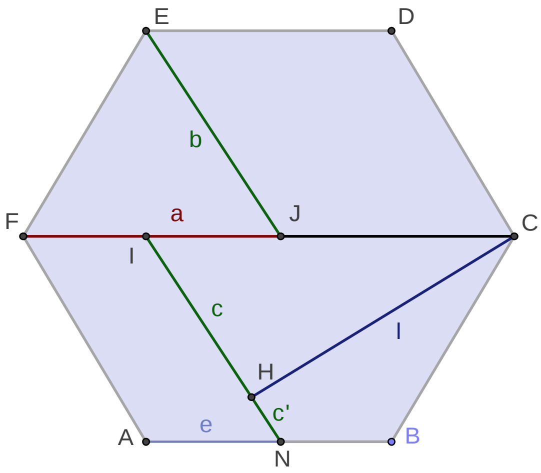
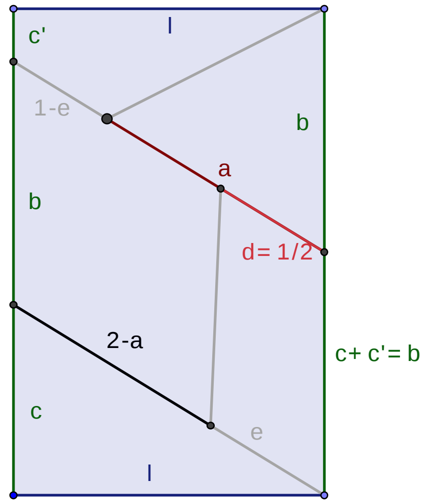
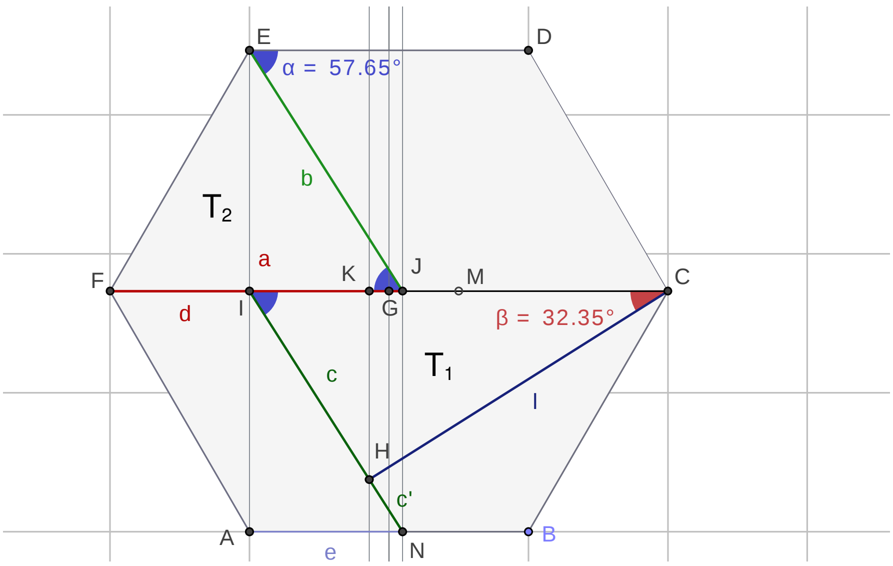
PUZLE:
DE HEXÁGONO REGULAR A RECTÁNGULO ÁUREO

Vamos a ver cómo diseccionar un hexágono regular en piezas que recolocadas, dan como resultado la formación de un rectángulo áureo.





Obviamente, la superficie del hexágono regular H_R (por comodidad, supondremos de lado unitario) es idéntica a la del rectángulo áureo R_A: $S_{HR}=S_{RA} \Leftrightarrow \frac{3}{2}\sqrt{3}=l\cdot L \qquad L=l\cdot\phi$



Como se trata de un rectángulo áureo: $L=l\cdot\Phi$ por lo que podemos deducir el lado menor del rectángulo:

$$l=\frac{\sqrt{3\sqrt{3}\,(\sqrt{5}-1)}}{2}=\sqrt{3}\sqrt{\frac{\sqrt{3}}{2}\,\frac{(\sqrt{5}-1)}{2}}$$

Si multiplicamos por Φ este valor, obtendremos la longitud del lado mayor:

$$L=\frac{\sqrt{3\sqrt{3}\,(\sqrt{5}+1)}}{2}=\sqrt{3}\sqrt{\frac{\sqrt{3}}{2}\,\frac{(\sqrt{5}+1)}{2}}$$

