Myron Scholes: Economista, profesor en el MIT (Massachussetts Institute of Technology) y en la Universidad de Stanford.
- Robert Merton: Matemático, postgrado en Matemáticas Aplicadas y doctorado en Economía en el MIT, Profesor de la Universidad de Harvard.

En 1973, los 2 primeros, Black, F. y Scholes, M., publicaron en la revista *"Journal of Political Economy"* el artículo *"The pricing of options and corporate liabilities"*, aunque no olvidaron la ayuda que les prestó R. Merton en este estudio. La moderna teoría de la valoración de activos comienza con esta publicación. En ella, se presentó la fórmula de valoración que cambió para siempre la forma en la que, tanto los teóricos académicos como los profesionales de los mercados, entienden la valoración de derivados.

2.3 El modelo de Black-Scholes de valoración de opciones

Debemos imponer una serie de supuestos a la distribución de probabilidad que describe los posibles cambios en los precios de los activos (acciones) para ser capaces de valorar opciones. El modelos que vamos a imponer se basa en la distribución lognormal de los precios de los activos financieros.

Se suele afirmar que los precios de las acciones se comportan (*se mueven*) de forma aleatoria, para ser consistente con esta idea se usa el **movimiento geométrico browniano** para describir las fluctuaciones de los precios de las acciones. Este modelo probabilístico dice que si el precio de una acción sigue un movimiento geométrico browniano, entonces los precios futuros de la acción se distribuyen de manera lognormal.

Definición 3. *Un proceso estocástico es una familia de v.a. reales* $\{X_t|t \geq 0\}$ *definidos en un espacio de probabilidad* $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{P})$.
Para cada $\omega \in \Omega$ *la aplicación* $t \rightarrow X_t(\omega)$, *se denomina trayectoria del proceso estocástico.*
Si fijamos un conjunto finito de instantes $0 \leq t_1 \leq \ldots \leq t_n$ *tenemos un vector aleatorio* $(X_{t_1}, \ldots, X_{t_n}) \rightarrow \mathbb{R}^n$.
Las distribuciones de probabilidad $P_{t_1}, \ldots, P_{t_n}$ *se llaman distribuciones de dimensión finita del proceso.*
La media y la varianza de un proceso estocástico se definen

$$\begin{aligned} m_X(t) &= E(X_t) \\ \Gamma_X(s,t) &= Cov(X_t, X_s) \\ \sigma_X^2(t) &= Var(X_t) \end{aligned}$$

Definición 4. *Un proceso estocástico es gaussiano o normal si sus distribuciones en dimensión finita* $P_{t_1,\ldots,t_n}$ *son normales multidimensionales para todo* n. *En este caso,* $m_X(t)$ *y* $\Gamma_X(s,t)$ *determinan las distribuciones en dimensión finita del proceso.*

Definición 5. *Un proceso estocástico* $\{B_t, \quad t > 0\}$ *es un movimiento browniano*[1] *si se cumplen las condiciones:*

1. *1.* $B_0 = 0$.

2. *2. Si* $s < t$, *el incremento* $B_t - B_s$ *sigue una ley normal* $N(0, t-s)$.

3. *3. Fijados* n *instantes* $0 \leq t_1 < \ldots < t_n$ *los incrementos* $B_{t_n} - B_{t_{n-1}}$, ..., $B_{t_2} - B_{t_1}$ *son variables independientes.*

4. *4. Las trayectorias del proceso son continuas.*

Black, Scholes y Merton pensaron esta modelización para la variable que representa el logaritmo de los precios, lo que les llevó a proponer el movimiento geométrico browniano, definido por

$$X_t = \exp\left[\sigma B_t + \mu t\right]$$

[1]El movimiento browniano es un proceso gaussiano.

La media y la varianza son en este caso,

$$E(X_t) = X_0 e^{\mu t + \sigma^2/2t}$$
$$Var(X_t) = X_0^2 e^{2\mu t + \sigma^2 t}(e^{\sigma^2 t} - 1)$$

es decir, X_t sigue una distribución lognormal.

La formulación del modelo de Black Scholes es atractiva dado que las fórmulas de valoración que se obtienen son funciones de unas pocas variables observables, a excepción de la volatilidad.

