Esta proposicion se nos ha comunicado simultáneamente por MM. Lemoine y Tarry.

En una Nota reciente *(Quelques formules relatives aux triangles rectilignes; mémoires couronnés et autres mémoires publiés par l'Académie royale de Belgique*, 1890, tome XLIV), M. Catalan ha considerado los puntos y el ángulo de Brocard y ha evaluado algunas distancias. Consideremos el ángulo ω y los puntos Ω_1 Ω_2 de Brocard, y sea I el centro del círculo inscrito; se hallarán en esta memoria las fórmulas siguientes:

$$\overline{\mathrm{O}\Omega}^2=\frac{\mathrm{R}^2}{n^4}(a^4+b^4+c^4-n^4)=\mathrm{R}^2-\mathrm{B}\Omega_1\,.\,\mathrm{C}\Omega_2\,.$$

$$\Omega_1\Omega_2=\frac{abc}{n^4}\sqrt{a^4+b^4+c^4-n^4}=\mathrm{O}\Omega_1\frac{4m^2}{n^2}$$

$$\overline{\mathrm{I}\Omega_1}^2=\frac{2\mathrm{R}r}{n^4}[a^2b\,(a-b)+b^2c\,(b-c)+c^2a\,(c-a)]$$

$$\overline{\mathrm{I}\Omega_1}^2+\overline{\mathrm{I}\Omega_2}^2=8\frac{\mathrm{R}r^2}{n^4}[(2\mathrm{R}-r)\,p^2-r\,(4\mathrm{R}+r)^2];$$

haciendo

$$m^2=a^2+b^2+c^2\,,\quad n^4=a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2\,,\quad 2p=a+b+c\,.$$

(Se concluirá)

LA EVOLUCIÓN DE LA GEOMETRÍA PROYECTIVA

(CONTINUACION)

La institución de la Escuela politécnica favoreció el espíritu de propaganda, y por consiguiente era natural que además del célebre *Journal* de la misma aparecieran otros periódicos científicos, entre los cuales deben citarse la *Correspondance sur l'École polytechnique* y *Les Annales de Mathématiques* que en Montpellier fundó el distinguido matemático Gergonne, favoreciendo de una manera notable el desenvolvimiento de la Geometría.

En esta época los descubrimientos se suceden sin interrupción, progresando la ciencia por efecto de la suma de conocimientos aportada á la misma por cada individualidad, entre las que se podrían citar muchas de gran valía en esta época, excepcional por lo pródiga en talentos matemáticos, llegando en verdad á ser imposible muchas

veces deslindar el campo, hallar el verdadero inventor de tal ó cual idea en cuya manifestacion han intervenido varios, por efecto de haberlos impulsado á todos su actividad intelectual, solicitada en muy diversos sentidos y bajo distintas influencias, á explorar el abundante filón de verdades. No es de extrañar, pues, esas polémicas que llenan muchas páginas en las obras de Poncelet, donde se trata de vindicar sus derechos de propiedad en determinadas teorías que fueron objeto predilecto de sus investigaciones, tales son, entre otras, las de la dualidad, polares recíprocas, y homología. Y ciertamente que es cuestión árdua el deslindar esta cuestión, por cuanto las mismas ideas pueden ser patrimonio de muchos, y como dice Gergonne en una de sus réplicas á Poncelet, sería preciso antes de publicar una idea leer cuantos autores han escrito, lo cual es más embarazoso que el buscarlas directamente dejando su curso natural á la inteligencia, cuyo trabajo, lento sin embargo, es preferible al de seguir el intrincado tejido de investigaciones realizadas por todos los exploradores del mundo científico.

Las obras de Poncelet constituyen un conjunto de teorías todas referentes al nuevo desenvolvimiento de la Geometría, y aunque no forman un cuerpo de doctrina donde se hallen encadenadas bajo un plan que las incluya bajo cierta unidad, ofrecen un abundante material á quien desee conocer cuanto de esencial constituye este especial orden de conceptos, no todos nuevos, pues radican muchos de ellos en la época de la civilización alejandrina y en los tiempos de Pascal y Desargues, si bien lo principal es resultado de las investigaciones de los geómetras modernos.

Los resultados que la Geometría debe á las investigaciones de Poncelet se hallan contenidos en sus dos obras *Traité des propriétés projectives des figures*, cuya publicación data del año 1822, y sus *Applications d'analyse et de Géométrie*, publicado en 1862. La primera forma la síntesis de sus descubrimientos ó de sus puntos de vista generales respecto á la moderna Geometría, la segunda contiene una serie de trabajos que aparecen como una sucesión de ensayos ó una preparación para analizar definitivamente su obra principal, que es la anterior.

"Un gran número de geómetras distinguidos, como dice Poncelet en su célebre obra, al frente de los que debe colocarse al ilustre Monge, han sentido toda la importancia de los recursos que podía ofrecer la doctrina de las proyecciones en la invención y la demostración de las propiedades de las figuras, Pascal, Lahire, Lambert y más recientemente Carnot en su *Essai sur la Théorie des transver-*

sales, Gergonne, Servois, Ferriot, Durrande, etc. en los *Annales de Mathématiques* han hecho sucesivamente con más ó menos restricción, consideraciones semejantes para extender el resultado de las primeras concepciones geométricas. En fin, Brianchon ha hecho insertar en el cuaderno X° del *Journal de l'École Polytechnique* una Memoria que presenta sobre asunto, reflexiones á la vez nuevas y extensas. Pero todos estos geómetras, no teniendo como objetivo más que la demostración de algunas propiedades particulares de las figuras, no se han ocupado de una manera especial en buscar los diversos principios que la sola doctrina de las propiedades podría dar, la que hace que, para la mayor parte, estas propiedades habrían podido establecerse de una manera más general y más sencilla todavía, como nos podremos convencer en lo sucesivo ".

(Se continuará)

INDICACIONES GENERALES ACERCA DE ALGUNAS OBRAS

COURS DE MATHÉMATIQUES SPÉCIALES.
PREMIERE PARTIE, ALGÉBRE, PAR M. G. DE LONGCHAMPS

El progreso continuado de la Matemática exige más que en ninguna otra ciencia un progreso correlativo de los métodos, según los cuales deban exponerse, tanto las teorías conocidas desde épocas más ó menos remotas, como las que á ellas se van agrupando, merced al sucesivo incremento constantemente obtenido por esta rama del saber.

Además de las Universidades, donde enseñándose ó debiéndose enseñar la ciencia por la ciencia, atendiendo principal y casi exclusivamente al rigor dogmático y dialéctico, á la concatenación de las verdades dentro del plan general de conocimientos matemáticos, se multiplican las Escuelas técnicas, destinadas principalmente á los estudios de aplicación; y en éstas es forzoso suplir con la rapidez de los procedimientos el esfuerzo que luego ha de necesitar el espíritu para pasar al orden concreto, donde ha de ejercer su actividad muy principalmente.

Uno de los sucesos que han contribuído con gran eficacia á realizar este fin práctico de la ciencia, ha sido el desarrollo adquirido por este grado medio de la Matemática, que se conoce ya con la denominación de *Matemáticas especiales;* este grado colocado entre los de las elementales y superiores es susceptible de beneficiosas modificaciones y ha llegado á constituir una base desde la que, con segura marcha es luego muy fácil recorrer en cualquier sentido el vasto dominio de las ciencias matemáticas.

No hay para qué citar ahora los varios autores que se han ido sucediendo en los cursos de las Escuelas técnicas, con grandes resultados, abandonados más tarde por otros que han ido satisfaciendo las necesidades crecientes señaladas por la influencia cada vez mayor de las modernas teorías, por su invasión lenta desde las regiones del inventor y del sabio, á las regiones más modestas que les ha ido señalando su divulgación por medio de los propagandistas.

Hoy vamos á ocuparnos exclusivamente de un nuevo libro, debido al notable matemático y publicista M. de Longchamps, y que está destinado á cumplir muy principalmente con los fines de la enseñanza para las clases especiales de matemáticas. Esta obra que constituye la primera parte de su *Cours de Mathématiques spéciales* es la nueva adición de su *Algèbre* poco ha publicada.

En un tomo de 755 páginas M. Longchamps recorre el vasto dominio del Algebra, á partir desde la división y del análisis combinatorio, hasta terminar con una exposición sucinta, pero no por eso insuficiente de los infinitamente pequeños y de las integrales definidas, completada por el cálculo de las diferencias y la teoría de la interpolación, dando lugar adecuado en este vasto trayecto, no sólo á las teorías ya tan vulgarizadas que conducen á la resolución de las ecuaciones numéricas, y en que juegan combinados los nombres de Rolle, Descartes, Budan, Sturm, Newton y Lagrange, sino que además ocupan su lugar correspondiente los desarrollos necesarios sobre el cálulo de las expresiones imaginarias, la hoy indispensable teoría de los determinantes con su complemento preciso sobre la eliminación, las formas cuadráticas, el discriminante y nociones sobre los invariantes. Esto es lo que en general puede decirse sobre las materias contenidas en el Álgebra de M. de Lonchamps.

En cuanto al modo de hallarse desenvueltas estas varias teorías, mucho más explícito se debe ser al tratarse de la disposición de las mismas dentro de la unidad del plan.

M. Longchamps imprime desde el principio al Álgebra su carácter esencialmente combinatorio por el método de demostración adoptados desde la teoría de la división, haciendo aplicación preferente del concepto de *identidad*, llevando su rigor en este punto hasta distinguir en toda la extensión de su obra con un signo especial $\equiv$ este