Pero $\quad L=2b \quad \Rightarrow \quad b=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\sqrt{\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{\sqrt{5}+1}{2}}$

En el triángulo T_2:

$$b^2=1+a^2-2a\cos 60^o=1+a^2-a \quad \Rightarrow \quad a^2-a+(1-b^2)=0 \quad \Leftrightarrow \quad a=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{(\sqrt{5}+1)}{2}-1}$$

Estos valores están compuestos de operaciones entre números bien conocidos que, lógicamente aparecen en las referencias de ambas figuras $\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\ \Phi\ ,\ \frac{1}{\Phi}\right)$

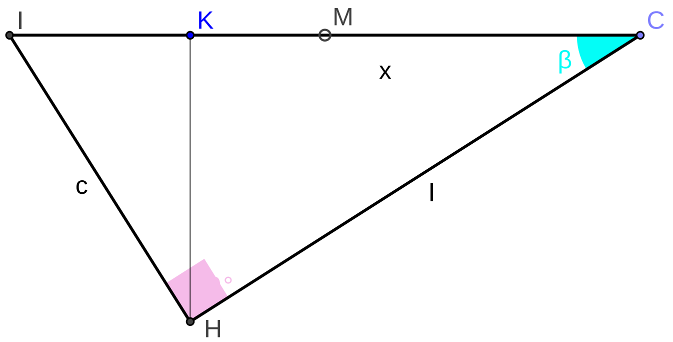
De otra parte, la longitud d de nuestro dibujo, sí que es un número racional sencillo:

$$\left.\begin{array}{l} En\,T_2:\ sen\ \alpha=\dfrac{sen\ 60^o}{b} \\ En\,T_1:\ sen\ \alpha=\dfrac{l}{2-d}\end{array}\right\}\Rightarrow \quad \frac{l}{2-d}=\frac{\sqrt{3}}{2b}$$

sustituyendo los valores de l y b nos lleva al resultado simple $\boxed{d=\frac{1}{2}}$

Entre otras referencias de obtención papiroféctica complicada, encontramos una (irracional, por supuesto) que no lo es:

En el triángulo T_1*:*



$\overline{IC}=\frac{3}{2} \qquad \overline{KC}=x$

$$\left.\begin{array}{l} En\ el\ triángulo\ \ IHC:\quad \cos\beta=\dfrac{l}{3/2} \\ En\ el\ triángulo\ \ HCK:\quad \cos\beta=\dfrac{x}{l}\end{array}\right\} \quad x=\frac{2}{3}l^2=\frac{2}{3}\,3\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{(\sqrt{5}-1)}{2}=\sqrt{3}\frac{2}{1+\sqrt{5}} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{x=\frac{\sqrt{3}}{\Phi}}$$

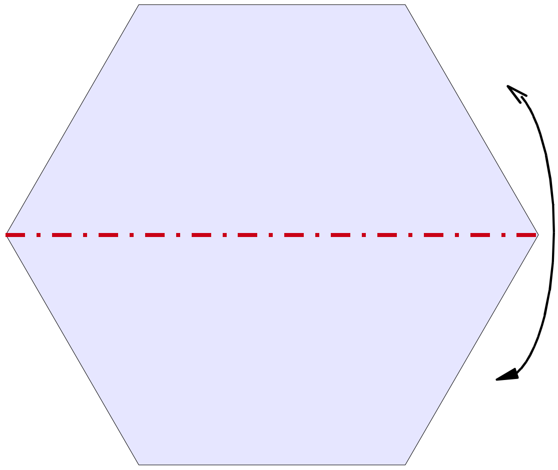
Es decir **¡x es el lado menor de un rectángulo áureo cuyo lado mayor es igual a $\sqrt{3}$!**

Ahora localizar el punto H es muy sencillo:

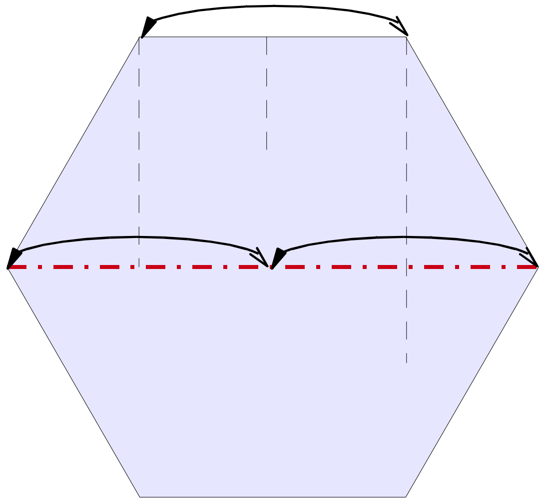
Si usáramos útiles de dibujo, bastaría con trazar una perpendicular al segmento $\overline{IC}$ por el punto K y trazar la semicircunferencia con centro en M (punto medio de $\overline{IC}$) y radio $\overline{MC}$ El punto de corte de ambas es H.