Consideremos el caso de un emisor de una opción call sobre un activo. Dicho emisor está expuesto a un riesgo ilimitado si el precio del activo sube mucho por encima del precio de ejercicio ($S_T >> K$) ya que tendría que vender el activo cuyo valor en el mercado es S_T a un precio muy inferior, K. Para proteger esta venta podría comprar una cantidad fija de activos al mismo tiempo que vende la opción de manera que la venta de la opción quedase cubierta por la compra en el activo. Este tipo de acciones se conocen como cobertura y se pueden realizar con cualquier tipo de instrumento financiero que esté relacionado (por ejemplo, futuros, opciones call y put sobre un mismo activo o sobre activos que estén relacionados de alguna manera entre si). Una posición de cobertura combina las posiciones de una opción con posiciones sobre su activo subyacente de forma que ambas posiciones queden cubiertas (minimizando el riesgo de pérdidas).

Ajustando la proporción del activo y de la opción de forma continuada en una cartera (conjunto de activos financieros que posee una persona), Black-Scholes demostraron que los inversores pueden crear una cartera de cobertura sin riesgo, donde los riesgos del mercado están eliminados. En un mercado eficiente, sin oportunidades de arbitraje cualquier cartera con riesgo cero debe tener un rendimiento igual al tipo de interés libre de riesgo, los pagos deben de ser equivalentes a una inversión segura (ya que si no lo fueran se podría vender el activo más caro y comprar el barato, obteniendo un beneficio seguro). El modelo de Black-Scholes establece una condición de equilibrio entre el rendimiento esperado de la opción, el rendimiento esperado de la acción (activo subyacente) y el tipo de interés libre de riesgo.

Existen tres maneras equivalentes de ver la valoración de opciones con el modelo de Black-Scholes:

1. El principio de cobertura sin riesgo.

2. El argumento riesgo neutral.

3. La estrategia de negociación dinámica auto financiada.

Con cualquiera de las tres formas se obtiene el mismo resultado, veamos brevemente cómo obtener el precio de una call europea mediante el argumento riesgo neutral, que consiste en calcular la esperanza matemática del flujo de pagos de la opción.

El modelo de Black-Scholes es un modelo completo, lo que significa que existe una única probabilidad neutral al riesgo por lo que cualquier inversor asume los mismos riesgos. Esto implica que existe una cartera con la que se pueden replicar los pagos de la opción call. El valor a vencimiento de dicha cartera debe ser igual al pago final de la call, para que no exista arbitraje. Dicho pago es:

$$V_T = \text{máx}(S_T - K, 0)$$

El precio de la call para cualquier tiempo hasta vencimiento se determina como la esperanza bajo la medida neutral del pago futuro de la opción descontado al tipo de interés:

$$V_t = E_{\mathcal{Q}}\left[e^{-r(T-t)}\, \text{máx}(S_T - K, 0) \middle| \mathcal{F}_t\right]$$

por la propiedad de Markov podemos sustituir el proceso estocástico S_t por una variable real x de forma que el problema se transforma en:

$$V_t = F(t, S_t)$$

$$F(t, x) = e^{-r(t-t)} E_{\mathcal{Q}}\left[g(xe^{r(T-t)} e^{\sigma(B_T - B_t) - \sigma^2/2(T-t)})\right]$$

donde la función $g(x) = \text{máx}(x - K, 0)$ y $(B_T - B_t)$ es una variable aleatoria normal de media cero y varianza $T - t$.

Entonces, el valor de esta esperanza se obtiene a partir de que, bajo la probabilidad $\mathcal{Q}$ la variable x es una lognormal:

$$F(t, x) = e^{-r(T-t)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-y^2/2}\, \text{máx}\left(xe^{-\sigma^2/2(T-t) - \sigma\sqrt{T-t}y} - Ke^{-r(T-t)}, 0\right) dy$$

resolviendo esta integral y sustituyendo la x por S, se obtiene el valor de la call europea:

$$c(S, t) = S\mathcal{N}(d_1) - Ke^{-r(T-t)}\mathcal{N}(d_2)$$

donde

$$d_1 = \frac{\ln(S/K) + (r + \sigma^2/2)(T - t)}{\sigma\sqrt{T - t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T - t}$$

y $\mathcal{N}(.)$ es el valor de la probabilidad de una normal de media cero y varianza uno.

3. Estrategias de inversión

Los derivados creados a partir de la combinación de otros derivados, generalmente futuros y opciones reciben el nombre de sintéticos. Los sintéticos, son sin duda una de las aplicaciones más prácticas de los futuros y opciones. Tal y como justificó Fisher Black, con un derivado se puede obtener casi cualquier patrón de pagos deseado:

> *With derivatives you can have almost any payoff pattern you want. If you can draw it on paper, or describe it in words, someone can design a derivative that gives you that payoff.*

Recordemos cómo son los pagos de las opciones europeas y, a continuación, veamos algunas estrategias de inversión construidas a partir de ellas. Las estrategias que expondremos a continuación no son las únicas existentes pero si algunas de las más conocidas. Del mismo modo, solamente comentaremos una de las formas posibles de construirlas, aunque en ocasiones se pueden crear de varias formas y pueden ser tanto estrategias compradas como vendidas, tomando las posiciones contrarias.

En el caso de una opción call, el pago que recibe a vencimiento el comprador es el $\max(S_T - K, 0)$, por lo que el beneficio es $\max(S_T - K, 0) - c_{prima}$, el pago final menos el precio pagado inicialmente por la compra de la call. En el caso de la compra de una put, el beneficio global es $\max(K - S_T, 0) - p_{prima}$. Si vendiésemos cualquiera de estas opciones, los beneficios serían, respectivamente, $c_{prima} - \max(S_T - K, 0)$ y $p_{prima} - \max(K - S_T, 0)$.

Futuro

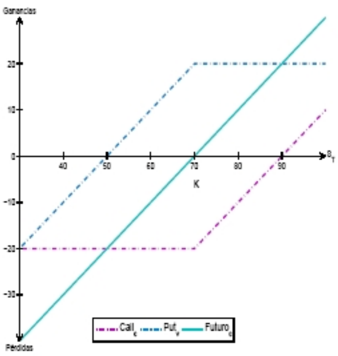

Figura 6: Futuro.

Si compramos una opción call y vendemos una opción put con el mismo precio de ejercicio, obtendremos el mismo beneficio que si comprásemos un futuro. Por tanto, es una estrategia útil si creemos que el precio del activo subyacente va a subir, aunque existen otras estrategias con las que se pueden obtener más beneficios potenciales con menor riesgo.

En realidad, si consideramos la paridad put-call se obtiene el mismo resultado: Precio Futuro= Precio call- precio put+precio ejercicio.

Bear spread

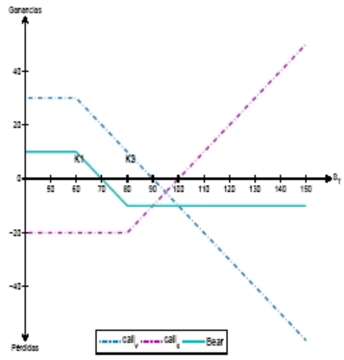

Figura 7: Bear spread.

Un inversor que compra un bear spread espera que baje el precio del activo. Una bear spread se crea comprando una opción de compra con un precio de ejercicio (K2) y vendiendo una opción de compra con otro precio de ejercicio (K1) menor, $K1 < K2$, ambas con el mismo vencimiento. Esta estrategia implica una entrada inicial de dinero cuando se construye con opciones call. Los bear spreads limitan tanto los beneficios potenciales como las pérdidas potenciales.

Bull spread

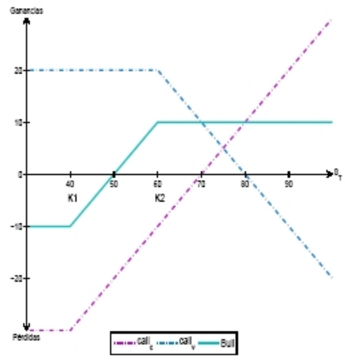

Figura 8: Bull spread.

Esta estrategia se crea comprando una call sobre acciones con cierto precio de ejercicio (K1) y vendiendo otra call sobre las mismas acciones a un precio de ejercicio más alto ($K1 < K2$). Ambas opciones tienen la misma fecha de vencimiento, y es necesaria una inversión inicial para poder construir este sintético. Del mismo modo, esta estrategia se puede formar a partir de la compra-venta de opciones put. La bull spread se utiliza cuando se estima que el mercado va a subir y además se quiere neutralizar el riesgo de bajadas inesperadas.

Túnel vendido

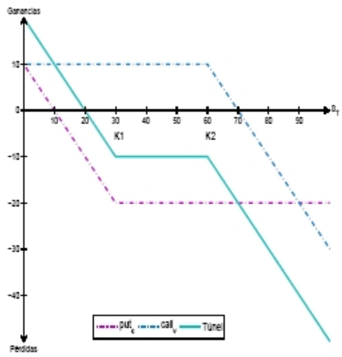

Figura 9: Túnel vendido.

Se crea con la venta de una call con precio de ejercicio (K2) y comprando una put con precio de ejercicio más bajo ($K1 < K2$). Es prácticamente una réplica de un futuro vendido, donde los beneficios pueden ser ilimitados, lo mismo que las pérdidas. En el intervalo de precios entre los precios de ejercicio el beneficio es nulo, cuanto más separados estén los precios de ejercicio mayor es el intervalo nulo de beneficios.

Straddle (Cono) comprado

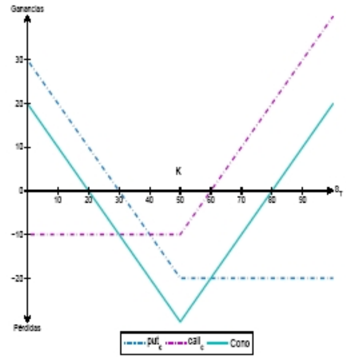

Figura 10: Straddle comprado.

Para construir esta posición se compra una opción call y una opción put con el mismo precio de ejercicio. Con esta estrategia se consiguen beneficios si hay movimientos del mercado en cualquier dirección.

Strangle (Cuna) comprado

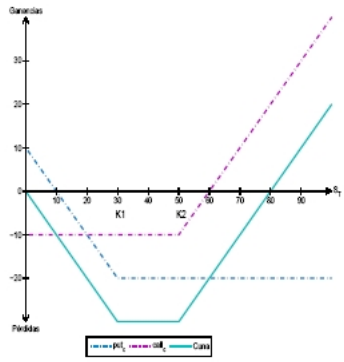

Figura 11: Strangle comprado.

Se forma con la compra de una opción put con precio de ejercicio K1 y una opción call con precio de ejercicio K2 con $K1 < K2$. Con esta estrategia se consiguen beneficios si hay movimientos bruscos del mercado en cualquier dirección.

Butterfly comprada

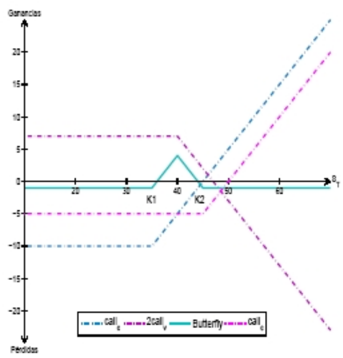

Figura 12: Butterfly comprada.

Se forma con la compra de una opción call con precio de ejercicio K1 y de otra opción call con precio de ejercicio K3 y con la venta de dos opciones call con precio de ejercicio K2 donde $K1 < K2 < K3$.

Con esta estrategia se consiguen beneficios si el mercado se mantiene estable, lo mismo que un cono vendido, sólo que en este caso las posibles pérdidas si hay movimientos bruscos están limitadas.

4. Fauna Financiera

Además de toros, osos o mariposas existen otro tipo de "animales" financieros que hay que vigilar a la hora de invertir en bolsa. Una vez decididos a invertir debemos tener en cuenta que existen diferentes tipos de inversores y no todos de ellos actúan legalmente como es el caso de Carlo Ponzi, y otros, aunque legalmente, pueden provocar verdaderos desastres económicos.

4.1 Carlo Ponzi

El timo de la pirámide es uno de los timos más antiguo y utilizados del mercado financiero. Este timo comenzó a hacerse famoso en 1920 cuando Carlo Ponzi, un inmigrante italiano afincado en Boston llevó a la ruina a cerca de 10000 familias de Nueva Inglaterra.

Según Ponzi, era posible enriquecerse comprando cupones europeos y cambiándolos por sellos en Estados Unidos. La diferencia de precios hacia posible una rápida ganancia sin riesgos. Para conseguir inversores, Ponzi prometía una rentabilidad del 50 % en tan sólo 45 días. Sin embargo, nunca realizó inversión alguna, simplemente utilizaba el dinero que obtenía de una nueva remesa de inversores para pagar las rentabilidades prometidas, lo que se conoce como el timo de la pirámide. Este tipo de timos, basados en la ignorancia y en la avaricia de muchos se nutre de cada vez un número mayor de inversores, de forma que, el dinero proveniente de la base de la pirámide sirve para pagar los intereses de los primeros inversores. Estos, al ver que la rentabilidad prometida es cierta, vuelven a confiar sus ahorros en este sistema.

Finalmente, el engaño de Ponzi quedó al descubierto cuando, el fiscal del distrito, notó que el número de contratos de compraventa de sellos no aumentaba a pesar del prospero negocio de Ponzi. Las actuaciones de Ponzi no han quedado en el olvido, de hecho, son muchos los que han emulado sus pasos. Por comentar uno de los más conocidos, B. Maddof, reconoció conocer el esquema Ponzi cuando fue arrestado por defraudar 5000 millones de dólares con este timo. En España, los casos de este tipo más recientes han sido Gescartera, Afinsa y Forum filatélico.

4.2 George Soros

George Soros es conocido como el hombre que, el 16 de septiembre de 1992, llevó a la quiebra al banco de Inglaterra. Ese día, conocido como el *Miércoles Negro*, Soros consiguió ganar 2 billones de libras especulando en el mercado de divisas contra el tipo de cambio libra-marco alemán.

En 1979, y a iniciativa de Alemania y Francia se conformó el Mecanismo de Tasas de Cambio (ERM), uno de los componentes del Sistema Monetario

Europeo, cuyo principal objetivo era lograr la estabilización de las tasas de cambio, paso previo a la integración monetaria europea. Según el ERM, cada moneda participante tenía una tasa de cambio determinada y debía mantenerse dentro de una banda específica con respecto a esa tasa.

En 1990, el Reino Unido se unió a este sistema de tasas de cambio, por lo que se comprometía a mantener una tasa de cambio del 2.95 respecto al marco alemán, con un 6 % de amplitud de banda. Dos años después, numerosos inversores, entre los que se encontraba Soros, comenzaron a notar que las valoraciones impuestas no coincidian con las valoraciones que existían en el mercado. A través de su fondo de inversión, el Quantum Fund, Soros tomó posiciones de venta en la libra y de compra en el marco alemán por valor de 10 billones de libras, utilizando futuros y opciones. Esto provocó que muchos inversores actuasen de la misma manera y generó tal presión sobre la libra que, después de varios intentos de salvación fallidos, el gobierno britanico se vió obligado a anunciar su salida del ERM y la depreciación de la libra. De esta forma, Soros ganó cerca de 2 billones de libras limpios.

4.3 Barings

El banco Brings (1762-1995) era la entidad bancaria más antigua de Londres hasta su quiebra provocada por el fraude de uno de sus empleados, Nick Lesson. Lesson trabajaba para Barings en su sede de Singapur cuando fue acusado de perder 827 millones de libras especulando sin permiso en contratos de futuros.

Entre 1992 y 1995 Lesson actuaba sin supervisión del banco en Singapur, por un lado trabajaba como trader en el mercado y por otro, ejercía de supervisor de sus propias operaciones. Debido a esta falta de supervisión Lesson pudo ocultar sus operaciones y maquillar las cuentas de resultados sin levantar sospechas. Utilizando una cuenta fantasma, que él mismo denominó cuenta de los cinco ochos, consiguió invertir elevadas sumas de dinero en la compra de futuros y opciones sin que nadie lo supiera.

Al inicio, el banco Barings de Londres felicitó a Lesson por los resultados positivos que obtenía pero posteriormente, se volvió codicioso y empezó a invertir más agresivamente en el SIMEX. Al final, Lesson fue descubierto cuando, a causa del terremoto de Kobe, el mercado cayó de forma estrepitosa y no pudo recuperar a tiempo el dinero invertido.

Lesson huyó antes de ser detenido por fraude en Singapur pero más tarde fue arrestado en Alemania y condenado a seis años de cárcel. Después de aquello, Lesson escribió su biografía “Rogue Trade” que fue llevada al cine con el mismo titulo y con Ewan McGregor como protagonista.

Referencias

[1] L. Bachelier: Théorie de la speculation, *Annales Scientifiques de l'École Normale Supérieure* Vol. 17, 1900 (English translation by A. J. Boness *The random character of stock market prices* Cambridge, MA: MIT Press, 1964).
[2] F. Black & M. Scholes: The Valuation of Options Contracts and a Test of Market Efficiency, *The Journal of Finance*, Vol. 27, No. 2, May, 1972.
[3] F. Black & M. Scholes: The Pricing of Options and Corporate Liabilities, *The Journal of Political Economy*, Vol. 81, No. 3. May-Jun., 1973.
[4] J. C. Hull: *Options, Futures, and Other Derivatives*, 8th Edition Prentice-Hall International Edition, 2011.
[5] MEFF Renta Variable: *Curso práctico de opciones y futuros*, Inversor Ediciones, 2009.
[6] R. Merton: Theory of Rational Option Pricing, *The Bell Journal of Economics and Management Science*, Vol. 4, No. 1, Spring, 1973.
[7] F. Trias de Bes: *El hombre que cambió su casa por un tulipán*, Ed. Temas de hoy, 2009.
[8] MEFF: `http://www.meff.es`
[9] CBOE: `http://www.cboe.com`
[10] Páginas de internet
`http://es.wikipedia.org/`
`http://www.finanzas.com/`
`http://www.materiabiz.com/mbz/economiayfinanzas`
`http://www.rankia.com/articulos/ ...`

Águeda Madoz Mendioroz
Universidad del País Vasco
Euskal Herriko Unibertsitatea
Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales
Departamento de Economía Aplicada III
Avenida Lehendakari Aguirre 83. 48015 Bilbao
e-mail: `agueda.madoz@ehu.es`