MARCADO DE LAS LÍNEAS DE DISECCIÓN DEL HEXÁGONO REGULAR MEDIANTE PAPIROFLEXIA

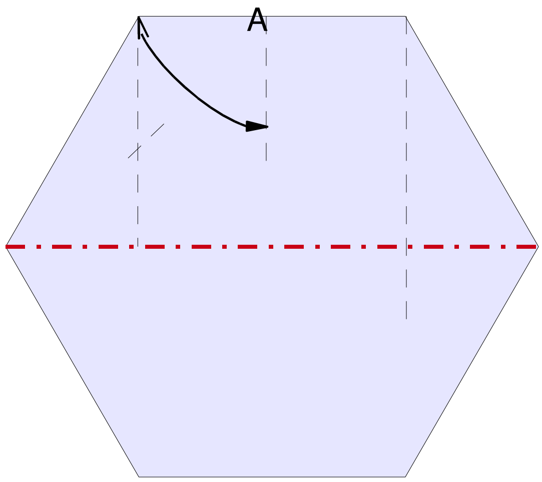
Las marcas buscadas son las que aparecen en rojo.



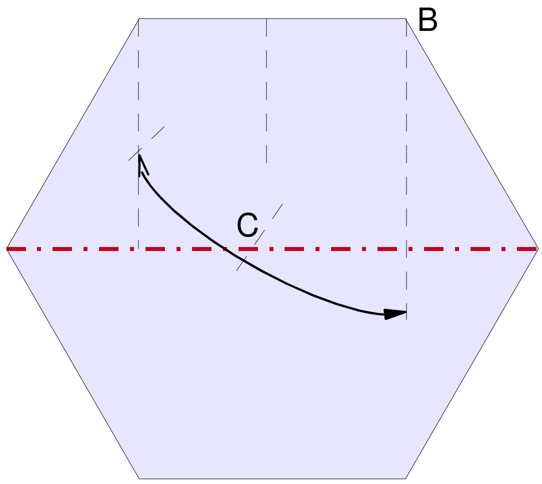
1 – Doblar a la mitad.



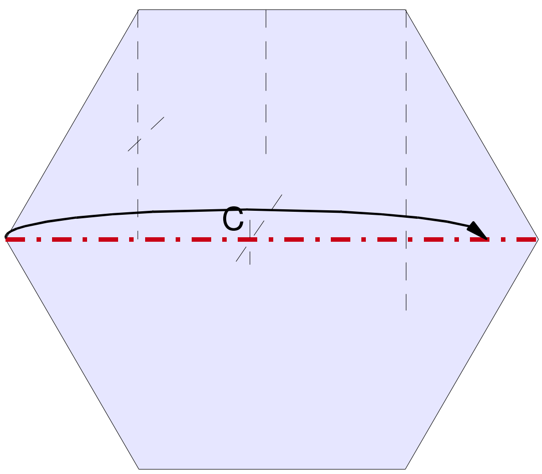
2 – Marcar las tres perpendiculares no completas.



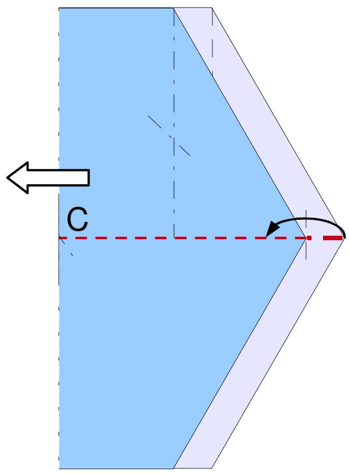
3 – Pinzar únicamente, haciendo vértice en el punto A.



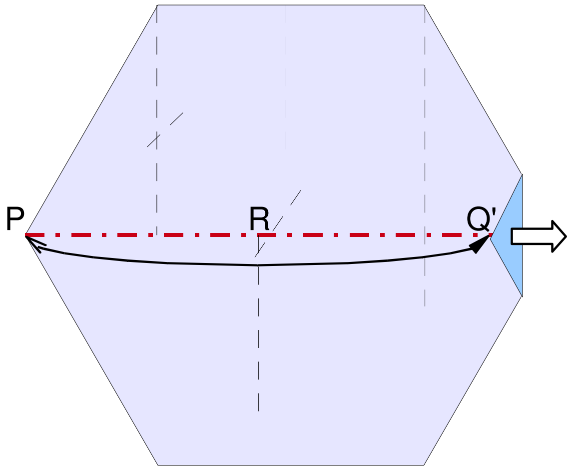
4 – Pinzar, con vértice en B, haciendo coincidir la vertical desde B con la marca anterior. Obtendremos así el punto C. (*)



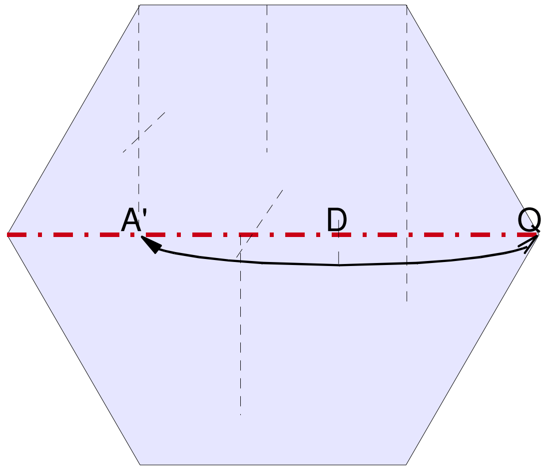
5 – Doblar por la marca en C procurando no marcar de más (sólo se pretende transmitir una medida).



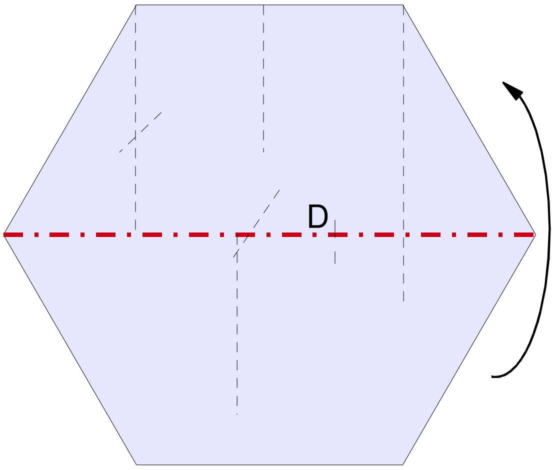
6 – Sin aplastar el papel, doblar sobre la horizontal, y desdoblar el pliegue del apartado 5 anterior.



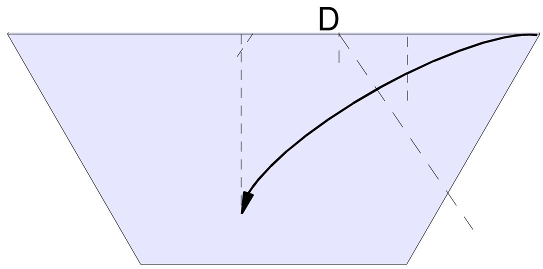
7 – Doblar la perpendicular inferior por el punto R (punto medio de PQ') (**)



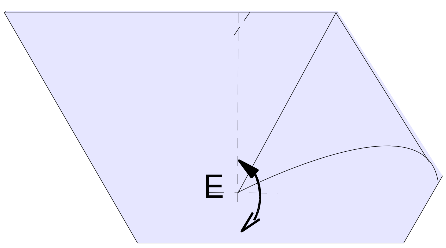
8 – Pinzar para obtener el punto D (punto medio de A'Q)



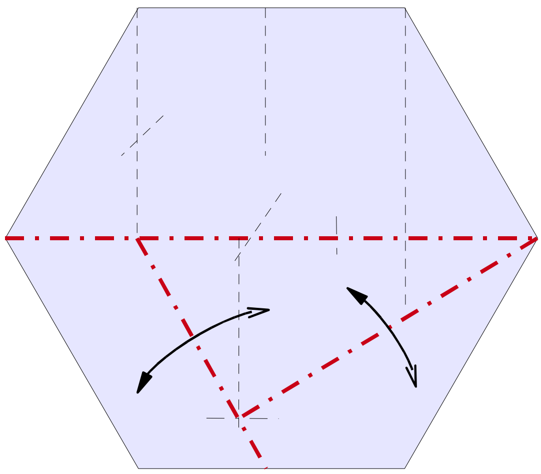
9 – Doblar hacia atrás



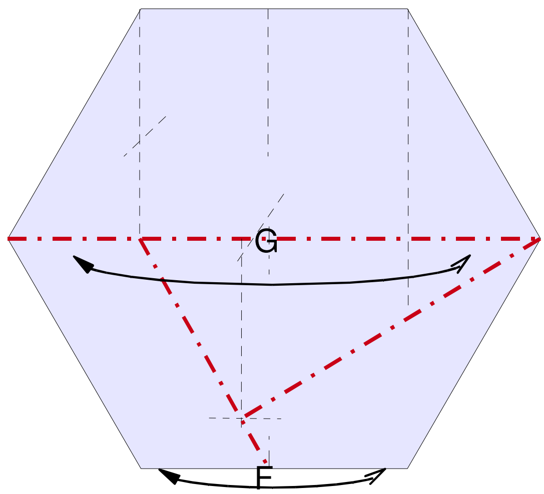
10 – Haciendo centro en D, llevar a coincidir el extremo con la vertical sin aplastar la figura.



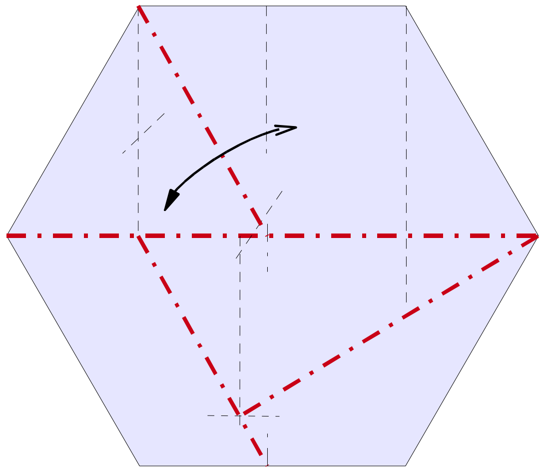
11 – Marcar el punto E y desdoblar.



12 – Doblar las dos siguientes marcas de la disección.

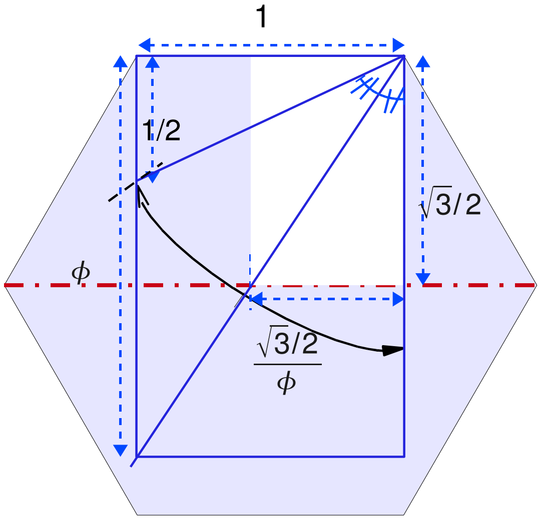


13 – Doblar por F en perpendicular al lado inferior, para marcar el punto G.



14 – Doblar la última marca de la disección.

(*)

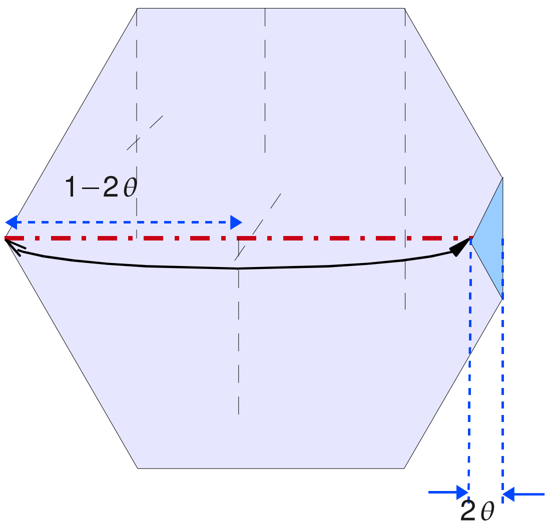


En el paso (4) se consigue marcar sobre la diagonal mayor del hexágono, la mitad de la distancia buscada.

El rectángulo blanco es áureo de lado mayor $\sqrt{3}/2$.

Los siguientes pasos consiguen situar la medida $\sqrt{3}/\phi$ desde el vértice de la derecha.

(**)



Si consideramos $\theta = \frac{\sqrt{3}/2}{\phi} - \frac{1}{2}$ debemos dividir la diagonal mayor en $1-2\theta$ y $1+2\theta$.

La parte visible, en la figura, de dicha diagonal, mide $2-4\theta$ con lo que basta con doblar a la mitad para conseguirlo.

Este es el aspecto final del proceso: