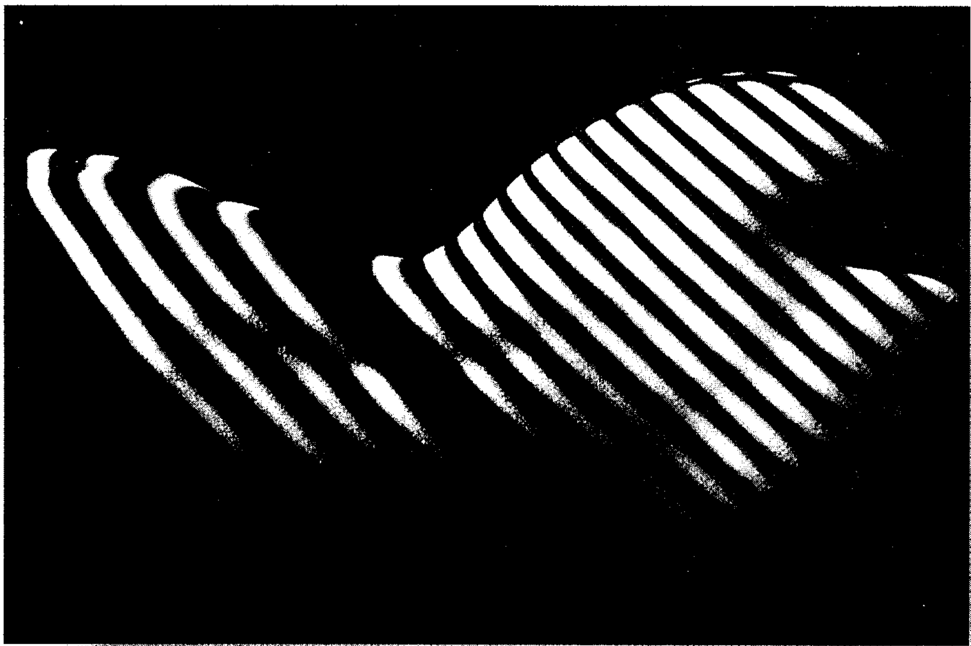
EL DIA
La Prensa del domingo



Área acotada por la curva femenina
Sira García Sánchez (IB Cabrera Pinto. La Laguna, Tenerife)

Reproducción de las páginas publicadas en el periódico ***«EL DÍA - La Prensa del domingo»***, de Santa Cruz de Tenerife, con motivo de la popularización del Año Mundial de las Matemáticas.

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO 8 ENERO 2000 NUMERO 1

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

Las Matemáticas en la Historia y la Historia de las Matemáticas

*José L. Montesinos**

EN la modernidad occidental se entiende la Historia como la totalidad de sucesos que constituyen el entramado y desarrollo de nuestra civilización, una Historia que tiene personalidad propia, estrechamente ligada al ser humano y al progresivo desarrollo de su libertad frente a una Naturaleza hostil y tiránica.

¿Y cuál ha sido el papel desempeñado por las Matemáticas en esa Historia? La matemática abstracta, la matemática griega y de la Cultura Occidental ha sido uno de los motores de ese desarrollo histórico y uno de los responsables de esa visión moderna de la Historia. La geometría euclídea, nacida como un reflejo admirado de la Naturaleza, de sus regularidades cósmicas, se inspiró éticamente —según Ortega y Gasset— en ese modelo natural. Dos mil años más tarde la Europa cristiana había de invertir esa relación, y con la Matematización de la Naturaleza, con la Geometrización del Mundo, comenzaría la Era Moderna, en la que la Nueva Ciencia y la idea de Progreso ininterrumpido vendrían a modelar nuestra Civilización Técnica Planetaria.

La matemática es un constructo de la mente humana estrechamente ligado a la Cultura, entendida como ámbito en que se despliega la actividad espiritual y creativa del hombre. La matemática no se ha desarrollado linealmente y su contenido no ha ido simplemente acumulándose a través de los tiempos, sino que ha sido fruto de los componentes culturales de cada período histórico y al mismo tiempo ha sido un factor importante en la configuración global de las mismas.

Desde esta columna, a lo largo del año 2000, miembros y colaboradores de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia hablaremos de la Historia, la Filosofía y la Sociología de las Matemáticas. Y a ello nos moverá la voluntad de hacer ver a la sociedad que la Matemática, fundamento de la ciencia moderna, no es un conocimiento abstruso y desarraigado, sino un conjunto de procesos históricos que han ido construyendo un vasto entramado presente en la mayor parte de nuestras actividades cotidianas; trataremos de mostrar que el método cartesiano matemático es desde el siglo XVII en gran medida responsable, para bien o para mal, de nuestro presente.

Uno de los objetivos de nuestra Fundación Orotava es conseguir que la cultura científica se integre dentro de la cultura general de los ciudadanos. En una primera etapa dedicaremos los 2.300 caracteres de nuestra columna a presentar la relación que han tenido con las matemáticas algunos de los grandes pensadores que han modelado nuestra civilización: Platón, Aristóteles, Nicolás de Cusa, Galileo y Descartes.■

***Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia**

Comité Canario para el 2000

EN marzo de 1999 se creó el Comité Canario para el 2000, Año Mundial de las Matemáticas. Una de las iniciativas en la que más énfasis se puso desde entonces es en esta que hoy inicia su andadura: estar presentes durante todo el año en la Prensa a través de una página dominical.

¿Qué pretendemos con estas páginas?, entendimos desde el principio que si lo lográramos, sería una forma efectiva de transmitir matemáticas y pensamiento matemático durante el 2000. Le pedimos que nos acompañe durante cincuenta y cuatro semanas y deseamos presentarles unas Matemáticas distintas de las escolares pero complementarias, otras caras de las Matemáticas. Esperamos que descubra que esta disciplina es algo más que los polinomios, la derivada o el teorema de Pitágoras. Le mostraremos sus utilidades, sabrá quiénes han sido los constructores de esta ciencia a través de la Historia, conocerá muchas curiosidades relacionadas con la ciencia de los números y la medida y también podrá distraerse con las secciones de entretenimiento que les propondremos.

Todo el contenido de la página pretendemos presentarlo en un lenguaje tal que una persona simplemente interesada, pueda entenderlo. No obstante, algunos trabajos tal vez se escapen a sus conocimientos, pero no se alarme y acompáñenos todo el año. Esperamos no defraudar.

Es evidente que estamos abiertos a cualquier sugerencia que estime conveniente hacernos. Para ello puede utilizar cualquiera de los siguientes medios: correo postal: Suplemento 2000. Apartado 329, 38200 La Laguna-Tenerife; Fax 922 261250 o correo electrónico: lbcf@correo.rcanaria.es■

Luis Balbuena Castellano
Presidente del Comité

Cuestiones a resolver:

a) ¿Cúantas letras hay en el triángulo?

b) Leyendo de arriba a abajo, ¿cuántas veces puede leerse el lema «AÑO MUNDIAL DE LAS MATEMATICAS»?

Envíenos sus respuestas

```
A
Ñ Ñ
O O O
M M M M
U U U U U
N N N N N N
D D D D D D D
I I I I I I I I
A A A A A A A A A
L L L L L L L L L L
D D D D D D D D D D D
E E E E E E E E E E E E
L L L L L L L L L L L L L
A A A A A A A A A A A A A A
S S S S S S S S S S S S S S S
M M M M M M M M M M M M M M M M
A A A A A A A A A A A A A A A A A
T T T T T T T T T T T T T T T T T T
E E E E E E E E E E E E E E E E E E E
M M M M M M M M M M M M M M M M M M M M
A A A A A A A A A A A A A A A A A A A A A
T T T T T T T T T T T T T T T T T T T T T T
I I I I I I I I I I I I I I I I I I I I I I I
C C C C C C C C C C C C C C C C C C C C C C C C
A A A A A A A A A A A A A A A A A A A A A A A A A
S S S S S S S S S S S S S S S S S S S S S S S S S S
```

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

Esta será una sección fija de nuestro suplemento. Cada semana le vamos a proponer tres cuestiones para que trate de resolverlas. Tienen estilos diferentes. La primera será una cuestión sencilla que requerirá, en general, más ingenio que conocimientos matemáticos. La segunda tendrá que pensarla un poco más. Trate de discutir su solución con otras personas o trabájela en equipo. La tercera será siempre un problema propuesto en alguna de las Olimpiadas Matemáticas organizadas por las distintas Sociedades de Matemáticas de España o por la Federación de Sociedades. Se proponen a alumnas y alumnos de 14 años (8º nivel de EGB o 2º curso de la ESO).

Está especialmente recomendada a profesores de cualquier nivel educativo, pues pensamos que puede constituir un buen material de clase para estimular entre los alumnos la resolución de problemas. Como es bien sabido, la acumulación de estrategias de resolución es una buena ayuda para conseguir mejorar el aprendizaje de las Matemáticas.

Todos aquellos que se animen, pueden enviarnos sus soluciones (no es imprescindible que estén bien). Entre los que lo hagan realizaremos sorteos de regalos que daremos a conocer más adelante. Envíenlos a:

2000, Año Mundial de las Matemáticas.
Apartado 329, 38200 La Laguna – Tenerife

Las soluciones se irán publicando en semanas sucesivas.

Si estuviera interesado en tener el desarrollo de las mismas, escríbanos que, gustosos, se lo enviaremos.

Se tiene una balanza de platillos, 1 kg. de azúcar y una pesa de 50 gr. Se desea separar 300 gr. de azúcar para hacer un postre de calabaza. ¿Cómo se hace con el menor número de pesadas posible?

• •

Llega un náufrago a una isla llena de crueles nativos que tienen por norma colgar del árbol de la mentira a los que dicen una mentira y colgar del árbol de la verdad a los que dicen una verdad. ¿Qué debe decir para salvarse?

• •

II Olimpiada de Matemáticas, Andorra 1991

Un paso difícil: *En la subida a un pico hay que pasar por un sendero muy estrecho en el que es imposible que se crucen dos personas, a excepción de un lugar en el que hay una pequeña cueva en la que tan sólo cabe una persona. Un fin de semana, en el que suben muchos montañeros, coinciden dos grupos. Uno de ellos, compuesto por dos montañeros (a y b), está subiendo mientras que el otro, compuesto por tres (x, y, z), hace el descenso. ¿Cómo podría organizarse el paso de los montañeros para que cada grupo pudiera seguir su camino sin que ninguno de ellos tuviera que retroceder al principio del paso?*

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca

Ni mínimo

MA
ME
MU

El punto (1,1) de la parábola $y=x^2$ no es máximo

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO 8 ENERO 2000 NUMERO 1

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

Una mirada a los orígenes

Miguel de Guzmán

POR una decisión tomada en Río de Janeiro el año 1992 por la Unesco, conjuntamente con la Unión Matemática Internacional y la Academia de Ciencias del Tercer Mundo, el año 2000 será, entre otras muchas cosas, el Año Mundial de la Matemática. Los tres objetivos que han sido propuestos en la Declaración de Río de Janeiro como prioritarios en tal celebración son:

(1) Que la comunidad matemática ponga en claro los grandes retos matemáticos para el siglo 21, emulando lo que el gran matemático David Hilbert hizo el año 1900 en París para el siglo 20 en una célebre conferencia proponiendo los principales problemas de la matemática de su tiempo.

(2) Puesto que la matemática es una clave muy fundamental para la comprensión del mundo y el desarrollo integral humano, resulta esencial que la cultura, así como el acceso a la información científica, en particular matemática, sean bienes suficientemente compartidos por todos los países. Una educación y formación matemática bien diseñada en los diferentes niveles es un medio necesario para conseguirlo.

(3) Que la sociedad tenga una imagen cabal de lo que la matemática ha representado y representa en el desarrollo integral de la humanidad. La presencia de la matemática en la sociedad actualmente suele ser mucho más tenue de lo que debiera, aparte de estar distorsionada a través de falsos estereotipos relativos a su carácter, para muchos abstruso e inútil.

Es de esperar que a lo largo del año 2000 muchas voces traten, desde los más diversos ambientes, de hacer realidad estos objetivos. Mi intención en esta breve nota consiste en tratar de señalar, volviendo la vista a los comienzos de nuestra ciencia, cómo algunos aspectos del quehacer matemático están relacionados con las actitudes éticas de la persona, poniendo así de manifiesto que el quehacer matemático, bien desarrollado, estimula actitudes humanas profundamente valiosas en nuestro mundo actual.

La matemática, tal como la entendemos y practicamos hoy día, nació en la comunidad científico-religiosa de los pitagóricos, en el siglo 6 a. de C., y fue concebida como una vía, un método, a través del cual el hombre pudiera asomarse a lo profundo del universo, a eso que los pitagóricos expresaban como «las raíces y fuentes de la naturaleza». En aquel tiempo, el quehacer matemático estaba muy lejos de ser la mera técnica rutinaria para dominar algunos aspectos de nuestro entorno físico en que en gran parte lo hemos convertido hoy. Lo que Pitágoras y los pitagóricos comenzaron a percibir en su contemplación matemática y de ello fueron muy conscientes, eran las armonías más hondas presentes en la estructura misma de este universo en el que vivimos. Y en tal contemplación basaban su misma vida ética y religiosa.

Si el universo todo, se decían, está en lo profundo construido de forma tan armoniosa como lo percibimos a través del conocimiento matemático, parece claro que nuestra propia vida humana debería tratar de acomodarse a esa armonía, primero contemplándola, y después respetándola y favoreciéndola, tanto en sus aspectos físicos más externos como también en los más específicamente humanos, a través del respeto especial hacia los seres vivos, y muy en particular a través de las relaciones mutuas con los demás seres, tanto humanos como divinos.

El quehacer matemático fue entre los pitagóricos en cierto modo una guía de contemplación y de comportamiento. Lástima que en buena parte se nos haya convertido en una rutina un tanto vacía, especialmente en las aulas de formación de nuestros jóvenes, precisamente donde sería más necesario hacer uso de su poder formativo. Y sin embargo, a lo largo de la historia ha habido muchos filósofos, científicos y matemáticos que han permanecido fieles al espíritu de los pitagóricos y han seguido viendo en la matemática mucho más que el mero juego de fórmulas y figuras. Platón es en el fondo, a tres siglos de distancia en el tiempo, el gran transmisor del espíritu pitagórico. A través de su profunda originalidad de pensamiento y de su capacidad poética para plasmar sus ideas, consiguió que el pensamiento pitagórico calara en nuestra cultura con una intensidad que el tiempo no ha debilitado.

El espíritu pitagórico ha aflorado pujantemente en científicos tales como Kepler, en el Renacimiento, y en nuestro siglo en algunos de los más eminentes matemáticos que han reflexionado en nuestra ciencia con amplitud y profundidad. En el mismo Kurt Gödel, uno de los matemáticos más eminentes de nuestro siglo, las resonancias platónicas y pitagóricas son manifiestas y a veces bien explícitas. Con toda razón se puede afirmar que entre quienes más han hecho avanzar la matemática y la ciencia en todos los tiempos ha permanecido vivo e intensamente activo el espíritu de los pitagóricos.

¿Se pueden señalar algunos aspectos más concretos y tangibles de naturaleza ética que sean específicamente estimulados por el quehacer propio de la matemática? Tan sólo enunciaré brevemente unos cuantos que marecerían un desarrollo mucho más extenso. La raíz de este carácter abarcante de la matemática sobre lo más específicamente humano está en su propia naturaleza. La matemática es una exploración de ciertas estructuras omnipresentes y más o menos complejas que aparecen en nuestra realidad y que admiten ese acercamiento racional, manipulable mediante símbolos, que pone en nuestras manos un cierto dominio de la realidad a que se refieren y que llamamos matematización. La matemática se acerca a la multiplicidad de las cosas y crea la aritmética, se aproxima a la forma y se origina la geometría, explora el propio símbolo surgido en la mente y nace el álgebra, analiza los cambios y transformaciones en el espacio y en el tiempo y surge el análisis matemático...

En este quehacer el cometido de la mente humana consiste en interpretar racionalmente, lo mejor que puede, unas realidades, unos hechos que se le presentan como dados, como previos. Esto constituye una de las experiencias profundas que todo matemático vive en su tarea ordinaria que consiste en percibir que está siguiendo unas huellas que hasta cierto punto le están guiando en su trabajo. Este sometimiento a la verdad y a la realidad, que está normalmente tan enraizado en el científico, constituye sin duda uno de los rasgos importantes que deberíamos apreciar y estimular en todos nosotros.

La búsqueda de la verdad, de cómo es la situación, constituye el rasgo típico del científico, y muy en particular del matemático, para quien suele estar bastante más claro que para los demás científicos cuándo una situación es una hipótesis de trabajo y cuándo ha llegado a una verdad incontrovertible. La aceptación gozosa de esta verdad, sea quien sea el que la haya encontrado y contradiga o no nuestras expectativas previas, es otro de los rasgos de generosidad que se dan en el trabajo matemático.

El goce en la contemplación de la verdad y en la participación con otros de la belleza que suele resultar de su contemplación es el premio que el matemático recibe de esa actitud abierta y generosa.

El sentimiento de profunda humildad ante la multitud de verdades aún por descubrir es otra de las actitudes interesantes que la matemática puede estimular. Newton lo expresó en bellas palabras: «No sé lo que la posteridad pensará de mí, pero a mí me parece haber sido solamente como un muchacho jugando a la orilla del mar y divirtiéndose al encontrar de vez en cuando un guijarro más suave o una concha más bonita que de ordinario mientras que el gran océano de la verdad yace sin descubrir ante mí».

El quehacer matemático nos hace sentirnos, más que en ninguna otra ciencia, cercanos a todos nuestros antecesores en las mismas tareas. Los teoremas que fueron alcanzados por los babilonios o por los antiguos griegos siguen siendo tan válidos hoy como entonces. Como decía Hardy, son «colegas de otra universidad». El trabajo matemático es tarea común y participada. Newton mismo decía: «Si algo he conseguido, es porque me he encaramado a hombros de gigantes».

La matemática se fundamenta en su mismo comienzo sobre el consenso. Sus propios inicios se llaman postulados, y las definiciones de los nuevos objetos que se van introduciendo también son convenciones. Sobre ellos se asienta la totalidad del edificio que vamos construyendo. La aceptación del consenso es otra de las actitudes que la matemática estimula.

La matemática es consenso, es sometimiento a la realidad, pero es también, y de forma muy importante, libertad creativa. Como Georg Cantor, el creador de la teoría de conjuntos afirmaba solemnemente al comienzo del siglo 20, «la esencia de la matemática es la libertad». Y es que, al igual que el artista que pretende expresar para los demás una vivencia, una visión muy especial que tiene, también el matemático dispone de muchos procedimientos posibles para hacerlo. La matemática es, sin duda, descubrimiento, pero también creación libre, aventura.

Todo esto comporta un gran reto para nosotros los matemáticos y especialmente para los que tratamos de transmitir nuestro saber y hacer a los más jóvenes. ¿Cómo empaparnos en actitudes semejantes, hacernos conscientes de ellas y tratar de compartirlas con nuestros compañeros, con nuestros estudiantes...?

Yo propondría a modo de enunciado, para acabar, unas cuantas ideas posibles, que tendrían la virtud de acercar esos dos campos que aparentemente se contraponen en nuestro mundo convertido artificialmente en un universo de dos culturas enfrentadas, la humanística y la científica. Estas ideas podrían ser puestas en práctica en nuestra educación matemática a todos los niveles con gran provecho y con frutos probablemente mejores que los que resultan de nuestro actual sistema de formación:

La consideración de la matemática más allá de la mera técnica. El conocimiento de la historia de la matemática. El conocimiento y lectura de los grandes matemáticos. La aceptación bien explícita de las responsabilidades que implican las actitudes que se derivan del quehacer matemático ante nosotros mismos, ante nuestros alumnos, ante la sociedad en la que vivimos.■

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO 15 ENERO 2000 **NUMERO 2**

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

Las matemáticas en Platón

*José L. Montesinos**

LA matemática griega del siglo IV a.C. es abstracta y teórica, estrechamente ligada a la filosofía y a la rigurosa necesidad de «convencer». Platón, el gran filósofo de este período, hace en sus *Diálogos* numerosas referencias a las Matemáticas. En el que lleva por nombre *La República* se habla de la Ciudad ideal y de lo que es necesario para conducirse sabiamente en la vida privada y pública; Platón desarrolla aquí su teoría de las Formas/Ideas, de entre las cuales la idea del Bien, imprescindible para un recto proceder, es la de más difícil conocimiento.

De entre todas las disciplinas que preparan a los jóvenes para este conocimiento, Platón destaca las Matemáticas, ese largo y obligado camino que abre la puerta a la Filosofía, con la cual es posible, sin el uso de los sentidos, elevarse hasta captar lo que es el Bien, en una completa contemplación de lo inteligible. Platón consideraba que la formación matemática y dialéctica era conveniente para los ciudadanos e imprescindible para la clase dirigente.

La Aritmética, el cálculo numérico, forma a las buenas mentes, pero no como lo pretenden comerciantes y tenderos con miras a las compras y a las ventas, sino con vistas a la guerra y para facilitarle a la propia alma la posibilidad de volverse desde lo sensible perecedero hacia la verdad eterna y a la esencia. La Geometría es la disciplina que hay que enseñar por ley, y de la cual los ciudadanos de un Estado perfecto no se deben apartar, porque «hay una enorme diferencia entre quien sabe de geometría y quien la desconoce». Esta capacidad formadora que Platón atribuía a las matemáticas, ajena a prosaicas aplicaciones prácticas, ha tenido una gran influencia en la enseñanza de las Matemáticas a lo largo de la Historia.

Para Platón las figuras, números y relaciones matemáticas existen en el mundo de las ideas, un mundo exterior a la Naturaleza y preexistente a la ordenación del Universo. El demiurgo, ese ser que en la cosmogonía platónica ordena el mundo, se inspira en los entes y modelos matemáticos para conseguir la armonía de lo natural. Esta idea, filtrada por los pensadores cristianos, daría lugar a un Dios geómetra que habría *creado* tanto el mundo de las ideas, como el mundo sensible regido por leyes matemáticas, esencia de la divinidad.■

***Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia**

LAS MATEMATICAS DE CADA DIA (1)

Matemáticas y... los puntos con regalos

Claudi Alsina

UNA de las formas más primitivas de atraer la atención general de los consumidores es dar regalos.

De hace muchísimos años uno recuerda unos «Cupones de Ahorro del Hogar» que las amas de casa iban pegando pacientemente en una libreta para cupones para luego un día lejano en el tiempo acudir a uno de los centros de recogida y poder recibir como premio al cultivo y pegado de los dichosos cupones algunos «regalos» de estos imprescindibles como siempre han sido las tazas de café, los vasos, las fiambreras y el dichoso termo de café siempre recluido en un armario de la cocina.

Bien. Los tiempos cambian, la contabilidad se informatiza... y ahora en lugar de aquellos cupones (que dejaban mal sabor de boca a todos los que prestaban su lengua para su enganche) los ordenadores de muchas entidades bancarias le asignan puntos cada vez que usted utiliza determinados servicios, en especial tarjetas de crédito o de débito.

Por cada 1.000 pesetas pagadas con las tarjetitas usted obtiene 1 puntito (informático) o hasta 2, 3, 4 ó 5 puntitos si va a ciertos establecimientos... y con el paso del tiempo y el desgaste de la banda magnética de su tarjeta puede aspirar a recibir «gratis» la maleta grande por 950 puntos; el paraguas por 975 puntos, el microondas por 4.400 puntos o incluso puede dar puntos como caridad o irse al cine por 200 puntos.

¡Ojo! ¡Calcule! Habiendo gastado 950.000 pesetas tiene una maleta y por 975.000, un paraguas...

La entidad financiera quiere compartir sus beneficios (lo que cobra a los comercios y servicios) con usted y por esto la entrada de 750 pesetas del cine se la regala cuando usted ha gastado 200.000 pesetas... ¿Recuerda la regla de tres? «200.000 son a 750, como 100 es a x», de donde sale 0,375%..., pero de hecho es menos pues el ofertante recibe descuentos en aquello que oferta.

La siguiente sorpresa la vivirá un año después de haber canjeado puntos por regalos, pues podrá observar durante este acto heroico que tiene lugar una tarde de primavera durante la cual se rellena entre sollozos la declaración de renta, que el «regalo» es conocido por Hacienda y que usted debe incluirlo en su declaración de acuerdo con los datos facilitados por su entidad financiera.

Como la mayoría de personas han vivido penalidades de todo tipo y siempre exclaman el «mejor es esto que nada», los puntos prometen tener un buen futuro entre nosotros.

Euclides dijo que dos puntos determinaban una recta. Poco podría suponerse que para una hamburguesa con refresco se iban a necesitar 300 puntos.■

El origen de contar

L. Balbuena

Aunque se ha avanzado mucho en lo que al estudio de la prehistoria se refiere, hoy por hoy resulta prácticamente imposible determinar cuándo, dónde y cómo se desarrolló el proceso de contar. Todo lo que se puede decir sobre su origen son especulaciones más o menos coherentes. Hay varias teorías que tratan de explicar cómo surgió la forma de contar y todas ellas tienen un mismo defecto: no aportan pruebas y por tanto tienen el mismo grado de fiabilidad.

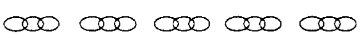
Posiblemente el ser humano ha tenido siempre algún sentido del número, de la cantidad, o al menos alguna forma de reconocer cuándo se producía un añadido o una merma en un conjunto de objetos. También es coherente pensar que el hombre primitivo tuviese la noción de lo que hoy llamamos correspondencia biunívoca, pues cuando el pastor contaba las cabezas de su ganado iría colocando una piedra en el montón cada vez que pasaba un ejemplar. En Zaire se han encontrado huesos cuya antigüedad se cifra en unos 10.000 años en los que aparecen unas muescas que dan a entender que se utilizaron para contar algo.

A principios de este siglo se descubrieron algunas tribus que vivían con culturas propias de la prehistoria. Zulúes y pigmeos en Africa, los kamilaras en Australia, etc. Lo observado en estas tribus ha permitido hacer algunas conjeturas que tienen cierta verosimilitud. Hay quien piensa que, en esos remotos tiempos, el ser humano usaba distintos vocablos para expresar estas dos ideas: cinco ovejas, cinco manzanas. En algún lugar, alguien se dio cuenta de que entre esos dos conceptos había algo en común: el cinco. En ese momento se dio un trascendental paso: habría nacido la idea de número, el concepto abstracto, sin ligadura a nada concreto. Con nuestra mentalidad actual, es posible que hoy este descubrimiento nos parezca una nimiedad. Sin embargo, en unas culturas primitivas como en las que estamos pensando, ese esfuerzo de abstracción, ese paso al concepto debió necesitar tal vez miles de años para producirse.

Las primeras culturas que utilizan sistemas de escritura (Mesopotamia, Egipto, China...), dejan huellas de sus sistemas numéricos. En Babilonia se utilizó un sistema de base 60, no se sabe muy bien porqué, pero lo cierto es que ha llegado hasta nosotros. Lo usamos cuando decimos que una hora tiene 60 minutos y que un minuto tiene 60 segundos, o cuando le adjudicamos a la circunferencia 360 grados sexagecimales. Egipcios y chinos, en cambio, utilizaron un sistema de numeración como el nuestro: de base 10, aunque la forma de expresar las cantidades es diferente.■

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

El joyero economista de tiempo: *A un joyero le llevan cinco trozos, con tres eslabones cada uno, de una cadena de plata.*



Le piden que forme una cadena de 15 eslabones pero sin cerrarla. Como tiene mucho trabajo y poco tiempo ha de hacerlo abriendo (y luego cerrando) el menor número de eslabones. ¿Cuántos)

• •

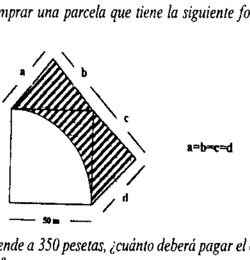
Un patrón tiene contratados a tres pastores para que le cuiden su rebaño. Un día decide regalarles leche, con lecheras y todo y a los tres por igual. Se encuentra que tiene 7 lecheras totalmente llenas de leche, otras 7 mediadas y otras 7 vacías (las 21 lecheras son exactamente iguales).

¿Cómo repartirá el patrón la leche y las lecheras para que cada pastor reciba 7 lecheras y la misma cantidad de leche? Se supone que no puede trasegar la leche de unas lecheras a otras pues no quiere perder ni una gota. Si se lo propone puede obtener más de una solución y ni siquiera necesita conocer la capacidad de las lecheras.

• •

II olimpiada de Matemáticas, Andorra 1991

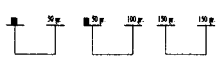
Se desea comprar una parcela que tiene la siguiente forma (parte rayada).



Si el m2. se vende a 350 pesetas, ¿cuánto deberá pagar el comprador por dicha parcela?

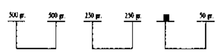
Soluciones a la semana anterior:

Solución a)



150+150=300 gr.

Solución b)



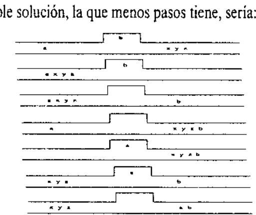
250+50=300 gr.

• •

Tendrá que decir que lo van a colgar del árbol de la mentira. Si lo cuelgan del árbol de la mentira, habrá dicho la verdad y por tanto lo deben colgar del árbol de la verdad; pero si lo cuelgan del árbol de la verdad entonces habrá dicho mentira y tendrían que colgarle del árbol de la mentira.

• •

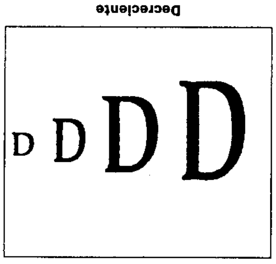
Una posible solución, la que menos pasos tiene, sería:



JEROGLIFICO

A. Montesdeoca

Decreciente



¿Cómo es esa sucesión?

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO 22 ENERO 2000 NUMERO 3

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

Las matemáticas y Aristóteles (384-322 A.C.) 1ª parte

*José L. Montesinos**

Aristóteles fue el gran sabio de la Antigüedad. Conocedor y transmisor de todo el saber de su época, su obra está repleta de referencias a las Matemáticas que le sirven de ilustración para sus libros sobre lógica, ética, física, metafísica y filosofía de la naturaleza. Fue el creador de la Lógica, esto es, del arte del correcto razonar; y, aunque no era matemático, estaba al corriente de la Aritmética y Geometría de su tiempo. En su obra advierte y previene a los matemáticos de los peligros lógicos en los razonamientos; uno de ellos es el de usar –muchas veces inadvertidamente– como hipótesis lo que se quiere demostrar. Fue el principal impulsor del método axiomático deductivo, en el que, a partir de postulados y axiomas, hechos evidentes y que son admitidos por consenso, se deducen proposiciones y teoremas con las reglas del buen razonar. Algunos años más tarde, Euclides, siguiendo estas directrices aristotélicas escribiría su monumental tratado, los *Elementos,* en el que adoptaría este método, que desde entonces ha sido el modelo lógico aceptable para las teorías científicas.

El otro gran peligro que Aristóteles advierte en los razonamientos de la Matemática, la Física y la Filosofía es el del tema del *Infinito.* Para Aristóteles el problema del Infinito era eminentemente físico. Magnitud, movimiento y tiempo es lo que caracteriza a la Naturaleza y «...parece que el movimiento es algo continuo y lo infinito aparece primero en lo continuo. Por esto ocurre que los que definen lo continuo a menudo necesitan el concepto de infinito, comoquiera que lo que es infinitamente divisible es continuo».

El infinito es pues un asunto de la Física; no obstante, admite que es también un tema propio de los matemáticos, y ello por dos motivos: a) La serie de los números naturales no tiene fin, y b) La infinita divisibilidad de un segmento. La sucesión creciente de números enteros naturales no tiene fin, es *infinita,* porque, fijado un número natural por grande que éste sea, es posible encontrar un número mayor que él. Esto es lo que caracteriza la noción de *infinito potencial,* la posibilidad de proceder siempre más allá sin que exista un último elemento. La infinitud potencial es característica de nuestro modo normal de concebir el espacio y el tiempo, como una esfera que crece ininterrumpidamente o como un segmento que es prolongable de manera indefinida.

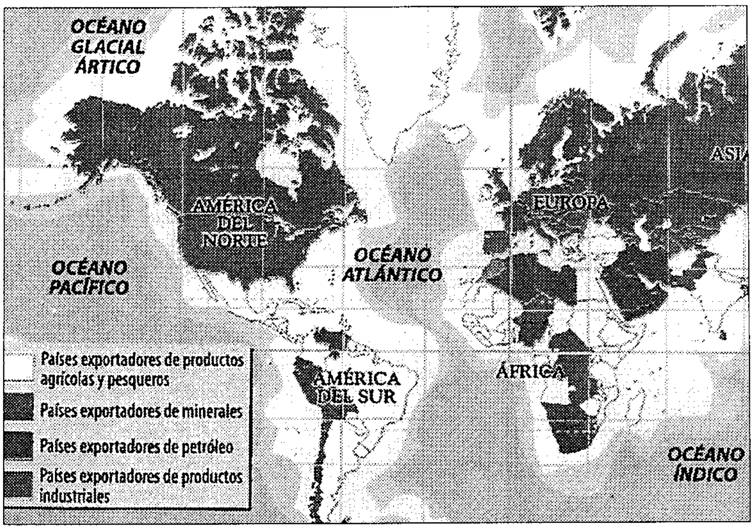
Pero ¿por qué aceptar que un segmento es divisible infinitamente? La causa está en un descubrimiento que hicieron los matemáticos griegos del siglo V a.C.: *La diagonal y el lado de cualquier cuadrado son inconmensurables,* esto es, no existe un segmento que sea contenido un número exacto de veces tanto en el lado como en la diagonal de un cuadrado... Pero esto lo explicaremos el próximo domingo.●

***Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia**

¿El camino más corto entre dos puntos del mapa es en línea recta?

*Carlos E. Vasco**

¿Quisieras ser piloto de un jet transcontinental para volar sobre el Atlántico desde Santa Cruz de Tenerife hasta Tokio, la capital del Japón? Supongamos que eres el piloto de un jumbo jet o un enorme aerobús. Comienza por buscar en el conocido mapa de los cinco continentes tu aeropuerto de origen y tu ciudad de destino.



En geometría nos enseñaban que la línea recta era «la distancia más corta entre dos puntos». Así lo aprendimos de memoria, sin pensarlo mucho, a pesar de las confusiones que se ocultan en esa frase. Porque una cosa es la línea recta, otra cosa es el camino entre dos puntos, otra la distancia entre ellos, y otra el camino más corto.

Tomemos una regla y un lápiz, y tracemos la línea recta entre dos puntos del mapa que representan las dos ciudades. ¿Podemos medir la distancia entre estos dos puntos? El mapa tiene una escala que dice algo así como «Escala: 1 cm.: 4.000 Km. sobre el ecuador». En efecto, el mapa tiene 10 cm. de ancho, y el ecuador terrestre mide aproximadamente 40.000 Km. de largo, o sea que a cada centímetro lineal del mapa, midiendo a lo ancho, le corresponden 4.000 Km. de recorrido sobre esa línea horizontal que representa el ecuador terrestre.

Si fuéramos a viajar entre dos ciudades muy cerca del ecuador, como Quito, Ecuador y Singapur en el sureste asiático, la cosa sería diferente. En ese caso sí podríamos trazar la línea recta en el mapa, medir los centímetros y multiplicar por 4.000 para ver cuántos kilómetros de distancia hay. Como pilotos, podríamos seguir por todo el ecuador, y llegaríamos por el camino más corto de Quito a Singapur. Pero ese camino no es recto: es circular, siguiendo ese aro imaginario que es el ecuador terrestre. El ecuador y los meridianos son círculos máximos sobre la superficie aproximadamente esférica de la Tierra. Pero además de esos círculos máximos, hay muchos más. Para cada pareja de puntos de la Tierra (que no sean antípodas el uno del otro), hay un único círculo máximo que los conecta.

¿Cómo será el asunto en el caso de nuestro viaje aéreo de Santa Cruz a Tokio? Tendríamos que tener un globo terráqueo con anillos móviles para poder pasar un círculo máximo por los dos puntos que representan las dos ciudades. Pero si tenemos un globo terráqueo cualquiera, o un balón, o un globo de inflar aproximadamente esférico, podemos pintar los dos puntos y estirar una tirita de goma para ver cómo se comportaría el camino más corto entre esos dos puntos. Nos llevaremos una sorpresa: ese camino circular más corto entre los dos puntos, no corresponde a la línea recta del mapa de arriba. Es muy curvado. ¡Pasa cerca del círculo polar ártico!

Nuestro cerebro tiene un maravilloso poder para imaginar el espacio. Pero con tantos libros, tableros, cuadernos, pantallas de cine y televisión, nos han aplanado el cerebro: nos queda muy difícil imaginarnos lo que sucede con las líneas rectas y curvas que se cruzan en el espacio tridimensional. Esta gimnasia mental que acabamos de realizar es una manera de revitalizar nuestra capacidad de imaginación tridimensional.

¿Es esto geografía? ¿O geología? ¿O aviación? ¿O matemáticas? ¿O diversión? Es todo eso y mucho más: es también una manera entretenida y apasionante de estimular el desarrollo de tu sentido espacial tridimensional, de tu imaginación creadora, de tu seriedad científica, de tus habilidades de modelación, de tu sensibilidad estética, de tus capacidades tecnológicas y de tus posibilidades de disfrutar de la potencia de tu cerebro. Aprovéchala para proyectar tus deseos de viajar por tierra, mar y aire, tus sueños de salir tal vez un día al espacio sideral, y sobre todo para proyectar tu futuro.■

(Santafé de Bogotá, Colombia)

** Presidente del Comité Inter-Americano de Educación Matemática*

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

1) ¿Astuto comerciante?: *Un comerciante debe hacer rebajas del 20% pero no quiere perder dinero. Lo que hace es subir el precio un 20% y luego anunciar rebajas de un 20%. «Así, piensa, el cliente cree que le hago un descuento pero realmente se lo vendo al mismo precio». ¿Es astuto este comerciante?*

••

2) *Se tienen 8 monedas iguales en apariencia, pero hay una que pesa más que las demás. Debemos localizar la moneda diferente en el menor número de pesadas en una balanza de platillos.*

••

(de la V Olimpiada Matemática «Thale», Andalucía)

3) *Un campo tiene forma de trapecio rectángulo con las bases de 32 metros 24 metros y el lado oblicuo de 10 metros. Dentro del campo se ha hecho un embalse circular, cuyo contorno es de 6,28 metros. Determina el área cultivable del campo.*

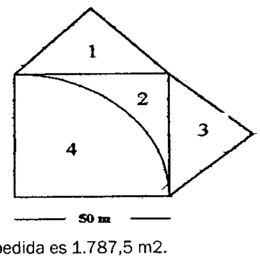
Soluciones a las cuestiones de la semana anterior:

1) Tres.

2)

	1º pastor	*2º pastor*	*3º pastor*
a)	3 llenas 1 mediada 3 vacías	3 llenas 1 mediada 3 vacías	1 llena 5 mediadas 1 vacía
b)	3 llenas 1 mediada 3 vacías	2 llenas 3 mediadas 2 vacías	2 llenas 3 mediadas 2 vacías

3)



El área pedida es 1.787,5 m2.

Si alguien está interesado en tener las soluciones explicadas, solicítelas.

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca

Escaleno

¿Qué tipo de triángulo es?

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO 29 ENERO 2000 NUMERO 4

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

Las Matemáticas y Aristóteles (384-322 a.C.) 2ª parte

José L. Montesinos Sirera

EN la Grecia del siglo V a.C., los pitagóricos (seguidores de Pitágoras en la escuela místico-filosófica creada por éste en Crotona), pensaron que todas las cosas son, en esencia, números y dotaron de estructura corpuscular al segmento de recta, de tal manera que éste contendría un número finito de puntos-corpúsculos, esto es, puntos con dimensión. De esta forma a cada segmento se le podría asociar un número con el consiguiente resultado de que dos segmentos cualesquiera serían siempre *conmensurables*, es decir, existiría siempre un segmento contenido un número entero de veces en aquéllos: el segmento que contuviese un número de puntos igual al máximo común divisor de los números correspondientes a los segmentos dados; en el peor de los casos, el propio punto unidad. La geometría estaría así en íntima relación con la aritmética dando lugar a una *aritmo-geometría.*

Pero los matemáticos griegos hicieron un admirable y demoledor descubrimiento: *la diagonal y el lado de cualquier cuadrado son inconmensurables.* Admirable descubrimiento porque llegaron a él con la fuerza del razonamiento, puesto que se trata de un hecho que trasciende a cualquier posibilidad de medida o experimentación; y fue un descubrimiento demoledor para la «ingenua» teoría corpuscular y los intentos de aritmetizar la geometría, abriendo además las matemáticas a los «peligros» lógicos del *infinito actual,* consistente en la posibilidad de concebir una colección de infinitos elementos dados todos de una vez. La existencia de segmentos inconmensurables llevó a abandonar la teoría corpuscular, porque no servía hacer más y más pequeño el punto corpúsculo: había que anularlo, reducirlo a cero, esto es, fue necesario introducir el concepto de punto sin dimensión.

Aristóteles se ve enfrentado al siguiente problema que le presenta el *continuo lineal:* Un segmento continuo ¿es solamente divisible en un número de partes tan grande como se quiera? o ¿puede ser concebido como *infinito en acto,* como colección infinita exhaustivamente dada de todos sus puntos? Su respuesta es negar la existencia del infinito actual, tanto física como racionalmente. Sin embargo, esta «prohibición» —largamente respetada durante dos milenios— no impedía a los matemáticos realizar sus razonamientos que, según Aristóteles «...no sienten la necesidad del infinito, y en realidad no se sirven de él, sino solamente de una cantidad tan grande como se quiera, aunque siempre finita...».

Por otra parte, hay que observar que Aristóteles considera la Matemática como una disciplina de gran belleza formal útil en la educación de los jóvenes, pero piensa que no es la vía idónea para penetrar en el conocimiento de la naturaleza. Su influencia, tanto en la cultura árabe como en la cristiana posterior al s. XIII, determinó el papel subordinado de la Matemática respecto a la Filosofía y la Teología. Galileo será quien rompa no sólo con la física aristotélica, sino con esta visión limitadora de la ciencia matemática.■

FUNDACIÓN CANARIA OROTAVA DE HISTORIA DE LA CIENCIA

AGUSTIN DE BETANCOURT Y MOLINA (1758-1824)

Un canario en los inicios de la ingeniería moderna en Europa

Antonio Marce

LAS ideas de modernidad y de progreso que la Ilustración supuso para toda Europa se encarnan, en lo que se refiere a la ingeniería, en el canario Agustín de Betancourt y Molina. La gigantesca figura de nuestro protagonista, que extendió su actividad a todas las ramas de la técnica de entonces, representa el inicio de la ingeniería moderna en Europa.

De Puerto de la Cruz a San Petersburgo

Betancourt nació el 1 de febrero de 1758 en Puerto de la Cruz en el seno de una familia acomodada y culta de Tenerife. El padre participó en la Tertulia de Nava (que nace en 1765) junto a José de Viera y Clavijo, Tomás de Nava y Grimón, Lope Antonio de la Guerra y otros ilustrados, y también en la Sociedad de Amigos del País de Tenerife (fundada en 1777), a la que con frecuencia presentaba proyectos e ideas de mejora de la actividad económica. El propio Agustín colaboró mucho con la Económica.

Hasta los veinte años reside en Tenerife, donde recibe una educación propia de la Ilustración, que fomenta la poderosa inventiva y la natural inclinación por las ciencias experimentales que desde pequeño poseía Agustín de Betancourt. En 1778 se traslada a Madrid y, al año siguiente, en los Reales Estudios de San Isidro, inicia su educación superior cursando álgebra, geometría y trigonometría. Más tarde estudia análisis matemático, cálculo diferencial e integral, teoría de las curvas y mecánica analítica. Luego consiguió una pensión para completar su formación en París. En la capital de Francia realiza sus estudios en la «Ecole des Ponts et Chaussées» y entra en contacto con figuras científicas de la talla del matemático Gaspar Monge (1746-1818), creador de la geometría descriptiva e impulsor de la Escuela Politécnica en la Francia de la Revolución.

Al principio de 1808 viaja a Rusia y poco después contempla la invasión napoleónica de España, el inicio de la Guerra de la Independencia y el cierre de su Escuela de Caminos. Estas adversas circunstancias le llevaron a cerrar un trato con el zar Alejandro I y ponerse a su servicio. De esta forma, a los cincuenta años de edad inicia una nueva etapa en su vida, aunque su idea, al menos al principio, era volver a España cuando la situación se normalizara.

Ingeniero de todas las especialidades

La obra de Agustín de Betancourt abarca todas las especialidades de la ingeniería: canales, caminos, puertos, puentes... Una de sus últimas obras fue la fábrica de papel moneda en San Petersburgo, donde se ocupó del diseño de los billetes, de la construcción del edificio, de la fabricación del papel, de la impresión...

En Francia toma contacto con las técnicas propias de la hidráulica y diseña numerosas máquinas, algunas de su propia inventiva y otras que son copia. En su primer viaje a Inglaterra, en 1788, logra averiguar el funcionamiento de la máquina de vapor de Watt y el de un telar, que los ingleses tratan de ocultarle.

Fundador de la Escuela de Ingenieros

Desde su primer contacto con la ingeniería francesa, Betancourt expone su idea de que en España había que crear una Escuela de Puentes y Calzadas similar a la francesa, así como un Cuerpo de Ingenieros al servicio del Estado. Su propuesta la reitera una y otra vez, hasta que en 1802 se fundan los «Estudios de la Inspección General», lo que poco más tarde, en 1803, se convertiría en la Escuela de Caminos y Canales. Agustín de Betancourt fue el creador de la Escuela y su primer director. Su libro «Ensayo sobre la composición de las máquinas», escrito junto con Lanz, fue texto de uso general en toda Europa durante más de medio siglo.

La primera promoción de ingenieros se gradúa en 1804 y concluyen tres promociones más, las de 1805, 1806 y 1807, pues la Escuela se ve obligada a cerrar sus puertas con la invasión francesa en mayo de 1808 (Betancourt conoce ya la noticia fuera de España, con un pie en Rusia). La Escuela abre sus puertas de nuevo en 1821 al principio de bienio liberal y las vuelve a cerrar en 1823, decisión de la reacción absolutista. Por fin, en 1834 se vuelve a abrir y sin interrupciones llega hasta nuestros días.

En Rusia

También en Rusia Betancourt impulsó los estudios y la organización de la ingeniería, y continuó aportando su inventiva a la solución de los problemas de infraestructuras que tenía aquel enorme país. Desarrolló una enorme actividad: grandes edificios, puertos y sus dragas, puentes, vías de comunicación...

Murió en San Petersburgo el 26 de julio de 1824, en cuyo cementerio fue enterrado cerca de la tumba del célebre matemático Leonhard Euler (1707-1783).■

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

1) ¿Cómo madrugar si el despertador no funciona? *Mi despertador está estropeado. Funciona bien como reloj pero todos los días salta la alarma a las 7 menos cuarto. No puedo mover la aguja de la alarma y me quiero levantar a las 8 de la mañana. ¿Qué debo hacer?*

••

2) Carrera de balandros: *Hay que recorrer 24 kms. de ida hasta un cierto punto donde está una boya y volver a recorrer los 24 kms. de vuelta a la meta. Gana, obviamente, el que menos tiempo tarde en recorrer esos 48 kms.*

Dos balandros salen al mismo tiempo.

Uno va a 20 km./h. todo el tiempo, tanto al ir como al volver. El otro, más inexperto, hace el viaje de ida a 16 km/h, pero en la vuelta, con la experiencia adquirida, mejora la técnica y regresa a 24 km/h.

¿Qué balandro llegará antes?

A pensar

••

(De la IV Olimpiada Andorra 1993)

3) *¿Qué tres cifras pondrías en los recuadros de la parte superior para que se cumplan todas las condiciones que se te indican a la derecha de cada fila?*

1ª fila				
2ª fila	1	2	3	*No hay ninguna cifra común*
3ª fila	4	5	6	*Hay una cifra común situada en su sitio*
4ª fila	6	1	2	*Hay una cifra común, pero mal colocada*
5ª fila	5	4	7	*Hay una cifra común, pero mal colocada*
6ª fila	8	4	3	*Hay una cifra común situada en su sitio*

Soluciones a las cuestiones de la semana anterior:

No tanto. Veámoslo con un ejemplo:

Supongamos que el producto vale 1.000 pesetas. Si le aumentamos primero el 10% se convierte en 1.000 + 100 = 1.100 pesetas. Si a esta cantidad le descuenta ahora el 10% obtendrá:

1.100 – 110 = 900 pesetas

Realmente ha rebajado el producto en un 1%. No es mucho, pero...

••

Dejamos dos monedas fuera y pesamos las otras 6 poniendo 3 en cada platillo.

Si se equilibran, la falsa está entre las dos separadas y, en este caso, con dos pesadas queda resuelto el problema.

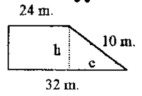
Si se desequilibran los platillos es porque la más pesada está en el platillo que ha bajado. Se toman esas tres, se deja una fuera y las otras dos se colocan en la balanza, pudiendo pasar dos cosas:

1) Que se equilibre la balanza, en cuyo caso la más pesada es la que se quedó fuera.

2) Que se desequilibre y en ese caso la más pesada queda también localizada.

Por tanto, con el procedimiento explicado, bastan dos pesadas para resolver el problema.

••



Area cultivable=168–3,14*164,86 m²

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca

Cocido

1000
1001
5000

¿Qué comes?

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO 5 FEBRERO 2000 NUMERO 5

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

Las matemáticas de cada día (3)

Matemáticas y... sombreros, anillos y cinturones

Claudi Alsina

Si por sombrero entiende cualquier cosa que sirva para cubrir la cabeza, entonces deberá incluir en el mundo sombrero ejemplares muy variados: sombreros increíbles (característicos de la familia real inglesa), pamelas gigantes para bodas reales, gorras de pilotos de aviación, cascos militares, capuchas de bebés, macro-sombreros mejicanos,... hasta llegar al humilde pañuelo con cuatro nudos de los albañiles españoles.

El mundo de la moda ha jubilado el sombrero normal como adorno cotidiano pero sigue vigente, como acabamos de ver, la venta de cosas para cubrirse la cabeza. ¿Qué talla gasta usted de sombrero? La respuesta resulta sorprendente para muchísimas personas: la talla de su sombrero es el número de centímetros de su perímetro craneal, medida que es equivalente a la tercera parte de su altura. Así, si usted mide 180 centímetros, seguramente su sombrero ideal será de la talla 60.

Sí, no se sienta mal. Si mide el perímetro de su cabeza verá que mide bastante más de medio metro, lo cual es normal y en absoluto debe provocarle ningún complejo de «cabezón». Lo curioso es que la costumbre de aprender sólo medidas lineales nos hace difícil el reconocer medidas en el espacio y por esto nos sorprenden medidas como la de la cabeza.

Otro caso parecido ocurre con ciertas joyas personales: ¿qué relación existe entre el perímetro de un anillo y el de un brazalete? Muchas personas creen que el brazalete (o no-me-olvides, o cadena de reloj, etc.) es cinco o seis veces la longitud del anillo, lo cual es totalmente erróneo. La relación normal es que con tres anillos pueda hacer un brazalete, es decir, anillo y brazalete tienen la misma proporción que perímetro de sombrero y altura de la persona.

Tanto las medidas del cráneo como de los dedos no acostumbran a variar demasiado en personas adultas. Sin embargo una medida que sí es variable es la que corresponde al cinturón. La circunferencia-cintura tiene un perímetro que es el número pi por el diámetro. Si usted puede apretarse el cinturón en 2 centímetros por haber hecho mucho ejercicio o por haber pasado hambre, entonces el «nuevo diámetro» habrá disminuido en 2 dividido por pi centímetros pero la nueva cintura corresponderá a una superficie mucho menor y por tanto seguro que se corresponde con una pérdida de peso notable.

Ojalá los sombreros pudieran crecer como los cinturones pueden disminuir. Sólo si no usa sombrero y usa tirantes podrá sobrellevar este problema sin demasiada preocupación.■

GODFREY HAROLD HARDY (1877-1947)

El matemático puro

Antonio Marcé

En la matemática inglesa del primer tercio del siglo XX sobresale Godfrey Harold Hardy, que nació en Surrey el 7 de febrero de 1877 y murió en Cambridge el 1 de diciembre de 1947, a los 70 años de edad.

Desde pequeño mostró una extraordinaria inteligencia y le parecía natural, dadas sus demostradas habilidades, dedicarse de mayor a las matemáticas. Sin embargo, él mismo reconoce que, durante la niñez, no sintió nunca pasión alguna por las matemáticas y las opiniones que podía tener acerca de la carrera de un matemático distaban mucho de ser nobles. Pensaba en los matemáticos en términos de exámenes y becas.

Sus estudios universitarios los realizó en la Universidad de Cambridge y su trabajo como profesor lo desarrolló en esa misma Universidad y en la de Oxford. Alcanzó muchos honores como reconocimiento a su labor matemática, como, por ejemplo, la medalla Copley, que la Royal Society le concedió pocas semanas antes de su muerte.

Hardy era un matemático puro

Hardy consideraba a Dios como su enemigo personal

Para muchos era exageradamente extravagante. James R. Newman, autor de *Sigma. El mundo de las matemáticas*, consideraba que algunas de las opiniones de Hardy «eran admirables, otras meramente excéntricas y, no puedo evitar pensarlo, fingidas». Coincidía con Bertrand Russell en cuestiones políticas y sobre la filosofía de las matemáticas. Su negativa a entrar en lugares de culto religioso se hizo célebre y consideraba a Dios como su enemigo personal.

Se opuso enérgicamente a la Segunda Guerra Mundial. Sus últimos años los pasó enfermo y sufriendo una gran depresión, en buena parte producida por la guerra.

Un matemático es como un pintor o un poeta

Además de sus libros y artículos, Hardy ha sido de los pocos matemáticos que han escrito sobre su experiencia profesional. En 1940 apareció su *A Mathematician's Apology*, que fue reeditado en 1967 con prólogo de su amigo C.P. Snow, autor de *Las dos culturas*, quien llegó a escribir que haber conocido a Hardy era el acontecimiento intelectual más importante que le había ocurrido en su vida. Se han editado dos versiones castellanas de ese libro: la primera con el título *Autojustificación de un matemático* (Ariel, 1981) y la segunda, muy recientemente, *Apología de un matemático* (Nivola, 1999).

En ese libro se contemplan las matemáticas como una obra de arte. Hardy escribe: «Un matemático, lo mismo que un pintor o un poeta, es un constructor de configuraciones. Si sus configuraciones gozan de mayor perdurabilidad que las construidas por los demás hombres es a causa de que su material básico son las ideas».

La matemática es para hombres jóvenes

Cuando Hardy escribe su *apología* lleva ya algunos años sin hacer aportaciones matemáticas y padece un gran sufrimiento al comprobar que su etapa de creatividad había finalizado. Para Hardy, «la matemática, más que cualquier otro arte o ciencia, es un juego destinado a hombres jóvenes». Y añade más adelante que «no conozco un solo ejemplo de creación matemática de importancia producido por un hombre que haya sobrepasado los cincuenta años».

Hardy se consideraba a sí mismo como un matemático puro, sin interés en otras ramas del saber. De hecho, se le suele considerar el prototipo contemporáneo del matemático que no presta atención a las aplicaciones que en otras ciencias puedan tener sus investigaciones matemáticas. Sin embargo, es célebre una aportación de Hardy en el terreno de lo aplicado, concretamente sobre la transmisión de ciertos genes en una determinada población.

Sus principales temas de interés fueron la teoría de números y el análisis matemático, destacando la distribución de los números primos y la sumación de series divergentes.

La colaboración con Littlewood y Ramanujan

La obra de Hardy se desarrolló junto a otros. Su colaboración con J.E. Littlewood dominó las matemáticas inglesas.

Pero la colaboración más decisiva de Hardy fue la que sostuvo con Ramanujan. En 1913 recibe, desde la India, un manuscrito, prácticamente ininteligible, que contenía fantásticas fórmulas y cuyo autor era un funcionario llamado Srinivasa Ramanujan. Hardy se percata de que está ante la obra de una mente excepcional e invita a su autor a ir a Inglaterra, comenzando así una intensísima y muy fructífera colaboración entre ambos, aunque la mala salud de Ramanujan, que lo llevó a la muerte a los 32 años de edad, hizo que esa colaboración no fuera muy larga.

Hay formas diferentes en las que un número entero positivo puede escribirse como suma. Por ejemplo, el número 5 puede escribirse de siete formas diferentes:

$$5 = 2 + 3 = 1 + 4 = 1 + 1 + 3 = 1 + 2 + 2 = 1 + 1 + 1 + 2 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1$$

Una de las más destacables aportaciones de Hardy y Ramanujan consiste en una fórmula (demasiado complicada para reproducirla aquí) para el número de formas $p(n)$ en las que el número n puede escribirse como suma. Lo anterior nos permite escribir $p(5)=7$.■

Durante la vida de... Lewis Carrol

Enma García Mora

1832.—**Charles Lutwidge Dodson nace el 27 de enero en Daresbury, cerca de Warrington.**

—Babbage construye su máquina de calcular.

—Muere Evariste Galois.

1837.—Empieza el largo reinado de la Reina Victoria.

1838.—Daguerre y Niepce presentan la fotografía realizada sobre planchas de plata.

1844.—**El padre de L.C. le envía al colegio de Richmond.**

—El escocés Alexander Bain construye el primer reloj eléctrico.

1845.—Georg Cantor nace en San Petersburgo.

1850.—**El 23 de mayo se matricula en el Christ Church de la Universidad de Oxford.**

—Se empiezan a construir los primeros grandes edificios de acero y vidrio.

—Leon Foucault hace la demostración del giro de la tierra con su famoso péndulo.

1854.—**L.C. obtiene el título de licenciado en letras.**

—George Boole crea el álgebra binaria.

—Se asfalta por primera vez una carretera, en Francia.

1855.—**Adopta el pseudónimo de Lewis Carroll.**

—J.C. Maxwell publica «Sobre las líneas de fuerza de Faraday», en el que presenta las leyes del electromagnetismo mediante un formalismo matemático.

1860.—La fotografía se comienza a comercializar en Francia.

1861. **El obispo de Oxford le ordena diácono.**

Primeras proyecciones de imágenes fijas que preludian el cinematógrafo.

1862.—**El 4 de julio pasea por el río con las tres pequeñas Lindell contándoles la historia de las aventuras de Alicia bajo la tierra.**

—Nace David Hilbert.

1868.—**Solicita permiso para montar un laboratorio de fotografía en su departamento.**

—La empresa Siemens inventa un aparato para medir la electricidad.

1879.—**Publica «Euclid and his modern rivals».**

—Nace en Ulm Albert Einstein.

1887.—**Publica «The game of logic»**

—H. Hertz demuestra la existencia de las ondas electromagnéticas.

1889. **Publica una «nursery edition» de Alicia para niños de «cero a cinco años».**

—Ramón y Cajal descubre las neuronas.

1898.—**Muere el 14 de noviembre.**

—El matrimonio Curie descubre el radio.

—Whitehead publica «A treatise of universal algebra with applications».■

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO 5 FEBRERO 2000 NUMERO 5

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

Nicolás de Cusa y las matemáticas

*José L. Montesinos**

ESTE teólogo, matemático y cardenal de la Iglesia romana nació en Alemania en 1400. Para algunos historiadores de las ideas es el último de los pensadores medievales y el primero de los renacentistas. Viajero incansable, lector de San Agustín y de los místicos alemanes del siglo XIV, Cusa se interesó por las Matemáticas y en especial por el tema del infinito. Era consciente de las limitaciones de la razón para discurrir sobre entidades metafísicas como Dios o el infinito. Para superar tales limitaciones se coloca, mediante un salto, un paso al límite, en un terreno intelectual donde ya no vale el principio de no contradicción y donde, por tanto, es posible que suceda a la vez una cosa y su contraria.

Para Nicolás de Cusa el espíritu humano tiene otras vías —además de la razón— para captar el conocimiento, y entre ellas está la vía de la inteligencia, que opera en el dominio de la intuición y que es capaz de un conocimiento inmediato, capaz de entender la unidad de los contrarios, que la razón presenta como imposible.

Cusa distingue tres tipos de matemáticas: la matemática sensible, la que usa un carpintero o un agrimensor en sus cálculos rudimentarios; la matemática racional, un ejemplo de la cual sería la geometría euclídea, que opera con figuras idealizadas; y la matemática intelectual, en la que las figuras idealizadas son llevadas al límite, son infinitizadas, para conseguir de esta manera la coincidencia de los opuestos; así por ejemplo, la circunferencia de un círculo de radio infinito coincide con la línea recta.

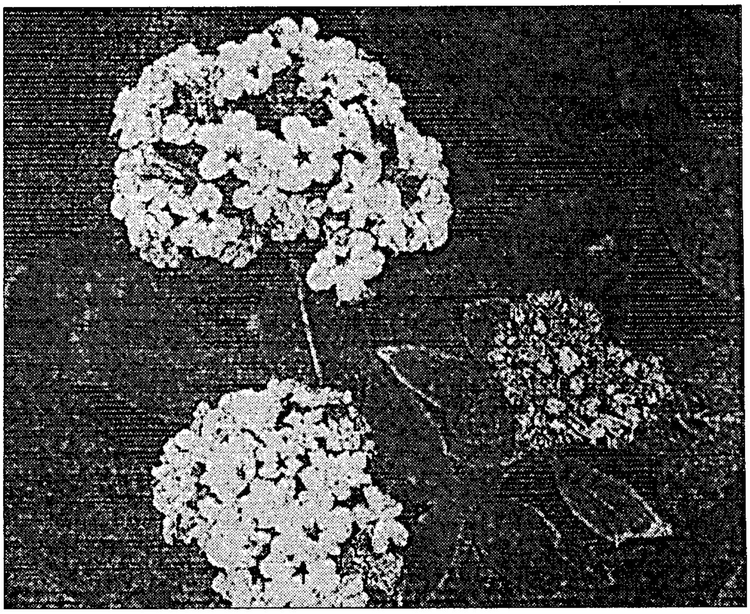
Hay una inmanencia virtual del infinito en cada figura matemática finita, que sólo la matemática intelectual puede hacer transmutarse gradualmente. La infinitización de las figuras anula las leyes que rigen la matemática racional de figuras abstractas, pero limitadas y cuantificables. La figura infinita adquiere así un valor más allá de las Matemáticas, que la hace apta para traducir el infinito. La figura matemática se convierte en una figura teológica, abriendo de esta manera unas duraderas relaciones entre la teología cristiana y las matemáticas del infinito.

Jorge L. Borges, el gran escritor argentino de nuestro siglo, consideraba a Nicolás de Cusa una figura central en una historia del infinito que él sabía que nunca escribiría. Cusa influyó en pensadores y matemáticos como Giordano Bruno, Pascal, Bolzano y Cantor, el matemático alemán que a finales del siglo XIX, insertará rigurosamente el infinito en la matemática racional. Pero el impulso metafísico de Nicolás de Cusa había sido necesario.■

*** Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia**

El heliotropo: lengua, botánica, matemáticas y sabiduría popular

**María Candelaria Espinel Febles*



LA palabra compartida helio-tropo resulta algo paradójica. Así me decía un compañero que se sorprendió cuando alguien le presentó esta planta. Heliotropismo en botánica es el fenómeno particular que consiste en que ciertas plantas dirigen sus órganos hacia el sol. Este compañero, especialista en lengua, pensaba que la planta del heliotropo era parecida al girasol al asociar su posible forma con la etimología de la palabra: helio «sol», y tropismo «movimiento, giro». Evidentemente se sorprendió ante unas flores pequeñas, numerosas, reunidas en inflorescencias (figura 1).

Un manual de botánica describe al heliotropo como una planta borraginácea, originaria de Perú, de flores azuladas (azul claro o azul lila) muy olorosa. Por su agradable aroma se le conoce también como «vainilla de jardín».

A los aficionados a las matemáticas les agrada estudiar su forma y sus relaciones. La forma de la menuda flor del heliotropo muestra una corola acampanada con el limbo abierto en cinco lóbulos. La forma geométrica de cinco lóbulos o pétalos formando ondas que dan lugar a un pentágono con lados iguales se puede encontrar con frecuencia en otras plantas. La estrella de cinco puntas formada por las diagonales del pentágano era el símbolo de los seguidores del matemático griego Pitágoras. En un pentágono regular la razón de la diagonal a un lado da lugar a la razón áurea, también conocida como divina proporción o número de oro cuyo valor es el número 1,618034. La sección áurea se puede encontrar en muchas partes. La podemos descubrir tanto en la naturaleza como en el arte (pintura, escultura y arquitectura) de diversos autores. Para ampliar información se puede visitar la página de internet http://zap.to/goldenratio.

Las flores por separado son pequeñas pero las inflorescencias (arborescencias) son grandes. Esto se debe a que forman un árbol compuesto por varias generaciones de ramificaciones. El esquema de crecimiento muestra la sucesión de Fibonacci:

1, 1, 2, 3, 5, 8...

La sucesión comienza en los números 1 y 1 y cada número siguiente se obtiene sumando los dos que le preceden, esta dinámica de crecimiento se presenta en otras plantas. La pauta de ramificación sigue además una estructura, que en matemáticas y ciencias de la computación, se le conoce como árbol binario. Esta estructura de árbol binario, va creciendo, bifurcándose en dos, y además en este caso es no balanceado, es decir, no todas las ramas presentan la misma longitud o nivel. Estas formas de esparcimiento son frecuentes en la naturaleza y dan lugar a configuraciones tenues e irregulares llamadas fractales. Estas son fascinantes figuras que al aumentar el campo de visión dan lugar a nuevas configuraciones que repiten el modelo original. La estructura fractal es una manera ingeniosa de comprimir una gran superficie en un volumen pequeño. Además del interés para los matemáticos hay muchos aficionados que consideran los fractales una forma de arte. Se ha dicho incluso que los fractales funden las matemáticas con el arte. Existen varios sitios en la red dedicados a ellos, uno de los cuales es www.fractalus.com

La fama que tiene de estético el número de oro, el crecimiento regido por la serie de Fibonacci y el impacto visual de los fractales se alían en armonía con la naturaleza para que podamos disfrutar de su belleza y deleitarnos con su aroma. La sabiduría popular también aporta conocimiento sobre esta planta. Se dice que «el que pasa por el heliotropo y no coge de él su suerte poca o mucha deja en él». Además a quien regales la flor le estás diciendo: «sólo a vos miran mis ojos». Estas frases me las ha dicho doña Bernarda que tiene un heliotropo a la entrada de su casa en Valverde (Hierro).■

***Universidad de La Laguna**

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

1. Queremos conectar todas las islas mediante barcos. Para cada viaje de ida y vuelta, se pondrá un barco. ¿Cuántos se necesitan para cubrir todas las líneas posibles?

••

2. Una persona desea medir 15 minutos con dos relojes de arena, uno de 7 min. y otro de 11. ¿Cómo lo hace?

••

3. Para hacer frente a las necesidades de la comunidad, tres agricultores deciden donar sus excedentes de arroz, sumando en total 6.912 kilos. El primero de ellos aportó lo que pudo, el segundo el triple de la donación del primero, y el tercero el doble de los otros dos juntos. ¿Cuánto donó cada uno?

(De la Olimpiada de Matemáticas, Andorra, 1991)

Soluciones a las cuestiones de la semana anterior:

1. Cuando me vaya a acostar, atraso el reloj una hora y cuarto, que es la diferencia entre las 7 menos cuarto y las 8. Así, cuando el reloj suene, a la hora que marca la alarma, realmente serán las 8.

••

2. No llegan al mismo tiempo, aunque lo pueda parecer.

Uno tarda en el viaje de ida y vuelta: 2 horas y 24 minutos.

El otro, 2 horas y 30 minutos.

Llega antes el primer balandro.

••

3. Conclusión: en la primera fila hay que colocar los números 8, 7 y 6 en ese orden.

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca

Más caro si es

10001

10000

I I

Parece mejor ese

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 12 FEBRERO 2000 NUMERO 6

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

Galileo y la geometrización del mundo

*José L. Montesinos**

GALILEO Galilei (1564-1642) es recordado en la Historia de la Ciencia como físico y astrónomo; creador de la física moderna, de la física matematizada, es una figura clave en el desmoronamiento de la explicación del mundo clásica y un personaje especialmente interesante para ilustrar el prodigioso cambio que se realiza al pasar del mundo antiguo al moderno. En él coexisten las dos modalidades, si bien la última va imponiéndose poco a poco.

Aunque empieza a estudiar medicina, pronto se interesa por las matemáticas y con ellas se ganará la vida como docente en distintas universidades hasta 1610, año clave en su biografía en el que descubre cosas maravillosas nunca antes vistas cuando dirige al cielo un telescopio artesanal fabricado por él mismo. Ese mismo año es nombrado «Primer Matemático y Filósofo del Gran Duque de Toscana», pero a Galileo se le avecinan tiempos duros, de gloria y sufrimiento; no en vano ha descubierto esas cosas prodigiosas: montañas en la Luna, satélites en Júpiter, fases en el planeta Venus, que hacen tambalear la concepción del mundo en vigor: la visión aristotélico-ptolemaica puesta al día por Santo Tomás de Aquino para la Iglesia Romana, depositaria del saber en ese momento.

A lo largo del período en que vive se desarrollan la geometría analítica, los logaritmos, la geometría proyectiva de Desargues y Pascal, y el álgebra comienza a ser el nuevo lenguaje de las matemáticas, pero Galileo no se interesa por ninguna de esas novedades. En toda su obra no se encuentra el menor atisbo del nuevo lenguaje algebraico. En este sentido, Galileo es conservador, muy cercano al mundo de los griegos. Contempla con desconfianza el método de los indivisibles que su alumno Cavalieri desarrolla porque aún siente gran respeto por la admonición aristotélica del uso en matemáticas del infinito actual.

El Método galileano busca explicar los fenómenos naturales descubriendo las leyes que los regulan. **Claro está que hay que suponer que esas leyes que rigen la Naturaleza existen,** pero Galileo ha visto cómo su admirado Arquímedes ha usado las matemáticas para comprender algunos problemas físicos. En *Sobre el equilibrio de las figuras planas* y en *Sobre los cuerpos flotantes,* Arquímedes consigue un conjunto de resultados y proposiciones que siguen un orden inspirado en el modelo deductivo euclídeo y el propio Galileo ha descubierto, geometrizando el movimiento, las leyes de caída de los cuerpos. Ahora tiene una confianza casi absoluta en su método: para explicar un fenómeno de la naturaleza habrá que construir una teoría matemática que constará de definiciones, axiomas y teoremas, y una vez conseguida la pretendida ley, habrá que ponerla a prueba mediante la experimentación. Esta combinación galileana de la experimentación con la abstracción matemática va a ser la base de toda la ciencia moderna.

La geometría euclídea y arquimediana es para Galileo no sólo el modelo de organización deductiva de todo saber que se precie, sino también esa gramática necesaria para entender a la naturaleza. **Galileo geometriza el Mundo** que...

«...está escrito en lengua matemática y sus caracteres son triángulos, círculos y otras figuras geométricas sin las cuales es imposible entender ni una palabra; sin ellos es como girar vanamente en un oscuro laberinto».●

Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia

La carrera espacial y las Matemáticas

L. Balbuena

LA carrera espacial no habría sido posible sin las Matemáticas. Buena parte del éxito se sustenta en el desarrollo de modelos matemáticos que permitan predecir, mucho antes del lanzamiento de un cohete, cómo va a producirse la ignición, qué trayectoria va a describir, cómo va a situarse en órbita, qué comportamiento muestran los materiales empleados, etc. Como se trata de una tecnología en permanente avance, la acumulación de datos obtenidos por lanzamientos anteriores permite ir introduciendo variaciones que mejoran aspectos del proceso.

Pierre Louis Lions es considerado como uno de los matemáticos actuales de mayor proyección internacional. Está en posesión de la Medalla Fields. Según él, el análisis matemático es una herramienta indispensable para decidir tanto los materiales a emplear en el cohete como su mecanismo de control y guiado. Trabajos aplicados a los cohetes europeos o a los transbordadores espaciales de la NASA así lo atestiguan. Las Matemáticas, dice, son imprescindibles para saber en cada momento cómo se va a comportar todo. Se aplican no sólo para el cálculo de las órbitas sino también para averiguar el comportamiento del cohete y de los materiales, el control, el pilotaje, el ruido y la mecánica de fluidos, etc.

Una vez lanzado el cohete hay que prever cómo se desplazará por el medio. Para todas esas situaciones hay que formular las ecuaciones matemáticas que las regulan y, de acuerdo con ellas, construir modelos predictivos que permitan determinar qué ocurrirá antes de que suceda. Se define un modelo para predecir, por ejemplo, el proceso de lanzamiento. En función del modelo pueden modificarse la cantidad de combustible, los materiales o la distribución de la carga. Si bien cada lanzamiento tiene sus propias peculiaridades, también es cierto que con los datos que se manejan gracias a experiencias y conocimientos acumulados, los modelos de simulación son ya bastante fiables o al menos es posible saber qué partes del modelo son fiables y cuáles son dudosas.

Entre las situaciones que plantean dudas en este momento se encuentra el comportamiento de los gases en las zonas altas de la atmósfera, donde vuelan los transbordadores que sueltan satélites artificiales al espacio. Existen enormes dificultades para la experimentación en condiciones reales. Hay que recurrir a la simulación y para ello es imprescindible el análisis de las ecuaciones que gobiernan el comportamiento de los fluidos. Otro aspecto que no se ha logrado resolver hasta el momento, son las vibraciones debidas al ruido, que pueden afectar a la estructura global de un satélite o incluso destruirlo.●

LAS MATEMATICAS DE CADA DIA (4)

Matemáticas y... llaves

Claudi Alsina

LA bondad y la honradez han sido siempre bienes escasos. Por esto el invento de las llaves se remonta a la noche de los tiempos. La idea siempre fue muy simple: partiendo de fuertes puertas o pesados cofres, añadir un mecanismo que por «traslación» cerrase. Pero para manipular esta traslación desde un pequeño agujero debía hacerse una pieza (llave) que uniese a la virtud dinámica de trasladar algo girando, la virtud de ser una pieza «única», difícil de substituir.

El tema de «girar llave-trasladar cerrojo» nunca tuvo demasiados problemas. Lo complicado siempre fue dar formas no usuales a la llave para que ésta fuera lo más rara posible, sólo encajable en la cerradura correspondiente.

Las llaves constituyen, pues, un bello ejemplo de «codificación geométrica», sus dientes, entradas, etc. ofrecen un código que sólo la correspondiente cerradura puede «leer», permitiendo la eficiente apertura.

Claro que esto sólo es en teoría: la llave no reconoce a quien la usa (sea usted o su ladrón), especialistas en lo ajeno pueden tener eficientes alternativas a las llaves... y no hay que olvidar la calidad del soporte de la cerradura (las puertas simbólicas que hoy cierran muchos apartamentos permiten que la patada sea una rápida llave de paso).

Pero el tema de las llaves se ha ido complicando. Las llaves de los coches, por ejemplo, son sofisticados aparatos ultrasónicos usables a distancia. En muchos hoteles las clásicas llaves con gran soporte pesado anunciando el número de la habitación han pasado a ser substituidas por unas tarjetas perforadas de plástico. Los agujeritos codifican la combinación que las cerraduras eléctricas saben leer y a la vez la tarjeta-llave es normalmente la clave para lograr encender la luz de la habitación (es decir, no tendrá ya posibilidades de tener aire acondicionado cuando usted no esté).

El uso de ordenadores con capacidades para reconocer imágenes también permite hoy pensar en nuevas «llaves», como sus «huellas dactilares» o sus «ojos». Así todo un sofisticado mundo de matemáticas se pone al servicio de intentar «codificar» y «descodificar» cada vez mejor y con más garantías.

Pero sea prudente y no sueñe con escenas de cine donde las puertas se abren al verificar que es precisamente usted el que pasa. A pesar del famoso proverbio (chino por supuesto) de que «la puerta mejor cerrada es la que se puede dejar abierta», tome siempre las máximas precauciones. ¿Y si hay cortes de luz? ¿Y si entran por la ventana?... y es que los ladrones modernos también saben matemáticas.●

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

1. *Una persona tiene un cajón con calcetines, diez pares blancos y cinco pares negros. Todos son de la misma marca y sólo se diferencian en el color. También tiene diez pares de guantes, todos mezclados (ojo porque en estos guantes hay diferencia entre el que va en la mano derecha y el de la izquierda como los de jardinero por ejemplo). Bien, la persona en cuestión entra en la habitación, totalmente oscura de manera que no ve absolutamente nada. Quiere sacar un par de calcetines del mismo color y un par de guantes que sean pareja. No ve ni puede distinguir nada al tacto. La pregunta es:*

¿Cuál es el número mínimo de calcetines que tendrá que sacar para estar segura de que tiene dos del mismo color y cuántos guantes para saber que puede ponerse uno en cada mano?

••

2. *Santiago y Pepe son dos amigos que saben jugar al tenis más o menos igual. Están apostando 10.000 pesetas y se las llevará el primero que gane 3 sets.*

Empiezan a jugar y cuando van 2 a 1 a favor de Santiago empieza una lluvia tan fuerte que deciden suspender la partida y repartirse el dinero. ¿Cómo pueden hacerlo?

Pues de muchas formas. Por ejemplo, 5.000 pesetas para cada uno y ya está. También pueden tener en cuenta que Santiago lleva dos partidas ganadas y Pepe sólo unas por lo que dividen el dinero en tres partes. Santiago se queda con dos y Pepe con una.

Pero una amiga matemática que les estaba viendo jugar les dice:

—He observado que los dos son igual de buenos jugando. Me parece que lo razonable es que el dinero se reparta en función de las probabilidades que cada uno tenga de ganar la partida, ¿no les parece?

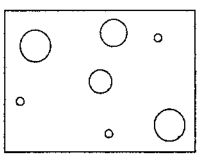
Los amigos se miran y deciden aceptar la propuesta, pues les parece razonable.

El problema es que la amiga matemática se tenía que ir a cantar en un coro así que les dejó tratando de averiguar qué probabilidad tenía cada uno de ellos de llegar a los tres sets necesarios para ganar la partida. ¿Puede ayudarles?

Recuerde que los dos tienen la misma probabilidad de ganar un set, esto es 50%.

3. II Olimpiada de Matemáticas, Andorra, 1991

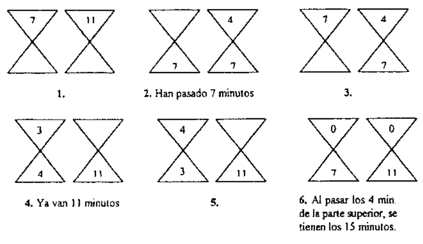
¿Sabría el lector dibujar tres líneas rectas de forma que cada círculo quede aislado en una de las regiones resultantes? La solución es fácil si caemos en que no es preciso que las regiones sean rectangulares, y en que al cortarse tres rectas pueden formarse hasta siete regiones distintas.



Soluciones a las cuestiones de la semana anterior:

1.– Total 21 barcos para cubrir los 21 viajes de ida y vuelta de una isla a otra. ¿Cuántos hay si incluimos a La Graciosa?

2.– Ponemos en marcha los dos relojes y cuando hayan pasado 7 minutos volvemos a poner en marcha el de 7 minutos.



3.–

$\frac{6912}{12} = 576$ kg. aportó el primero

$576 \times 3 = 1728$ kg. aportó el segundo

$576 \times 8 = 4608$ kg. aportó el tercero

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca

Ni cónica

CE

CI

CU

Esa figura no es cuádrica...

2000 año mundial de las matemáticas

EL DIA SABADO 19 FEBRERO 2000 NUMERO 7

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

Descartes y las matemáticas

*José L. Montesinos**

EN 1610, año del des-cubrimiento del cielo por parte de Galileo, René Descartes tiene 14 años y es un brillante alumno del colegio de los jesuitas de la Flèche. Muchos años más tarde escribirá su autobiográfico Discurso del Método en el que recuerda a las matemáticas como la única disciplina estudiada que le causara satisfacción, por la certeza y evidencia de sus razonamientos, aunque inicialmente no se percatara de su verdadera función y utilidad.

En la noche del 10 de noviembre de 1619, Descartes tiene tres sueños en los que se le revela el proyecto de una ciencia admirable, cuya osamenta la constituye un método con el que se conseguirá conducir correctamente la razón en cualquier situación de la vida que se le presente al ser humano. Este método reunía las ventajas de la Lógica, entre las partes de la Filosofía, y del Análisis de los geómetras y el Algebra entre las de las Matemáticas. Son bien conocidas las reglas de este método maravilloso:

La primera consiste en no admitir cosa alguna como verdadera si no se la había conocido evidentemente como tal. Es decir, admitiendo exclusivamente en mis juicios aquello que se presentara tan clara y distintamente a mi espíritu que no tuviera motivo alguno para ponerlo en duda. La segunda exigía que dividiese cada una de las dificultades a examinar en tantas parcelas como fuera posible y necesario para resolverlas más fácilmente. La tercera requería conducir por orden mis reflexiones comenzando por los objetos más simples, para ascender poco a poco hasta el conocimiento de los más complejos. La cuarta y última requiere realizar recuentos tan completos y revisiones tan amplias que pudiese estar seguro de no omitir nada.

Descartes ha comprobado la efectividad de su método en la resolución de cuanto problema geométrico se le presenta... El conocía bien las obras de Euclides, Apolonio Arquímedes y Pappus, y admiraba el rigor de la geometría griega pero se quejaba de su «aristocratismo», de la ausencia de método. Cada problema requería una «idea feliz» y esto era fatigoso y no se tenía la seguridad de resolverlo.

Con el álgebra, con su geometría analítica, los problemas geométricos pueden ser reducidos fácilmente a ecuaciones y esto supone una mecanización de los procesos mentales a seguir para la resolución de un problema. Descartes «democratiza» la geometría al pasar del mundo de las formas al de los números. El potente método cartesiano combinado con el cálculo infinitesimal darán como fruto el extraordinario desarrollo de las matemáticas y de la física que se avecinan. Isaac Newton, gran artífice de este desarrollo, podrá permitirse el lujo de no trabajar los Elementos de Euclides. Leerá directamente La Geometrie de Descartes y compartirá con éste el entusiasmo para-religioso en la creencia de poder resolver cualquier problema físico-matemático.

Descartes, el pensador de la duda metódica es, sin embargo, lo contrario de un escéptico. Ciertamente vive en una época convulsa en donde de un mundo cerrado se ha fijado a un universo infinito en la que han desaparecido las certezas y en la que el escepticismo y la duda son la norma. En una especie de huida hacia adelante, Descartes va a dudar de todo, excepto de las matemáticas y de Dios; ese Dios cristiano, dotado positivamente de los atributos de la infinitud, que le va a garantizar los razonamientos claros y distintos que alcanza con su método, concebido a partir de las matemáticas, de las matemáticas de los griegos.●

Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia

Una mirada a los orígenes. **Oliver Heaviside (1850-1925): un científico heterodoxo**

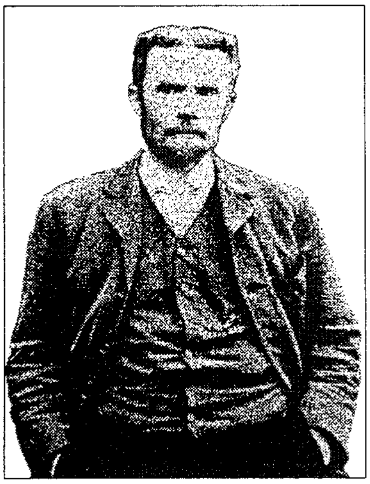
José M. Méndez Pérez

A lo largo de la historia han habido personajes excepcionales que han dejado su huella y han contribuido decisivamente al desarrollo de las matemáticas: Arquímedes, Eudoxo, Fermat, Newton, Leibniz, Euler, Gauss, Cauchy... Todos ellos han visto reconocido su trabajo y aportaciones a esta ciencia. Otros científicos, sin llegar a la altura de los anteriores, también han realizado notables contribuciones pero, por su carácter y forma de ser, no han tenido la misma suerte. En este grupo encaja perfectamente nuestro biografiado.

Oliver Heaviside, un científico heterodoxo, nace el 18 de mayo de 1850, en un suburbio londinense, en el seno de una familia pobre. Una enfermedad infantil le produjo una sordera progresiva que dificultó sus relaciones con otros niños y marcó su carácter, agresivo y dispuesto a la polémica. En la escuela y el instituto fue un magnífico estudiante, consiguiendo el quinto puesto entre 500 aspirantes a ingresar en la Escuela de Magisterio. Sin embargo, una mala nota en un examen de geometría euclídea le hizo abandonar estos estudios a la edad de 16 años. Esto, que podría parecer anecdótico, marcó un hecho fundamental en su vida científica: su desgana e indiferencia para afrontar una demostración rigurosa.

Todo el mundo reconoce en los *«Elementos»* de Euclides una de las obras cumbre de las matemáticas de todos los tiempos y el modelo más conocido de sistema deductivo. Pues bien, después de aquel suspenso, Heaviside no quería saber nada de Euclides y decía: *es chocante que la gente joven tenga que estar estrujándose el cerebro por sutilezas lógicas, tratando de entender la prueba de un hecho obvio (teorema) en términos de algo igualmente obvio (axiomas y postulados), alimentando así una profunda aversión por las matemáticas...*

Heaviside fue un autodidacta, estudiando por su propia cuenta Física y Matemáticas. Precisamente, cuando conoció la obra *«Tratado sobre electricidad y magnetismo»*, de J.C. Maxwell, le fascinó tanto que decidió a los 24 años de edad abandonar su trabajo en una empresa inglesa de telégrafos para dedicarse a estudiar en profundidad esta famosa



obra. Al poco tiempo, utilizando vectores, Heaviside simplificó las ecuaciones de Maxwell, lo que facilitó la difusión de esta teoría. Pero nadie hace referencia a esta notable contribución de Heaviside, pese a que fue él quien primero utilizó el análisis vectorial en Física.

En los primeros teléfonos de Alexander Graham Bell la señal sólo era perceptible en distancias cortas. A fin de solucionar este problema, Heaviside ideó un selenoide cuya construcción tenía que hacer en la GPO (Monopolio de la Oficina Británica de Correos), donde trabajaba uno de los personajes con el que sostuvo las más agrias polémicas: William Preece. Por supuesto, Preece bloqueó la petición de Heaviside. Esta actitud de Preece significó un importante retraso en el desarrollo de las telecomunicaciones en el Reino Unido. Más tarde, casi a principios de este siglo, el norteamericano George Campbell fabricó la primera bobina comercial y el pobre de Heaviside ni recibió remuneración ni reconocimiento por su trabajo. Para reponer esta injusticia, su biógrafo Paul J. Nahim (es recomendable su libro *«Oliver Heaviside: sage in solitude»* o un artículo de divulgación publicado en Investigación y Ciencia) propone que la próxima vez que uno de nosotros haga una llamada a larga distancia y la voz al otro extremo le llegue clara y nítida, reflexione un momento sobre este hombre extraño pero de gran talento que hizo posible la telefonía.

Muchos lectores recordarán, de bachillerato o por sus estudios, que ciertas funciones pueden ser derivadas o integradas una, dos, tres... veces, pero seguro que les resultará raro y sorprendente que una función pueda ser derivada o integrada 1,5 veces, 2,73 veces... Pues bien, Heaviside ya utilizaba derivadas fraccionarias en algunos de sus trabajos sobre electromagnetismo, aunque de una forma poco rigurosa.

En efecto, recordemos que a Oliver Heaviside no le gustaban las demostraciones rigurosas, de modo que muchos de sus razonamientos matemáticos estaban a menudo guiados por su intuición y por su portentosa imaginación. No justificaba sus desarrollos matemáticos, pero los resultados eran siempre ciertos.

Cuando el asesor matemático de una conocida revista científica inglesa le comunicó que un artículo suyo no se podía publicar por falta de rigor matemático, su reacción fue propia de su conflictiva personalidad: *bueno, y ¿qué? ¿Debería dejar de cenar sólo porque no entiendo completamente el proceso de la digestión?* De esta forma Heaviside pasaba el problema a los matemáticos: *se trata de una cuestión matemática, pues resuélvanla y justifíquenla Vds., los matemáticos.* Y la comunidad matemática tardó bastantes años en llegar a justificar los desarrollos matemáticos de Heaviside, a quien se puede considerar uno de los fundadores del Cálculo Fraccionario y del Cálculo Operacional.

Murió Oliver Heaviside, casi en la indigencia, el 3 de febrero de 1925, en Torquey, un pueblecito costero al sur de Inglaterra.●

Departamento de Análisis Matemático
Facultad de Matemáticas
Universidad de La Laguna

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

1.— Reproduzca la cuadrícula con bolígrafo en el cuaderno pero sin los ceros. Después pinte los ceros con lápiz. A continuación debe borrar los ceros que sean necesarios para que queden cuatro en cada fila y cuatro en cada columna. Obtener cinco soluciones distintas.

O	O	O	O	O	O
O	O	O	O	O	O
O	O	O	O	O	O
O	O	O	O	O	O
O	O	O	O	O	O
O	O	O	O	O	O

Le aseguramos que hay muchas más.

••

2.— A las 7 en punto de la tarde: *Uno de los aviones que hace el trayecto Gran Canaria-Tenerife Norte llega a una hora tal que permite al Sr. Hernández estar a las 7 en punto de la tarde esperando a su señora en la terminal. Ella es muy metódica: conduce siempre a la misma velocidad y sale de su casa con el tiempo justo para llegar a la terminal a las 7 en punto de la tarde. Pero uno de esos días, el Sr. Hernández adelanta su vuelo y llega una hora antes. Como no ha dicho nada a su señora, decide ir caminando a su encuentro. Cuando éste se produce, sube al coche, dan media vuelta y regresan a casa. Observan que llegan 10 minutos antes de lo acostumbrado.*

Cuestiones a resolver:

1.— ¿Cuánto tiempo estuvo caminando el Sr. Hernández?

2.— Si el Sr. Hernández camina a 4 kms. por hora, ¿a qué velocidad conduce su esposa?

(Nota: se supone que el coche no encuentra «atascos» en su recorrido, lo que indica que se trata de una situación imaginaria...).

V Olimpiada de Matemáticas, Asturias, 1998

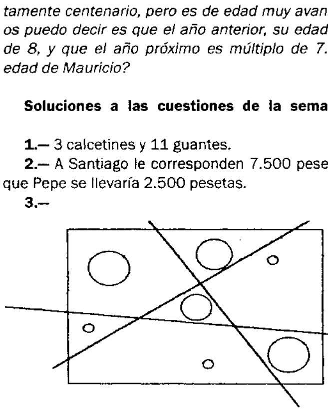
El bisabuelo: *Mauricio, el bisabuelo de José, no es ciertamente centenario, pero es de edad muy avanzada. Lo que os puedo decir es que el año anterior, su edad era múltiplo de 8, y que el año próximo es múltiplo de 7. ¿Cuál es la edad de Mauricio?*

Soluciones a las cuestiones de la semana anterior:

1.— 3 calcetines y 11 guantes.

2.— A Santiago le corresponden 7.500 pesetas mientras que Pepe se llevaría 2.500 pesetas.

3.—



JEROGLIFICO

A. Montesdeoca

Atrasa

¿Cómo va tu reloj?

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 26 FEBRERO 2000 NUMERO 8

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

Teoría de Juegos: la matemática de los conflictos
El dilema del prisionero

Carlos González-Alcón

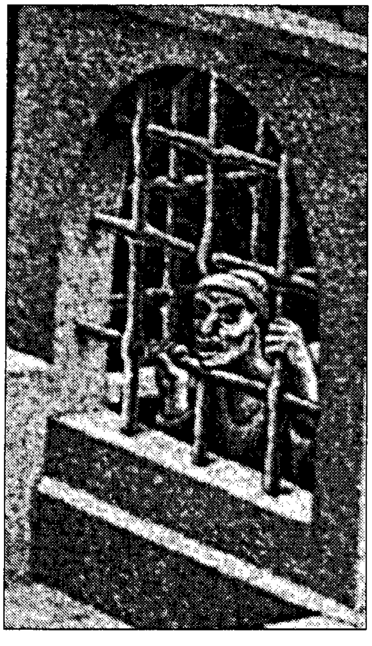
De una forma que podría parecer un tanto frívola, los matemáticos llaman juegos a cualquier situación de conflicto de intereses. Una partida de ajedrez o de póker, las negociaciones sobre desarme nuclear o una subasta, son estudiadas por la Teoría de Juegos, que analiza las decisiones estratégicas de sus protagonistas.

Uno de los más famosos juegos es el denominado «Dilema del prisionero», modelo de multitud de situaciones de la vida real. El planteamiento es el siguiente. La policía ha capturado a dos sospechosos, cómplices de un robo, a los que mantiene incomunicados para interrogarles. A ambos se les ofrece la oportunidad de confesar su delito. Si uno confiesa (acusando al compañero) y el otro se declara inocente, el primero saldrá libre por colaborar con la justicia, mientras que el segundo cumplirá una condena de diez años en la cárcel. Si se acusan mutuamente les caerá cinco años a cada uno; y si ambos sostienen su inocencia cumplirán un año los dos por un delito menor. La situación la podemos resumir con ayuda de la tabla 1.

	B confiesa	B no confiesa
A confiesa	5 años cada uno	A libre B 10 años
A no confiesa	A 10 años B libre	1 año cada uno

Tabla 1

Supongamos que antes de ser detenidos consideraron la posibilidad de ser capturados y prometieron no delatarse. Con esto obtendrían un resultado bastante favorable para ambos. Sin embargo, cuando un acusado está siendo interrogado razona del siguiente modo: «Me es más beneficioso acusar a mi compañero, pues si él es fiel a su promesa yo saldría libre; pero si me traiciona y yo no confieso pasaré diez años entre rejas».



Como ambos sospechosos se hacen un razonamiento similar, resulta que se acusan mutuamente y cumplen cinco años cada uno: un resultado mucho peor que el que habrían alcanzado de haber mantenido su palabra.

La importancia del Dilema del Prisionero radica en ser paradigma de un sinfín de situaciones en las que debemos elegir entre pequeñas ganancias personales a corto plazo y daños sociales a la larga. Todos los espectadores pueden ver el fútbol cómodamente sentados; pero si alguno se levanta para ver mejor, obligará a todos a verlo de pie. Algo parecido sucede con el pago de impuestos, la instalación de dispositivos que disminuyan emisiones tóxicas, y un largo etcétera. En general esto mismo ocurre con casi todos los bienes públicos, que no es fácil restringirlos a aquellos que paguen por ellos: uno puede beneficiarse sin pagar si otros lo hacen; pero si no lo hacen no es posible para un solo individuo conseguirlo.

Nuestros ladrones, a fuerza de pensar, consiguen estropear su acuerdo y el pasar sólo un año entre rejas, y lo cambian por una condena de cinco años. ¿Cómo evitar este «bloqueo» que impide alcanzar la situación más deseable para todos? Por un lado, tenemos que si diseñáramos un dispositivo que obligara de alguna forma a cumplir los acuerdos tomados, nuestro problema estaría resuelto. Algunos ven aquí fundamentada la aparición del Estado (y sus dispositivos disuasorios). Otra forma de desbloquearlo es jugar muchas veces sucesivamente al mismo juego. Entran entonces en acción otras consideraciones como el prestigio, o las represalias de otros jugadores a nuestras acciones, que permiten alcanzar resultados beneficiosos para todos. Por ejemplo, un individuo podría anunciar en voz alta algo como lo siguiente: «Estoy dispuesto a colaborar mientras vea que los demás colaboran. Sin embargo, castigaré cualquier traición no colaborando jamás en lo sucesivo». Con su actitud estaría incentivando al resto a seguir su mismo comportamiento y alcanzar un resultado fructífero para todos.

¿Puede resolverse todo conflicto con ayuda de la Teoría de Juegos? Evidentemente, no. Sin embargo, puede facilitar su comprensión y colaborar en la búsqueda de soluciones. Con apenas cincuenta años de existencia, esta disciplina matemática, no sólo está siendo ampliamente utilizada por economistas y sociólogos, sino que despierta gran interés en áreas tan diversas como la biología, las ciencias del comportamiento o la política.●

(Dpto. Estadísticas, I.O. y Computación.
Universidad de La Laguna)
cgalcon@ull.es

Los orígenes remotos de la matemática

Mariano Martínez Pérez *

¿QUIEN «inventó» la matemática? No los griegos, por supuesto: desde Tales y Pitágoras, la matemática es ya casi idéntica a la nuestra: es ya «moderna», como veremos dentro de unas semanas. Tampoco los egipcios ni los mesopotamios más antiguos, cuyos conocimientos de los números y de las figuras eran ya realmente avanzados. Lo que estas culturas representan es, en un sentido muy preciso, el resultado final, y ya muy sofisticado, de una larguísima pre-historia «matemática» que puede remontarse a 500.000 ó 1.000.000 de años atrás (¿o más?).

¿Qué necesidad concreta de los números podía tener nuestro tan remoto antepasado? Es muy evidente que sin la presencia del dinero, la necesidad de los números cae casi por completo. Lo que tuvo que presentarse muy pronto, sin duda, fue la necesidad de comunicar a otros miembros de la rudimentaria comunidad, la importante (¡incluso vital!) información que responde a la pregunta (expresada lingüísticamente o de manera simplemente «gestual») de «¿Cuántos ciervos has visto en el otro valle?», o, mucho más dramática aún, «¿Cuántos enemigos has visto?». Desde una primera respuesta tan simple como «muchos» o «pocos», pero que ya es, como mínimo, prematemática (de nuevo, articulada o por gestos corporales), que es la más pobre, pero sin duda ya significativa y valiosa, a la sucesiva distinción y diferenciación de los números más pequeños para contar cosas: 2, 3, 4, etc., debieron pasar muchas decenas de milenios (el 1 presenta algunas dificultades especiales: efectivamente, no parece responder bien a la pregunta «cuántos» que es un claro plural).

Durante la larga conquista de los números más pequeños, tuvo que presentarse un problema de una dificultad insospechada: el de darle nombre a los números. Aunque nuestro antepasado ni lo sospechara, la dificultad radicaba en el carácter abstracto de los números (¡que los debió rodear de un misterio reverencial que llega hasta hoy!): efectivamente, nadie ha visto ni verá nunca al mismísimo número 4, como tampoco a la justicia, la belleza o el amor, todos ellos abstracciones. La concepción primigenia del número debió ser de tipo «visual» y «totalizadora», «sintética» y no articulada lingüísticamente. Este problema despistó completamente a todos los antropólogos de hace un siglo aproximadamente, que llegaron a creer de buena fe que muchas tribus primitivas casi desconocían la idea de número, al contar: «uno, dos, tres, muchos» (¡probablemente en cuanto a la «concepción visual» de los números los indígenas podían darle cien vueltas a los antropólogos).

Mucho más tarde, al ir descubriendo y conociendo números cada vez mayores (por las necesidades de una estructura «social» de complejidad creciente), nuestro antepasado ya más cercano (¿50.000 años?) descubrió una fantástica ayuda para contar y controlar esos números: se trata de la idea de «base» del sistema de numeración, es decir la de asociar las unidades en grupos todos iguales (a la «base»).

Nuestro antepasado remoto también fue desarrollando, sin duda (¡incluso mucho antes que los números!), las intuiciones espaciales más básicas de lo que iba a ser, un millón de años después, la geometría pura de los griegos. ¡Es otro proceso realmente fascinante, pero ya no me cabe en esta columna!●

*** Profesor de la Facultad de Matemáticas de la Universidad Complutense de Madrid y colaborador de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia**

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

1. Un caracol sube por una pared lisa totalmente. Por el día sube tres metros. Por la noche se para y por su peso baja dos metros. Si la pared tiene 15 metros, ¿cuántos días tarda en subir la pared?

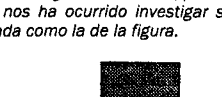
••

2. Los señores Soria, Segovia, Jerez y Cádiz son de Soria, Segovia, Jerez y Cádiz, pero en ninguno coincide su nombre con su lugar de nacimiento. El nacido en Soria no es homónimo del lugar de nacimiento del señor Jerez. El nacido en Segovia no es el señor Cádiz, ni es homónimo del lugar de nacimiento del señor Segovia. ¿Quién nació en Cádiz?

••

V Olimpiada de Matemáticas, Asturias, 1998

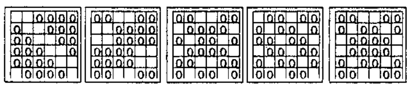
La rueda cuadrada: *Lo normal es usar ruedas redondas ¿verdad? Bueno, pues vamos a suponer que se nos ha ocurrido investigar sobre una rueda cuadrada como la de la figura.*



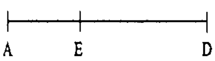
Fíjate en el vértice A. Si la rueda empieza a dar vueltas, sin deslizarse, dibuja la trayectoria que describe el punto A, hasta que vuelve a estar en el suelo. Calcula la longitud de dicha trayectoria sabiendo que la rueda tiene un metro de lado.

Soluciones a las cuestiones de la semana anterior:

1. Reproducimos varias soluciones:



2.



Si la señora debía llegar al aeropuerto a las 7 en punto y, según se dice en el texto, regresó a casa 10 minutos antes de lo habitual, eso quiere decir que el trayecto AE lo habría hecho en 5 minutos, luego encontró a su marido a las 6 horas 55 minutos. En consecuencia:

1) El Sr. Hernández estuvo caminando 55 minutos.

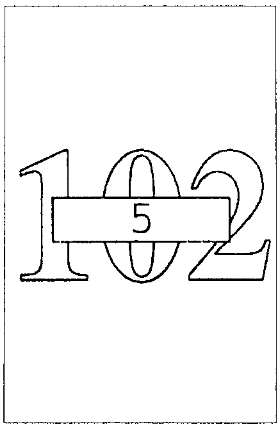
2) Por otra parte, el Sr. Hernández hace en 55 minutos lo que su esposa, con el coche, habría tardado 5 minutos (el trayecto AE). Por lo tanto, la señora viaja a una velocidad que es 11 veces mayor que la de su esposo. Como éste, según el dato del problema, marcha a 4 km/h, la señora viaja a 4x11 = 44 km/h.

3. El bisabuelo de José tiene 97 años.

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca

Vencí en todos



¿Cómo te fue en los torneos?

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 4 MARZO 2000 NUMERO 9

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

La matemática en la antigua Mesopotamia

Mariano Martínez Pérez *

LA cultura de la antigua Mesopotamia se desarrolló entre los años 4200 a.C. (cultura sumeria) y el 300 a.C. (período helenístico), de la mano de numerosos pueblos sucesivos.

La matemática mesopotámica alcanzó su apogeo en la época del rey legislador de Babilonia, Hammurabi (c. 1700 a.C.).

Dos importantes logros hay que apuntarles a los «matemáticos» mesopotámicos: 1) el gran invento del sistema de numeración posicional, con la primera aparición, bastante tardía, del cero (c. 300 a.C.), y 2) como consecuencia de 1), un gran desarrollo del álgebra, considerada como resolución de ecuaciones.

El sistema de numeración posicional es tan bueno que lo seguimos usando hoy (aunque con la base más cómoda 10 en vez de la enorme de 60 como la de los mesopotamios). Este sistema nos permite escribir cualquier número usando sólo 10 cifras; se basa en el genial descubrimiento de que cada cifra pueda tener muchos valores distintos, según su posición: así sabemos que en 20.202, el primer 2 vale 20.000, el segundo 200 y el tercero 2 de verdad. El cero (0) es aquí absolutamente indispensable: el primero vale 0 «millares» y el segundo 0 «decenas»; sin él escribiríamos 222, que no es lo que queríamos, claro. Así pues el cero no aparece en la historia para representar el número de cosas de una colección vacía (cosa que, bien mirado, es una tontería), sino para expresar una posición vacía en el número escrito. Los mesopotamios tuvieron muchas dificultades para introducir un símbolo para el cero; durante siglos y siglos no escribían nada, dejaban un hueco vacío, pero, claro, como hemos visto eso creaba graves confusiones. Al fin, hacia el año 300 a.C. inventaron para él un símbolo especial: Luego se le ha visto al cero su enorme utilidad.

El descubrimiento del sistema posicional debió ser una afortunadísima casualidad, accidental por completo: el 1 se escribía así: , el 20 así: y el 60 así: Pero, claro, cuando al escriba se le cansaba la mano, terminaba escribiendo el 60 lo mismo de pequeño que el 1: 1 y 60 Bueno, pues el estupendo resultado que se descubrió fue que no había peligro de confusión alguno, a pesar de todo; ¡el invento estaba hecho! Pero lo mejor del sistema es que permite representar también, de la misma manera, la parte «fraccionaria» o «decimal» de un número, con lo que los cálculos se hacen facilísimos ¡como si no hubiera «como decimal», como si todos fueran números enteros, y la «coma» se recupera al final de los cálculos! (¡dónde se va a comparar esto con el complicado cálculo egipcio!).

Este sistema de numeración tan bueno impulsó una matemática muy numérica, y también un gran álgebra, claro. Los mesopotamios descubrieron las «recetas» (entonces no había aún fórmulas de ninguna clase) para resolver todo tipo de ecuaciones de segundo grado con soluciones positivas (faltaban muchos siglos, como veremos, para que aparecieran los números negativos), e incluso muchas de grado mayor que 2.●

*** Profesor de la Facultad de Matemáticas de la Universidad Complutense de Madrid y colaborador de la Fundación Canaria Orotava de Hª de la Ciencia**

La pregunta: ¿por qué sigue el universo una ley matemática?

*Angel Plaza**

ENTRE las preguntas científicas no respondidas, como qué es la conciencia o cómo comenzó la vida, está la más misteriosa de todas: ¿Por qué parece que el Universo sigue las leyes matemáticas?

De acuerdo con la teoría del Big Bang, materia, energía, espacio y tiempo fueron creados en una primigenia explosión. De repente, instantáneamente, todo empezó a desdoblarse siguiendo un plan matemático. Pero, ¿de dónde vienen las matemáticas? ¿Cuál es el origen de los números y de las relaciones o leyes que obedecen?

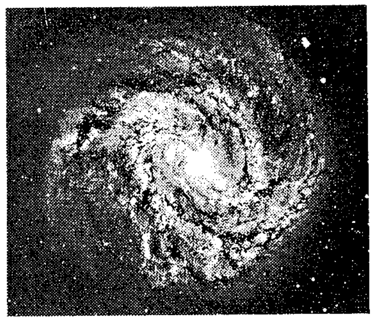
Para los antiguos seguidores del griego Pitágoras los números eran los elementos básicos del Universo. Desde entonces, los científicos han abrazado una especie de creacionismo matemático: Dios es un gran matemático, que declaró: antes de decir: «¡hágase la luz!», «¡háganse los números!». Normalmente los científicos usan la noción de Dios de forma metafórica. Pero, últimamente, la mayoría de ellos, al menos de forma tácita, parecen abrazar la filosofía de Platón, quien propuso que los números y las leyes matemáticas eran entes ideales, con existencia fuera del espacio y del tiempo en una realidad más allá de lo alcanzable por la humanidad.

Puesto que el único objeto de la ciencia es describir el Universo sin invocar lo sobrenatural, el fallo de explicar racionalmente la «irracional efectividad de las matemáticas», como dijo una vez el físico Eugene Wigner, es una especie de escándalo, un enorme agujero en el entendimiento humano.

Es relativamente fácil para los matemáticos caer en una especie de platonismo: las ideas matemáticas son entendidas como entes ideales con vida propia por encima del Universo material. Como dice Oskar Becker en «Magnitudes y límites del pensamiento matemático», «el pensamiento fundamental pitagórico de que la naturaleza de las cosas hay que reducirla al «número» -a las leyes determinables numéricamente- se transforma en el pensamiento de que las leyes de las cosas existentes concuerdan con la simetría interna o armonía de las leyes numéricas. Así se tienden de un amplio puente desde los pitagóricos y el Platón pitagorizante hasta la investigación actual».

Con las matemáticas estamos en un nivel de inteligibilidad peculiar. Los conceptos matemáticos dejan de lado los aspectos experimentales y significan estructuras cuantitativas en abstracto, algunas de las cuales existen o pueden existir en la materia sensible, mientras que otras son entes de razón que resultan de nuestro modo de conocer. Esas estructuras (figuras geométricas y números) se conciben al margen de toda cualidad sensible (un círculo, para el matemático no tiene color, peso, resistencia), y por eso, en cuanto tales, no se pueden experimentar: la mente humana las contempla en su propia inteligibilidad, las construye con libertad, bajo la única exigencia de la no-contradicción (Hoenen).

La matemática estudia la cantidad abstracta, sea realizable en el mundo, o sea tan sólo un ente de razón (Colerus). Las matemáticas, que estudian la cantidad de forma abstracta, es decir, prescindiendo de su realización concreta en los seres materiales, y la física experimental, que estudia la realidad material con la ayuda de los conceptos cuantitativos, con ayuda de las matemáticas. La cantidad es el primer accidente, o propiedad, del ente corpóreo, derivado de su materialidad. Todo cuerpo tiene cantidad. La cantidad acompaña necesariamente a la substancia material y la determina de modo intrínseco.



Mientras que el conocimiento científico es tentativo y sujeto a constante revisión, las matemáticas son vistas como eterna. Chaitin escribió en «Los límites de las matemáticas» que «la idea corriente de la matemática pura es que los matemáticos son una especie de línea directa con los pensamientos divinos, con la verdad absoluta». Pero Chaitin hizo una llamada a sus colegas a abandonar el Platonismo matemático y adoptar el punto de vista «quasi-empírico» que trata a las matemáticas sólo como otra ciencia experimental confusa. «Quasi-empírico», decía, «significa que las matemáticas no se diferencian de la física». Este punto de vista es explicado con detalle en la edición revisada de «Nuevas tendencias en la filosofía de las Matemáticas», editada por Thomas Tymoczco (Princeton University Press, 1998).

Y así, poco a poco, se construye el edificio de las matemáticas. «Las matemáticas son más gloriosas porque son una construcción humana», dijo recientemente Lakoff en una entrevista. Eso no significa que las matemáticas sean algo relativo y totalmente arbitrario. Incluso las elaboraciones menos matemáticas son comprobadas en el Universo material. Dentro de las creaciones matemáticas, los científicos se quedan con aquellas que les ayudan para predecir o explicar el Universo. Los matemáticos las saborean como un fin en sí mismas, como una obra de arte, un cuadro o una sinfonía.

Sin embargo, la pregunta inicial sigue estando en pie como un desafío a la mente humana: ¿Por qué el orden y no el caos?●

***Profesor Titular U.L.P.G.C.**

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

1. *Observa la figura 1, de 10 monedas, y trata de pasarla a la disposición de la figura 2 moviendo tan sólo 3 monedas.*

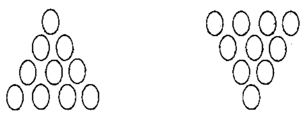


Fig.1 Fig.2

••

2. *Fuera de una habitación hay tres interruptores en posición de apagado. La habitación tiene sólo una puerta que está cerrada y dentro hay tres bombillas que corresponden a cada interruptor. Se trata de averiguar qué interruptor corresponde a cada bombilla con esta condición: sólo se puede entrar una vez en la habitación. No trate de resolverlo matemáticamente sino buscando una feliz idea.*

••

IV Olimpiada de Matemáticas, Murcia, 1993

Los problemas de parentesco suelen ser enrevesados y a su vez interesantes porque hay que manejar, simultáneamente, aspectos que no son excluyentes. Observe si no el siguiente:

En una fiesta familiar estaban presentes: una abuela, un abuelo, dos padres, dos madres, tres bebés, tres nietos-as, un hermano, dos hermanas, dos hijos, dos hijas, un suegro, una suegra y una nuera.

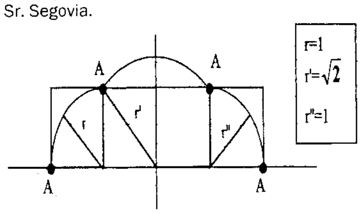
Pensarás que había un total de veintidós personas. Pero no, en realidad sólo estaban presentes siete. ¿Quieres explicar cómo es esto posible? ¿Quiénes eran esas personas?

Soluciones a las cuestiones de la semana anterior:

1. No son quince días a pesar de que el caracol realmente sube un metro cada día. Al final del día 12º estará a 12 metros, por tanto, durante el 13º día subirá los tres metros que le faltan para llegar al final de la pared. La respuesta es pues, 13 días.

2. El Sr. Segovia.

3.



Los arcos descritos son:

$$\frac{2.\pi.1}{4}+\frac{2.\pi.\sqrt{2}}{4}+\frac{2.\pi.1}{4}=\pi+\frac{\sqrt{2}.\pi}{2}$$

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca

Estará ya David

¿Quién habrá llegado?

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 4 MARZO 2000 NUMERO 9

Claudi Alsina

LAS MATEMATICAS DE CADA DIA (5)

Matemáticas y... muebles

USTED ya sabe por experiencia que en el mercado actual hay una enorme oferta de muebles pensada para que usted amueble su hogar, renueve sus trasto viejos o añada una pieza más en su ya intransitable apartamento.

Observará que hay muebles al servicio de la decoración o el soporte de objetos (vitrinas, librerías, pedestales, armarios, etc.) y que mantienen una esporádica relación con usted. Sin embargo hay otra clase de muebles como son camas, sillas, sillones, mesas, etc. que afectan notablemente a sus funciones cotidianas como son dormir, escribir, comer, leer y muchas otras que ahora no vienen al caso. Las medidas de estos muebles funcionales y su calidad afectarán notablemente a su calidad de vida. Es por ello que en comprarlos o cambiarlos puede ser de su interés aplicar algunas matemáticas que le eviten sorpresas. Le invitamos a que combine medidas y geometría con sentido común y observación detallista.

Imagine que debe adquirir una cama de matrimonio. Antes de salir mida los espacios disponibles y mídase a usted mismo/a y a su pareja. Llévese estos datos con usted y una cinta métrica en su bolsillo.

Tan pronto entre en la tienda de muebles deje claro que usted no desea adquirir «una cama de matrimonio» sino «su» cama para «su» sitio. Sáltese la sección de ofertas de dormitorios completos para gnomos. Una cama de 135 cm. de anchura puede resultar agobiante; con 190 cm. resultará enorme y precisaría mucho espacio y sábanas de 5 metros cuadrados; unos 150 cm. de anchura o más según sus corpulencias puede resultar satisfactorio. La longitud de 2 m. seguramente será conveniente. Pero ¿a qué altura queda la parte de arriba del colchón? ¡Ojo! Usted necesitará levantarse y sentarse en la cama de forma civilizada. No está dispuesto/a a usar el colchón como red de trapecista para luego requerir empujones de su pareja y poderse levantar. El recuerdo de estos mini-sillones donde las visitas quedan aprisionadas con los ojos a la altura de las rodillas, debería ser suficientes para reclamar unos 45 centímetros del suelo a la parte superior del colchón.

Pero su cama irá a parar a un lugar de medidas conocidas. Y usted necesita al menos 50 cm. alrededor de pies y laterales de la cama para transitar, hacer la cama, etc. Los muebles llevan asociados espacios de circulación irrenunciables.

¿Y las mesitas de noche? ¿Y los pies de la cama? ¿Acaso piensa conformarse a ir por la vida con ojos amorotados por golpes en los cantos de la mesilla y rodillas ensangrentadas por golpes de estos agresivos pies de camas de medidas equivocadas?

Todos los objetos funcionales deben ser bien calibrados. Parte de su confort es medible y previsible. No renuncie a este aspecto. Al menos su espalda y sus rodillas se lo agradecerán.●

Turing, el eslabón entre las matemáticas y la computación

Pino Caballero Gil

ALAN Turing nació en Londres el 23 de junio de 1912. Era un genio excéntrico y solitario, oscuro, vivaz, resignado, malhumorado, ávido e insatisfecho, homosexual, enemigo de charlatanes y trepas, implacable con su trabajo y no con el de sus colegas, y atleta (una lesión lo alejó del equipo olímpico), se mordía las uñas y no le gustaba usar corbata.

Tuvo dificultades para obtener el certificado escolar pero se graduó con honores en 1934 en el King's College de Cambridge y recibió en 1936 el Premio Smith con un trabajo sobre probabilidades. Tras una estancia en Princeton, donde, construyendo una máquina de cifrar, descubrió un eslabón entre la inutilidad de la lógica y el cálculo práctico, volvió a Cambridge para diseñar partes de una máquina para calcular la función Zeta de Riemann. Al inicio de la II Guerra Mundial se incorporó a la oficina principal criptográfica inglesa, donde contribuyó a la ruptura del cifrado de la famosa máquina alemana Enigma.

Dada la fortaleza que mostró en su vida, nadie hubiera podido predecir su fin. Fue encontrado muerto por envenenamiento de cianuro a los 41 años. Su madre creyó que había ingerido cianuro accidentalmente comiéndose una manzana después de un experimento de química, pero el veredicto del juez fue suicidio.

Se enfrentó al problema de la decidibilidad de Hilbert: No existe ningún método ni proceso con el que todas las preguntas matemáticas puedan ser contestadas. Lo resolvio dando una definición de lo que se entiende por algoritmo en el artículo «Sobre los Números Calculables». Analizó lo que puede ser logrado por una persona que realiza un proceso metódico y lo expresó mediante una máquina teórica capaz de realizar cualquier tarea proporcionándole el programa apropiado, la «Máquina de Turing», concepto básico de la Teoría de la Computación.

Su idea del uso de las máquinas fue visionario. Las concibió en su imaginación matemática ya que hasta nueve años después no habría suficiente tecnología electrónica para construir ordenadores. Es considerado padre de la Inteligencia Artificial. Su afirmación de que la máquina universal debe poder adquirir y exhibir las facultades de la mente humana le hizo sostener que el ordenador significaría el progreso práctico del mundo. Propuso un método, llamado «Test de Turing», para determinar si una máquina podría tener la capacidad de pensar. Proyectó una computadora capaz de pasar de los trabajos numéricos al álgebra, a la ruptura de cifrados, al manejo de archivos, o al juego del ajedrez. Describió un centro computador nacional con terminales remotas, y marcó el inicio de los lenguajes de programación. Escribió sobre redes neuronales sugiriendo que un sistema mecánico suficientemente complejo podría tener habilidad para aprender.

La falta de cooperación le frustró, y no llegó a publicar estos principios fundamentales de la informática. Perdió la carrera para completar una máquina universal y siempre fue demasiado lento en sus publicaciones científicas. Sus últimos trabajos en modelos matemáticos para describir plantas mediante simulación numérica, lo convirtieron en el primer usuario de un ordenador para la investigación matemática y le aportaron un primer reconocimiento académico unos pocos años antes de su muerte.●

Los tiempos y las monedas vienen... y van

Manuel Pazos Crespo (Coque)

ERASE que se es un abuelo joven. Casi todos los abuelos son jóvenes, al menos de espíritu, pero éste lo es además porque nació en la década de los cuarenta, al principio, pero en la década de los cuarenta. Para él el dinero tiene un significado especial, pues los tiempos que le tocó vivir en su infancia fueron difíciles y su educación económica fue necesariamente austera.

Hoy su nieto, al llegar del cole, le explica que su profesora les propuso realizar un pequeño trabajo sobre el nuevo sistema monetario que pronto va a entrar en vigor: lo deben relacionar con las matemáticas, ya que el próximo año, ese tan redondo con un patito delante, el 2000 es el Año Mundial de las Matemáticas y dicen que todos debemos contribuir a que los demás las conozcan más, las utilicen mejor, comprendan su función social, las empleen en su faceta recreativa, etc.

El niño le pide que le cuente qué es eso del euro, cómo van a ser las nuevas monedas, qué va a pasar con las actuales... El abuelo a la vez que escucha, en una retrospección apresurada, inevitablemente ve pasar por su cabeza, casi sexagenaria, infinidad de anécdotas y vivencias de su infancia.

Una niñez...

Y comienzan los recuerdos. La peseta era la reina. Al principio la hacían de papel, pero más recordada es la metálica, la rubia. Con ella compraba, por ejemplo, diez caramelos ¡de los buenos...!, de los que traían en su envoltorio un cromo de jugadores de la época: Quincoces, Pahiño... Claro que casi nunca podía comprar diez caramelos juntos, porque una peseta era bastante dinero para cualquiera y más para un niño. Pero cuando tenía que ir a la tienda a hacer un recado, si era bueno, le decían que se comprase un caramelo de un patacón; y si la vida no daba para tanto, a lo mejor, le permitían comprar una perra chica de bolitas de anís coloreadas. La mayoría de las veces, ni siendo bueno, había perra ni patacón.

Había cuatro monedas de menor valor que la peseta: la de dos realitos, 50 céntimos, con un agujero en el centro; la de un real, de 25 céntimos, semejante a la anterior y de mayor diámetro; el patacón, de 10 céntimos, con un caballero a caballo y lanza en mano en una cara; y por último, la perra chica, 5 céntimos, de menor diámetro que la anterior. Las dos primeras, agujereadas, las utilizaban los jóvenes, en ocasiones, como elemento decorativo, en sus cinturones; las dos últimas, por el material de que estaban hechas, se desgastaban con facilidad. La peseta equivalía, pues, a dos monedas de dos realitos, a cuatro de un realito, a diez patacones, y a veinte perras chicas.

Hablar de billetes ya era harina de otro costal. Su manejo era propio de los adultos, y muy pocas veces caían en manos de un niño como él. Los más antiguos y comunes eran los billetitos de una, de dos pesetas y el verde de cinco ptas. Luego se pasaba al morado de veinticinco ptas., al rojizo de cincuenta ptas., al marrón de cien ptas., al azul de quinientas ptas. y al verde grande de mil ptas.

Otra niñez...

Vuelve a la realidad y, piensa el joven abuelo, que a su nieto le va a corresponder vivir una época similar a la suya en lo que atañe a las monedas porque, como le cuenta al niño, el actual sistema monetario tiene su días contados, y el nuevo, en cierta manera, es semejante al de su niñez, pero sustituyendo la unidad monetaria actual, la peseta, por la nueva unidad, el euro (€). La peseta ha muerto, viva el euro.

A partir de enero del año 2002, le explica, una vez que el euro, €, exista físicamente, ya no será necesario, por ejemplo, cambiar monedas cuando viajemos de un país a otro entre los que componen la Unión Europea y han adoptado el euro como moneda única: Alemania, Austria, Bélgica, España, Finlandia, Francia, Irlanda, Italia, Lexumburgo, Países Bajos (Holanda) y Portugal. Faltan aún por aprobarlo Inglaterra, Dinamarca e Irlanda.

La adecuación, continúa diciéndole, tendrá algún problema y para facilitar el paso de uno a otro sistema está prevista una época transitoria de seis meses, desde el 1º de enero hasta el 1º de julio del año 2002. Durante ese tiempo cohabitarán los dos sistemas monetarios (español y europeo: peseta y euro), pero a partir de esa fecha desaparecerá definitivamente la peseta y la única moneda oficial será el euro (€).

«Mañana seguimos hablando. ¿Jugamos al tres en raya?».●

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 11 MARZO 2000 NUMERO 10

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

La matemática egipcia

Mariano Martínez Pérez *

EL antiguo Egipto fue protagonista de una de las primeras y muy brillante cultura urbana, durante cerca de 3.000 años, desde el 3200 al 300 a.C.

La matemática egipcia nos la transmiten unos pocos papiros de la época, principalmente el magnífico *Papiro Rhind* (c. 1650 a.C.), auténtico texto para las escuelas de escribas, que consta de casi 90 problemas. Esta matemática estuvo fuertemente condicionada por la estructura económico-social del país.

La propiedad económica en Egipto estaba prácticamente en manos del Faraón, a cuyos graneros y almacenes debían contribuir todos los campesinos egipcios. Toda la población, movilizada durante los tres meses de la inundación para trabajar en las grandes construcciones públicas (¡todos, excepto los escribas!) vivía entonces de los almacenes estatales.

El minucioso control de esa economía (se hacían frecuentes y precisos censos de casi todo, personas, animales y cosechas) exigió un amplio cuerpo de funcionarios, los ya mencionados *escribas*, que aparecen por todas partes, tomando notas y controlándolo todo meticulosamente, como se pueden ver en los relieves y pinturas de las tumbas.

El cálculo numérico egipcio se desarrolló sobre un sistema de numeración de base 10, pero aún no «posicional», sino «aditivo». Ahora bien, a los escribas egipcios les bastaba con los símbolos para 1, 10, 100, 1.000, ..., hasta 1.000.000, para todas las necesidades prácticas.

La precisión exigida por los cálculos «contables» de los escribas, hizo completamente necesario un cálculo con *fracciones de la unidad*, y he aquí el punto débil de la aritmética egipcia. Sin que tengamos ni idea del porqué, los egipcios usaban en todos sus cálculos sólo *fracciones unitarias*, es decir, las de la forma 1/n, además de la 2/3, fracciones que, además, evitan por todos los medios usarlas repetidas. Este sorprendente «capricho» le complicó extraordinariamente los cálculos a los escribas. Aún así, su dominio de las *técnicas* era tal que los errores son muy raros.

La geometría egipcia alcanzó también un alto nivel, y aquí también por motivos económicos: desde el simple cálculo de superficies de campos de cultivo (esencial para el pago de una *contribución justa* a los graneros estatales), hasta el cálculo de volúmenes de estos mismos graneros y de troncos de pirámides, o de la «pendiente» constante de las caras de esas pirámides, de todos estos problemas hay ejemplos en los papiros. Por cierto que el hecho de que muchos de los graneros fueran cilíndricos, llevó a los escribas egipcios a enfrentarse con un problema de una dificultad muy especial, y que sólo resolverían mucho más tarde los griegos: el del *área del círculo*. Los egipcios hicieron lo que pudieron *aproximándolo* por un octógono «casi» regular.

De estos antiquísimos «matemáticos-funcionarios» egipcios aprenderán más tarde los griegos la simple matemática «instrumental», que los llevará a la gran «matemática pura».●

* **Profesor de la Facultad de Matemáticas de la Universidad Complutense de Madrid y colaborador de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia**

Leonardo Fibonacci

José M. Méndez Pérez

POCO se sabe de Leonardo Fibonacci (apodo derivado de filius Bonacci, es decir, hijo de Bonacci), uno de los matemáticos más brillantes de la época medieval. Nació en Pisa, Italia, y por esa razón también se le conoce como Leonardo Pisano o Leonardo de Pisa. Puesto que su padre trabajó como recaudador de impuestos en Bugia (en la actualidad Bougie, ciudad de Argelia), debió vivir durante muchos años en la costa norte de Africa. Allí tuvo un maestro árabe que le enseñó el sistema de numeración arábigo-hindú, despertándole el interés por el estudio de los sistemas de cálculo.

En 1202 escribió su famosa obra Liber Abaci (Libro del ábaco), donde introdujo el sistema de numeración árabe y la forma de realizar cálculos con esta clase de números, desplazando definitivamente el arcaico y desfasado sistema de numeración romano.

Pero Fibonacci es recordado, sobre todo, por la sucesión de números

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377...,

que lleva su nombre. Esta sucesión está relacionada con un problema que Fibonacci plantea en su obra Liber Abaci y que podríamos enunciar así:

Se sabe que en un cercado hay una pareja adulta de conejos el primer día de enero de cierto año, la cual origina a primero de febrero una nueva pareja de conejos y así sucesivamente a principios de cada mes siguiente. Se supone además que cada nueva pareja tarda un mes en hacerse adulta y que al segundo mes ya puede reproducirse; es decir, a principios del tercer mes de su vida la nueva pareja produce otra nueva y así cada mes siguiente. Se pide determinar el número de parejas de conejos que habrá en el cercado una vez haya transcurrido un año, esto es, a uno de enero del siguiente año.

Si A representa una pareja adulta y B una pareja nacida de ésta o pareja bebé, resulta que transcurrido el primer mes, esto es, el día 1 de febrero la pareja adulta tendrá descendencia y así habrán 2 parejas (1 A + 1 B); de ellas, la primera engendrará una nueva pareja, mientras que la segunda se convertirá

en adulta y podrá reproducirse al mes siguiente, por lo cual resultarán 3 parejas el 1 de marzo (2 A + 1 B); de éstas, dos parejas tendrán descendencia, por lo que el 1 de abril habrán 5 parejas (3 A + 2 B); y así sucesivamente hasta llegar al día 1 de enero del año siguiente. Resumimos estos resultados en la tabla adjunta.

Mes	Nº de A	Nº de B	Total parejas
Enero	1	0	1
Febrero	1	1	2
Marzo	2	1	3
Abril	3	2	5
Mayo	5	3	8
Junio	8	5	13
Julio	13	8	21
Agosto	21	13	34
Septiembre	34	21	55
Octubre	55	34	89
Noviembre	89	55	144
Diciembre	144	89	233
Enero	233	144	377

La respuesta es 377 parejas de conejos. También se infiere de estas tablas la regla general de la sucesión de Fibonacci: cada término se obtiene sumando los dos anteriores; matemáticamente,

$F_{n+2}=F_{n+1}+F_n$, con n = 0, 1, 2, 3, 4,...

Obsérvese que nace una pareja de conejos por cada pareja nacida en el mes anterior y que cada pareja nacida hace dos meses ya origina una nueva pareja. La suma de estos dos alumbramientos nos da el número de parejas nacidas en determinado mes. Ese es el significado de la fórmula precedente.

Así pues, los primeros números de Fibonacci son $F_0=0$, $F_1=1$, $F_2=1$, $F_3=2$, $F_4=3$, $F_5=5$, $F_6=8$, $F_7=13$, $F_8=21$...

Finalmente recordamos una paradoja geométrica debida a Lewis Carroll, pseudónimo del matemático Charles Lutwidge Dodgson, que tiene mucho que ver con propiedades de los números de Fibonacci.

Cortemos un cuadrado de papel de lado 8 unidades de longitud de acuerdo con las líneas dibujadas en la figura 1 y juntemos los trozos resultantes para formar el rectángulo de la figura 2

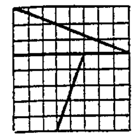


Fig. 1

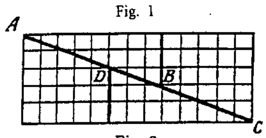


Fig. 2

El área del cuadrado es 8x8=64, pero la del rectángulo vale 13x5=65. Obsérvese que 5, 8 y 13 son números de Fibonacci. ¿Dónde está el error? Animamos al lector a que experimente con papel cuadriculado, primero tomando una unidad de longitud pequeña (por ejemplo, el lado de una cuadrícula) y después unidades mayores (digamos, tres cuadrículas como unidad).●

Departamento de Análisis Matemático
Facultad de Matemáticas
Universidad de La Laguna

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

1.- *En una pensión vivía un jubilado que pagaba puntualmente a la patrona cada principio de mes, pero un mes, por esas extrañas cosas de la vida, el pobre hombre no cobró el primer día y le dijeron que cobraría el día 8 y como era muy cumplidor le dijo a la patrona lo siguiente:*

—Miré, Dª Engracia. Observe esta cadena de plata que tengo. Ve que tiene 7 eslabones. En la caja me han dicho que cobraré dentro de 8 días así que cada día que pase, yo le daré un eslabón y cuando cobre, Vd. me devuelve la cadena y tan amigos.

La patrona le indicó que no era necesario pero ante su insistencia quedaron en ese trato.

La pregunta ahora es ¿cuántos eslabones debe soltar el jubilado para cumplir su promesa de manera que al montar de nuevo la cadena le salga lo más barato posible?

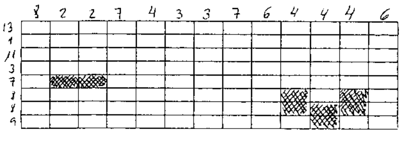
••

2.- *Cinco señoras meriendan sentadas en torno a una mesa redonda. La señora de García está sentada entre la señora de López y la señora de Martínez. Elena está sentada entre Catalina y la señora de Pérez. La señora de López está entre Elena y Alicia. Catalina y Doris son hermanas. Isabel está sentada con la señora de Gómez a su izquierda y la señora de Martínez a su derecha. Coloca los nombres de las señoras en sus correspondientes asientos.*

••

Torneo de Matemáticas, Canarias, 1993

En el rectángulo cuadriculado del dibujo se sombrearon varios cuadros. Alguien borró el sombreado de algunos. Quedaron solamente los ocho que aparecen. Queremos que sombrees los cuadrados borrados. Te damos una pista: los números que aparecen a la izquierda indican el número inicial de cuadrados sombreados en cada fila, los escritos arriba representan el número de los que estaban sombreados en cada columna.



Soluciones a las cuestiones de la semana anterior:

1.-

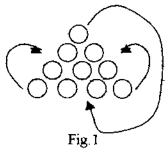


Fig. 1

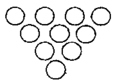
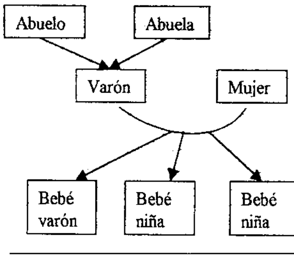


Fig. 2

2. Supongamos que los interruptores son A, B y C. Encendemos el interruptor A durante 5 minutos. Lo apagamos y encendemos el B. Entramos inmediatamente en la habitación y está claro que la bombilla que está encendida tiene el interruptor B. De las dos que están apagadas, una estará caliente y corresponde al interruptor A, la otra (fría) tiene el interruptor C.

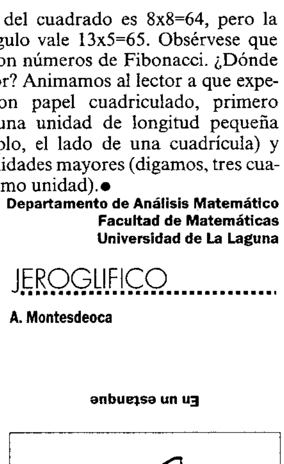
IV Olimpiada de Matemáticas, Murcia, 1993

La solución se puede comprobar con este árbol genealógico.



JEROGLIFICO

A. Montesdeoca



¿Dónde nada?

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 18 MARZO 2000 NUMERO 11

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

LOS ORIGENES DE LA MATEMATICA EN GRECIA

Matemática y Filosofía, hermanas

Mariano Martínez Pérez *

AL pasar de Egipto y Mesopotamia a Grecia, la matemática experimenta *la mayor revolución* de toda su historia hasta hoy.

Desde Tales y Pitágoras (c. 600 a.C.) hasta Diofanto (c. 400 d.C.), a lo largo de unos mil años, nos encontramos con una matemática de un nivel altísimo, pero, antes que nada, *radicalmente distinta* de las matemáticas anteriores egipcia y babilónica, unos dos mil años más antiguas. ¿Cuáles son las diferencias más profundas entre ellas, y *por qué* se produjeron?

1º.) La nueva matemática griega es ya desde el principio (y por primera vez en la historia) *matemática pura*, mientras que las anteriores habían sido simplemente *matemáticas instrumentales* (o manipuladoras de los objetos matemáticos, que no es necesariamente lo mismo que *utilitarias*, por cierto). Pero, ¿qué es eso de matemática pura, que suena tan solemne y elitista? Pues muy sencillo, eso significa que:

2º.) Los matemáticos griegos son los primeros en *preguntarse sistemáticamente ¿qué son?* y *¿qué propiedades verdaderas y exactas* tienen los objetos matemáticos?, números y figuras geométricas. Los egipcios y mesopotamios no debieron hacerse nunca esas preguntas sin utilidad práctica alguna (¡ni podían, en realidad, llegar a hacérselas, como veremos!), porque su «matemática» se limitaba a la *manipulación instrumental* de esos objetos, y en la mayoría de los casos sí, con *fines utilitarios*.

3º.) La nueva exigencia de *verdad y exactitud* total que el conocimiento de esos objetos debía tener, diametralmente opuesta a cualquier idea de simple *aproximación* a lo verdadero, hizo necesario muy pronto un nuevo método para investigar las propiedades de estos peculiares objetos matemáticos, abandonando el método *experimental* anterior, que era completamente incapaz de garantizar tal verdad y exactitud: así se inventó el *método axiomático-deductivo*, exclusivo de la matemática y basado en la *lógica* más estricta. La (posible) utilidad práctica de los conocimientos así obtenidos, primero se ignoró totalmente, ¡y más tarde se *excluyó* de la manera más explícita y taxativa, incluso con gran indignación! ¿No es esto una gran sorpresa que está pidiendo explicación a gritos? Por supuesto.

La gran pregunta es «*¿por qué y cómo* se produce este profundo cambio, justo cuando la «matemática antigua» «entra» en Grecia hacia el 600 a.C.?».

La respuesta es simple (¡pero complicada en sus detalles!): la nueva matemática nace de (pero casi simultáneamente con) *la filosofía*, el nuevo y revolucionario modo de pensar de los primeros «pensadores» griegos a los que llamamos filósofos (¡y que fueron a la vez los primeros matemáticos! ¡Qué casualidad!). En la interesante explicación detallada no podemos entrar aquí, porque exige explicar cómo y por qué nació la filosofía griega. Pero, aquí y ahora, con los hechos basta.

Así pues, la nueva matemática griega (¡que ya es la nuestra, señores!) nace de la filosofía, y durante siglos estará indisolublemente unida a ella, siendo una parte de ella. Digámoslo en plan un poco pedante, pero exacto: la matemática griega era una auténtica *ontología de los objetos matemáticos* y desde entonces la matemática pura permanecerá mucho más próxima a la filosofía que a las ciencias de la naturaleza (¡aún más!).

¡Salud, viejo Tales!●

*** Profesor de la Facultad de Matemáticas de la Universidad Complutense y colaborador de la Fundación Orotava**

Renato Descartes y el descubrimiento de la Geometría Analítica

ARTICULO 1.– LA HISTORIA DE UN OLVIDO

Prof. Antonio Velázquez
Prof. Gloria Acosta

EN Estocolmo, tres siglos y medio antes del año 2000, más exactamente el 11 de febrero de 1650, murió de neumonía Renato Descartes. Si aceptamos la cronología de Dionisio el Exiguo, estamos viviendo en el 2000, y estos años «redondos» (algo similar sucedió con el 1000) siempre fueron vistos con temor y expectativa. El racionalismo que nos legó Descartes tendría que impulsarnos a temer el futuro por las circunstancias previsibles a partir del conocimiento de nuestras acciones o de los sucesos físicos, pero no por el poder mágico (que no existe) de un determinado número.

La UNESCO ha declarado al 2000 Año Mundial de la Matemática. En este año jubilar, no queremos pasar por alto a dos de los más insignes filósofos y matemáticos que haya conocido la humanidad.

Quiso el destino o la voluntad divina —según el gusto del consumidor— que en 1996 se conmemorasen dos acontecimientos estelares en la historia de la Matemática: el nacimiento de Descartes cuatrocientos años antes y el momento en que vino al mundo Gottfried Leibniz trescientos cincuenta años atrás.

Precisamente el 31 de marzo de 1996 comenzó en Salta, República Argentina, el III Congreso de Didáctica de Matemáticas del Cono Sur. Concurrimos a él como participantes y como expositores, abrigando la romántica esperanza de que la fecha hubiera sido ex profeso escogida.

Pronto comprobamos que nuestra suposición era incorrecta. El día de comienzo había sido convenido, adelantándolo a la fecha que era la usual para estos eventos, sólo para permitir que los participantes pudieran asistir holgadamente, si lo deseaban y les era posible, al VIII Congreso Internacional de Educación Matemática en Sevilla.

En esa oportunidad callamos. Disimulamos la vergüenza de ese silencio en el acatamiento de la norma que Descartes brinda en su «moral provisoria» contenida en el *Discurso del Método*, en el sentido de que, al visitar otras tierras, hay que adaptarse a sus costumbres.

Pensamos que, al volver a nuestro país, la situación sería distinta. Pero observamos una escasa trascendencia de las efemérides a las que nos estamos refiriendo, en los medios intelectuales que son los herederos directos del pensamiento de aquellos dos grandes pensadores.

En la Educación Secundaria existió una propuesta de un ex inspector de Filosofía en el sentido de solicitar a todos los profesores de la asignatura que dedicaran una clase a la vida y obra de Descartes. El Consejo de Secundaria, que podía haber resuelto de oficio sin que mediara ninguna sugerencia, recogió la propuesta de ese docente y envió la comunicación (Oficio 296/96) a los Liceos un día después (!) de la finalización de las clases.

Uno de nosotros (Velázquez) propuso algo similar con referencia a la obra matemática de Descartes y Leibniz. En abril del año siguiente, el mismo solicitante sugirió el archivo del expediente, en virtud de que ya se había perdido toda oportunidad. Leibniz como matemático y filósofo, y Descartes como matemático, siguieron en el tintero.

El interés de la UNESCO por la Matemática, los premios Thales—San Fernando de Educación Matemática, la programación de un suplemento dominical canario sobre la asignatura y otros ejemplos, nos muestran que el olvido o desinterés que hemos constatado es un fenómeno uruguayo, o a lo sumo latinoamericano, pero no mundial.●

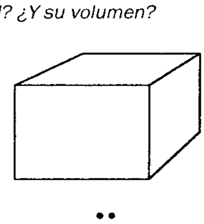
DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

1.– Tengo un reloj de marcar las horas. Al dar las 3 ha tardado 3 segundos. ¿Cuántos segundos tardará en dar las nueve?

No tiene truco. Hay que pensarlo.

••

2.– Un cubo está hecho de un material tal que al aumentar la temperatura se dilata exageradamente. Al pasar, por ejemplo, de 0ºC a 40ºC, su arista aumenta en un 50%. En estas condiciones, ¿en qué porcentaje aumenta su área lateral? ¿Y su volumen?



••

Torneo de Matemáticas, Canarias 1993

Un estanque se llena de agua hasta la mitad, luego se le vacía un tercio de su contenido para regar y, posteriormente, se le añade la misma cantidad de agua que la que tenía al principio. ¿Con qué fracción del total de la capacidad del depósito representarías la cantidad de agua que hay en estos momentos en él?

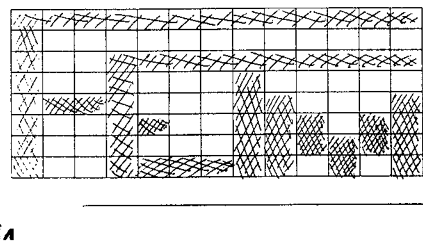
Soluciones a la semana anterior:

1.-

Basta con que suelte el tercer eslabón.

2.-

En la mesa redonda estarían: Alicia de García, Doris de Martínez, Isabel de Pérez, Elena de Gómez y Catalina de López.



JEROGLIFICO

A. Montesdeoca

La Topología

50
UNO
EXTREMO
GASA

«Análisis situs»

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 25 MARZO 2000 NUMERO 12

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

LAS MATEMATICAS EN GRECIA

¿Qué resultó ser lo difícil: la aritmética o la geometría?: el demonio de los inconmensurables

Mariano Martínez Pérez *

PITAGORAS, basándose en su principio de que «Todo es Número», condujo a sus discípulos, «los llamados pitagóricos», a hacer una matemática que era, en sentido estricto, una *teoría de los números* (se entiende, de los números naturales, claro, 1, 2, 3, 4,...).

Así, los pitagóricos clasificaron a los números naturales en muchos tipos, de los que algunos conservamos hoy: números primos y compuestos, triangulares, cuadrados, cubos, múltiplos y divisores, números perfectos, etc., y descubrieron muchas de sus propiedades verdaderas, algunas francamente complicadas, ¡todo iba viento en popa; los números se portaban bien y revelaban sus propiedades gentilmente!

Bueno, pero ¿y la geometría? ¡Pues bien, gracias! Para los pitagóricos cada segmento era una arista de un cierto *número de puntos* que eran átomos o minúsculas esferas invisibles y, por lo tanto, ¡también se reducían a números!, *cada segmento era en realidad un número*. Entonces, si se quería comparar uno con otro dos segmentos a y b (o «medir» uno con el otro) bastaba con buscar un tercer segmento o *unidad* c tal que «entrase» exactamente, digamos 7 veces en a y 4 veces en b. Entonces los pitagóricos decían que *la razón* del segmento a al b es, por definición, la razón del 7 al 4. Y todo resultaba fácil, porque estaba claro que *siempre había* una unidad tal c.

¡O parecía clarísimo que la había! Porque hacia el año 450 a.C. los pitagóricos *descubrieron* que esto no era así, desgraciadamente: que había parejas de segmentos a y b (¡y, en realidad, muchísimas!) para las que no existía ninguna unidad c que los «midiese» o «entrase exactamente» en los dos a la vez (por muy pequeña que fuese c). Por lo tanto no había ninguna pareja de números como el 7 y el 4 de antes, *que permitieran compararlos* (ni pequeños ni grandísimos ¡se dice pronto!). Nada, ni pagando.

A estos extrañísimos segmentos les llamaron los griegos *inconmensurables*, es decir, que no se pueden medir el uno con el otro, y provocaron una gran crisis en la matemática griega cuando ésta era todavía jovencita (sólo tenía un siglo y medio de vida).

Pero, ¿por qué era esto tan grave? Pues porque entonces los números *sólo servían para medir algunos segmentos* (y pocos). Para la inmensa mayoría de ellos, los números simplemente no servían para nada, a efectos de su *medida exacta*. O sea que los números se mostraban *incapaces de dar razón* de la extensión espacial o geométrica, del «continuo».

Las consecuencias de todo esto fueron muy graves para la matemática griega, pero aquí sólo recordaremos una: en adelante, los números tendrían su matemática propia, la *aritmética* (¡o matemática «fácil»!), y las figuras y el espacio la suya, *sin medidas numéricas* en absoluto: la *geometría pura* (¡o matemática realmente «difícil»).●

*** Profesor de la Fac. de Matemáticas de la Univ. Complutense y colaborador de la Fundación Orotava**

LAS MATEMATICAS DE CADA DIA (6)

Matemáticas y... puntualidad

Claudi Alsina

LAS actitudes humanas ante el tema de la puntualidad son muy diversas. Hay personas extraordinariamente puntuales que hacen cuanto sea factible para llegar a la hora pactada en punto. Otras personas deben esperar largo rato, pues anticipan siempre su presencia. Y la mayoría de personas, simplemente, llegan tarde.

Aquí lo que nos interesa analizar con rigor es el tema de la puntualidad de los servicios y, en especial, el caso de la aviación civil.

Ya de entrada es sorprendente que siendo las compañías las que marcan su propio horario pasen a incumplir frecuentemente el mismo. En vuelos diarios, en aeropuertos conocidos, con estadísticas abundantes, parece que podrían afinar bastante bien los horarios, al menos los de salida. Sin embargo, las largas esperas de pasajeros somnolientos tirados en rincones de aeropuertos es la imagen habitual de nuestros días.

Sin embargo, en muchos lugares del mundo se ha logrado una enorme puntualidad de aviones, pregonando las compañías aéreas su virtuosidad en este aspecto. ¿Cuál es el secreto? Burlar el concepto de lo que quiere decir «salir el vuelo».

Usted, como inocente viajero/a, cree que si el vuelo sale a las 16:35 a esta hora el avión saldrá volando. ¡Ni lo piense! El nuevo concepto de «salir» es que el avión ruede unos instantes para, con el pasaje en el interior, distanciarse unos centímetos del «finger» y pararse. Oficialmente el avión «ya ha salido» y la puntualidad de la compañía queda certificada. A partir de ahí, usted y avión pueden permanecer horas en la pista esperando iniciar el vuelo. El retraso se deberá al trayecto no a la salida.

Pero... ¿qué quiere decir «llegar»? En muchos casos verá que se trata de que «las ruedas traseras del avión toquen tierra». A partir de ahí el largo rato que usted pasa en el avión-taxi que va rodando de pista en pista, la espera de «finger» o de autobús, las horas que va a dedicarse a mirar todo tipo de maletas sin identificar las suyas, etc., todo esto es «tiempo de aeropuerto» no «de vuelo».

Si de algo debe servir el haber estudiado matemáticas, es para que todos apliquemos en nuestra vida cotidiana la forma rigurosa de pensar, protestemos cuando nos engañan y exijamos nuestros derechos. ¿Se acuerdan de aquella obsesión de los profesores de matemáticas por «las definiciones»? Pues en la vida las definiciones de las cosas también deberían estar claras: ¿qué es salir?, ¿qué es llegar?, ¿cuántos días tiene «un año» si usted está pagando una hipoteca?, ¿que quiere decir «a final de mes» en relación a su nómina?, ¿los precios anunciados incluyen IVA?, ¿qué quiere decir tener contratado el servicio de agua en casa?. Los abusos de muchas compañías, entidades, instituciones, etc., se mantienen sólo por nuestra actitud silenciosa ante las ambigüedades engañosas.●

Renato Descartes y el descubrimiento de la Geometría Analítica

Prof. Antonio Velázquez-Prof. Gloria Acosta

Artículo 2 - Una época de intolerancia

EN el artículo anterior mencionamos un desinterés uruguayo por la divulgación de temas vinculados a la historia de la Matemática. Antes de analizar las posibles causas de esa actitud hagamos nosotros un poco de historia.

Sabido es por todos que la vida de Descartes y la de Leibniz no transcurrieron en lechos de rosas. Vivieron en un período de intolerancia religiosa. En el siglo XVI había comenzado la Reforma (la luterana, la de Zuinglio, la anglicana, la calvinista, etc.). Para contrarrestarla, aparece la Contrarreforma; se funda la orden jesuita (y jesuitas fueron los primeros maestros de Descartes); se reúne el Concilio de Trento; se fortalece la Inquisición; y comienza en 1543 el Index de libros.

Para no abundar en temas muy conocidos, sólo citaremos unos pocos. El fisiólogo Miguel Servet, descubridor de la circulación secundaria de la sangre, murió en una hoguera ginebrina en 1553 condenado por los calvinistas (aunque se dice que Calvino, más humanitario que sus seguidores, sólo pretendía que fuera degollado). En 1600 el humanista Giordano Bruno sufrió similar suerte, sólo que a manos del Santo Oficio. *De Revolutionibus* de Copérnico ingresó póstumamente al Index, a raíz de las furias desatadas contra Galileo. Este fue desterrado, compareció ante la Inquisición, se le encarceló y torturó, cegándolo, y se prohibió su *Libro de los Diálogos* (el trágico destino de Galileo movió a Descartes a interrumpir la publicación de su *Tratado del Mundo*, que sólo se produjo en forma póstuma).

A la intolerancia religiosa no le fue en zaga la intransigencia política (muchas veces estuvieron íntimamente relacionadas). No hubo un solo año de las vidas de estos dos intelectuales en que no se estuviera desarrollando una guerra internacional o civil europea. Los desvelos imperialistas de Carlos V primero y de Luis XIV luego, tuvieron en jaque al continente que, en esa época, era el mundo; pero también hubo conflictos que no fueron generados por los dos estadistas. En apretada síntesis, a lo largo de dos siglos, encontramos: cuatro guerras entre Carlos V y Francisco I de Francia; una entre el Sacro Emperador y Enrique II de Francia; una invasión a los Estados Pontificios por parte de Carlos V y otra organizada por Felipe II de España, quien también guerreó contra Enrique II de Francia; disturbios permanentes en Flandes y los Países Bajos (al punto que, cuando hubo una tregua, mereció llamarse «de los Doce Años» por lo desacostumbrada); levantamientos del príncipe Carlos contra Felipe II, catalán y portugués, contra España; guerras civiles en Inglaterra e intervención de Cromwell; batallas de Felipe IV de España contra Carlos I de Inglaterra; disturbios de la «fronda» en Francia; guerras de Luis XIV contra Inglaterra, Holanda, Suecia, España, Estados alemanes e italianos, Austria; guerras del Norte entre suecos, ingleses, holandeses, daneses, Estados alemanes, rusos, polacos.

La perla de esta corona sangrienta fue la guerra de los Treinta Años (1618-1648). Descartes participó durante un período de su vida en esa contienda, movido por su afán de conocer mundo, costumbres y a los pensadores que solían acompañar a los príncipes guerreros. Leibniz no pudo disfrutar de la compañía de muchos colegas intelectuales, dado que antes de su nacimiento las aulas europeas se habían vaciado, no por muerte, sino por desinterés en las cuestiones del espíritu.●

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

1.– –Buenos días, señora.
–Buenos días; ¿qué desea?
–¿Tiene cambio para 100 pesetas?
–Espere que mire en la caja...; pues no, lo siento.
–¿Y para 50 pesetas?
–Pues... tampoco.
–¿Puede entonces cambiarme esta moneda de 25 ptas.?
–Deje que mire..., pues tampoco tengo. Realmente no le pudo cambiar tampoco ni una de diez pesetas ni una de 5.
–Bien, ya veo, no tiene Vd. nada suelto.
–Sí, sí; tengo dinero suelto, exactamente... 115 pesetas en monedas menores de 100 pesetas, pero no le pudo cambiar nada. Lo siento.
–Adiós.
¿Qué monedas tiene la señora?

••

2.– Si hacen falta 20 minutos para asar una chuleta (10 minutos por cara), tenemos que asar 3 chuletas, y en la parrilla que vamos a usar sólo caben dos cada vez, ¿cuál es la menor cantidad de tiempo necesario? ¿Cómo habremos de actuar para asarlas en ese tiempo?

••

I Olimpiada Matemática «Thales», Andalucía.

Estudia y describe gráficamente los movimientos que te hacen falta para intercambiar los lugares de las fichas, llevando las negras donde están las blancas y viceversa. Hazlo con el menor número de movimientos posible.

Observa que las fichas negras pueden mover de izquierda a derecha y de arriba abajo, y las blancas de derecha a izquierda y de abajo arriba.

Cada ficha puede ir a una casilla inmediata si está vacía o saltar por encima de otra de distinto color para ocupar una casilla vacía.

●	●	○
●		○
●	○	○

Soluciones a la semana anterior:

1.– ¡No son 9 segundos! Hay ocho espacios entre campana y campana, por tanto tarda 1,5 x 8 = 12 segundos.

2.– Supongamos que la arista mide 1, su área lateral será 4x1x1=4. Al dilatarse, la arista pasa a medir 1,5 y su área lateral será 9, por tanto aumenta en 5 unidades, lo que representa el 125%. En lo que se refiere al volumen el aumento será del 237,5%.

3.– La fracción que representa el agua contenida en el depósito es: 5/6.

Ciclo de Charlas

Les recordamos que el próximo lunes comienza el Ciclo de Charlas sobre Matemáticas y su relación con otras disciplinas, en la Facultad de Matemáticas, con motivo del 2000 Año Mundial de las Matemáticas.

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca

a menos c

GRATOS

100

$(a^2-c^2)/(a+c)$

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 1 ABRIL 2000 — NUMERO 13

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutilias Fernández

LAS MATEMATICAS EN GRECIA

¿Cómo y cuándo nació π?: Hipócrates de Quíos

Mariano Martínez Pérez *

¿CUANDO apareció por primera vez en la matemática el famosísimo y misterioso número π?

Pues tenemos la suerte de saberlo con bastante precisión (cosa rara). Unos cien años antes de que naciera Euclides, hacia el 440 a.C., lo descubrió un geómetra griego llamado Hipócrates de Quíos (no confundir con el famoso médico del mismo nombre, pero de la isla de Cos), mercader y navegante arruinado que se consoló dedicándose tardíamente a la filosofía y la matemática, según la tradición. Hipócrates consiguió unos resultados realmente bellísimos calculando el área (exacta por supuesto) de las primeras *figuras curvilíneas* de la historia de la matemática, las llamadas *lúnulas* o superficies planas limitadas por dos arcos de dos circunferencias. Hipócrates «cuadró» unas cuantas de esas lúnulas, no todas, pero todo parecía indicar que el goloso problema de *la cuadratura del círculo* estaba al alcance de la mano. ¡Desgraciadamente esto último era sólo una ilusión!

Como decimos, estos resultados son magníficos, pero no vamos a hablar aquí de ellos exactamente, sino de algo previo. ¿En qué se basa Hipócrates para cuadrar las lúnulas? Pues utiliza dos cosas solamente: la primera es el veterano Teorema de Pitágoras, ya bien conocido. Pero la segunda parece ser completamente original de Hipócrates. En aquel momento se trataba de lo que hoy llamaríamos una *conjetura*, puesto que Hipócrates no podría haberla demostrado, pero que sí la demostraría, casi cien años más tarde, Eudoxo, el discípulo de Platón. Nos transmite la demostración Euclides en los teoremas 1 y 2 del Libro XII (¡hay que ir y leerla, ya lo saben!).

Se trata del llamado *Teorema de Hipócrates*, que nos dice que: *La razón del área de un círculo al cuadrado de su radio, es la misma para todos los círculos*. Esa razón es, pues, una *constante universal* para todos los círculos posibles (¡y hay unos cuantos!).

A esa constante universal se la llamará mucho más tarde π, nuestro conocido y omnipresente número π (¡bueno, no crean, en realidad no es un número como Dios manda!) que aparece aquí y allá en la matemática.

Dos siglos más tarde, Arquímedes demostrará que esa mismísima constante universal π resulta *dividiendo la longitud de una circunferencia cualquiera por su diámetro*; de nuevo, ¡para cualquier circunferencia!

¡Misterioso y fascinante π, que sabemos cómo empieza, 3,1415926535..., pero no cómo acaba, porque sencillamente no acaba nunca, castigo de nuestra edad escolar!●

*** Profesor de la Fac. de Matemáticas de la Univ. Complutense y colaborador de la Fundación Orotava**

Viejos fantasmas

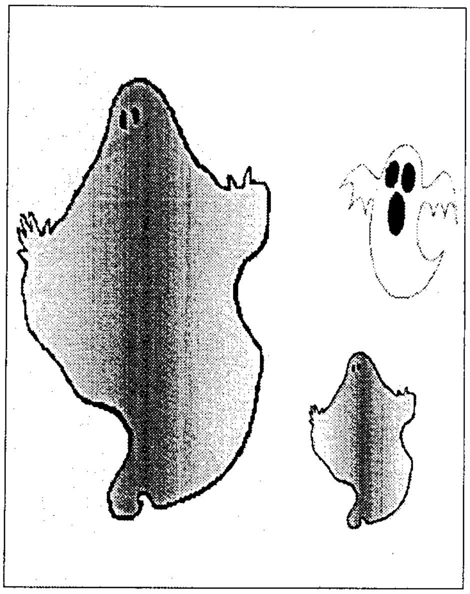
Antonio Core

MI experiencia profesional como profesor de Matemáticas de Enseñanza Secundaria me ha llevado a pensar que uno de los mayores lastres que existen para el aprendizaje de las Matemáticas, en el nivel de la Enseñanza Secundaria Obligatoria, es la opinión generalizada de que se trata de una materia difícil. Es frecuente encontrarnos con alumnos que manifiestan de entrada «no valgo para las Matemáticas», «no las entiendo», «no me van a salir los ejercicios», «son muy difíciles», «siempre se me han dado mal»... También en las entrevistas con los padres, es habitual escuchar «a mí tampoco se me daban bien», «nunca me gustaron», «yo fui siempre de Letras»...

Creo que la dificultad de las Matemáticas en el escalón universitario ha contribuido notablemente a trasladar esa imagen de la materia a la Enseñanza Secundaria. Indudablemente, los profesores hemos contribuido muchas veces a ello, incluso frecuentemente con satisfacción, disfrutando en ocasiones de la consideración social que supone el impartir una materia que numerosas personas consideran bastante inaccesible.

Esta opinión social sobre las Matemáticas no es reciente sino que posee una larga tradición que además de transmitirse «de generación en generación» se va robusteciendo, día a día, por las informaciones que por diversas vías todos vamos recibiendo.

Centrándonos en la segunda mitad del siglo, hay que reconocer que el enfoque de la enseñanza de las Matemáticas ha sido decisivo para la imagen actual de esta materia. Del modelo repetitivo, memorístico y autoritario propio de la enseñanza tradicional de los años cincuenta y sesenta se pasó a la gran revolución de la llamada Matemática Moderna, como reacción a la anterior situación. La famosa Teoría de Conjuntos se convirtió en la base del aprendizaje. Los niños comenzaron a estudiarla desde su más tierna infancia. Oleadas de ellos sorprendían y torturaban a sus, por otro lado, orgullosos padres con conceptos como unión e intersección de conjuntos, relaciones de



orden, relaciones de equivalencia, aplicaciones, inyectivas, suprayectivas, isomorfismos, grupos, anillos... De pronto pareció que se había alcanzado la modernidad. Este nuevo enfoque contribuyó notablemente a incrementar el prestigio social de las Matemáticas. Muchos padres eran incapaces de comprender los textos de sus hijos de diez o menos años. El dominar la Matemática Moderna tenía un halo de progreso. Parecía que, a pesar de estar todavía bajo la dictadura, el aire fresco, al menos en el terreno matemático, era capaz de llegar a nuestro país.

Algunas voces muy críticas se alzaron contra este nuevo enfoque. Recuerdo el libro de Morris Kline «El fracaso de la Matemática Moderna. ¿Por qué Juanito no sabe sumar?» publicado en inglés en 1973 y en castellano en 1976. Su título es francamente significativo y su contenido profético. El tiempo vendría a darle la razón. Volviendo a lo que nos ocupa, el destino de las Matemáticas siguió unido a la palabra dificultad.

Poco a poco se fue abandonando la Matemática Moderna pero quedó en el aire esa niebla de materia difícilmente asimilable, lejana a la realidad cotidiana. ¿Hay razones objetivas para que esa sensación persista? Sinceramente, a nivel de Enseñanza Secundaria Obligatoria, estoy convencido de que no. Existen otros problemas pero indudablemente los contenidos y objetivos en la enseñanza de las Matemáticas, en ese nivel, han cambiado notablemente. Conexión con la realidad, enseñar a descubrir, intuición, resolución de problemas, atención a la diversidad..., son ideas que pueblan hoy nuestras aulas. Entrados ya en el año 2000 todos debemos superar viejos fantasmas para conseguir modificar la actual visión que la sociedad posee de las Matemáticas Elementales. Yo, al menos, deseo que a mis clases no traigan los alumnos ideas preconcebidas que marquen su progresión, que frenen su esfuerzo. La coartada social de la dificultad puede suponer para algunos alumnos una justificación para no superarse ante los escollos que se puedan encontrar. También para otros puede significar el aprender en un clima tenso, impregnado del miedo al fracaso, a no valer...

Pero no todo es maravilloso. Los nuevos tiempos han traído a nuestras aulas problemas también nuevos, como el paso de la Enseñanza Obligatoria a los escalones siguientes, pero eso es ya otro tema. El de hoy es el de reivindicar que el año 2000 sea un punto de inflexión en la visión que la sociedad posee de las Matemáticas Elementales.●

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

1.- Juguemos con el millón.

¿Cuánto tiempo tardaría en contar un millón de pesetas, peseta a peseta, suponiendo que cuente una cada segundo?

Con un millón de pasos, ¿podrá llegar caminando desde Santa Cruz a Candelaria?

••

2. *- Sean x e y dos números iguales. Será*

1º) $x = y$.

Si multiplicamos por x ambos miembros, se tiene:

2º) $x^2 = xy$

Si ahora restamos y^2:

3º) $x^2 - y^2 = xy - y^2$

Como el primer miembro es una diferencia de cuadrados y en el segundo podemos sacar factor común a la y, quedaría:

4º) $(x + y) . (x - y) = y (x - y)$

Dividimos por $x - y$, resultando:

5º) $x + y = y$

Pero, por la primera igualdad, podemos escribir x en vez de y:

6º) $x + x = x$, o sea, $2x = x$

Si, finalmente, dividimos por x, se llega al sorprendente resultado:

7º) $2 = 1$

¿Cuál es el paso ilegítimo? Porque tendrá que haber un paso no legal ¿no?

••

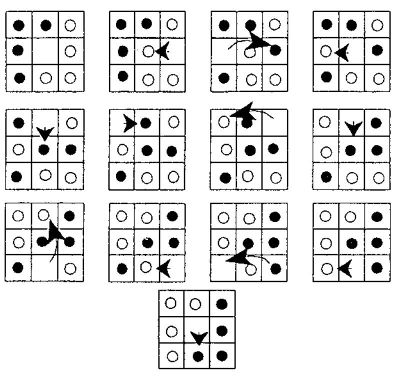
II Olimpiada Matemática «Thales», Andalucía.

Un cilindro es doble de alto que otro, pero el segundo es una vez y media más ancho que el primero. ¿Cuál tiene mayor volumen?

Soluciones a la semana anterior:

1.- La señora tiene una moneda de 50 ptas., una de 25 y 4 de diez pesetas.

2.- Con 30 minutos se asan las tres chuletas.



JEROGLIFICO

A. Montesdeoca

Un tetraedro

ENGRASE
IMPORTA
500
RARO

¿Qué poliedro regular es?

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 1 ABRIL 2000 NUMERO 13

Los números del dinero que viene...!

Manuel Pazos Crespo (Coque)

EL símbolo del euro, €, está inspirado en la letra griega épsilon y remite a la primera letra de la palabra Europa. Sin embargo la abreviatura oficial que se utiliza con fines económicos, financieros y comerciales es Eur.

Actualmente está en marcha la impresión de ¡trece mil millones! (13.000.000.000 ó 13 x 10^9) de billetes en euros. Estos billetes de 5, 10, 20, 50, 100, 200 y 500 €, fueron diseñados por Robert Kalina, del Banco Nacional de Austria, ganador del concurso organizado en 1996 por el Instituto Monetario Europeo.

El número de monedas que se pondrán en circulación el 1º de enero del 2002 es algo más de cuatro veces (4,3) superior al de billetes. Nada menos que ¡cincuenta y seis mil millones! (56.000.000.000 ó 56 x 10^9) de piezas. Al dividirse el euro en cien céntimos, se previó una serie de ocho monedas de 1, 2, 5, 10, 20, 50 céntimos, 1 y 2 euros, con el diseño de una cara común a todos los países de la zona euro.

Como vemos, hablar de dinero es hablar de números, pero además de los números derivados las emisiones, valor de las monedas y billetes y de los cálculos de conversión, hay otros procedentes de comparar las dos unidades monetarias, la actual y la futura. Fijémonos, por ejemplo, en las monedas.

Las monedas tienen unas características que obtenemos directamente a través de la observación (forma, color,...) o de una medición (masa, grosor,...) y otras indirectas que logramos a través de un sencillo cálculo a partir de las anteriores.

Si oganizamos toda esta información en un cuadro o tabla de doble entrada, podremos observar mejor algunas características, traducidas a números, de las distintas monedas y compararlas.

Algunas curiosidades:

—Se mantienen los mismos colores, blanco y amarillo, y se añade el cobrizo para las tres monedas de menor valor.

—El diámetro de la moneda de mayor valor, 2 €, es menor (12,875 mm x 2) que el de la moneda actual de 500 ptas. (14,00 mm x 2); el diámetro de la más pequeña, 0,01 €, es mayor (16,25 mm) que el de la peseta (14,00 mm).

—El grosor de las monedas euro es considerablemente menor que el de las actuales; y lo mismo ocurre con su peso.

Evidentemente podríamos continuar con la observación, pero huelga que lo hagamos nosotros. Por cierto, a veces, suelen utilizarse como sinónimos un millón de pesetas y un kilo. Claro que un millón de pesetas en monedas pesaría más de un kg.

Pues bien, teniendo en cuenta que el dinero es bastante pesado, ¿qué cantidad en monedas, a partir del 1º de julio del 2002, sería capaz de llevar usted en una bolsa de viaje?●

La numeración egipcia

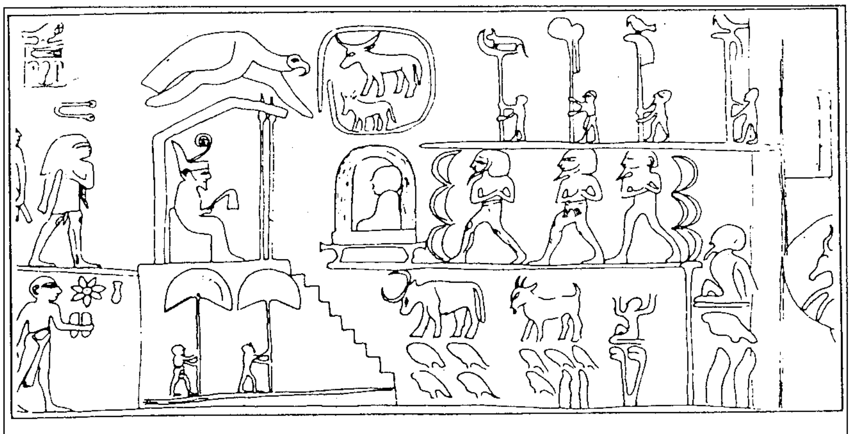


Fig. 1 **Maza del rey Narmer (principios del III Milenio antes de J.C.).**

Luis Balbuena

LA cultura del antiguo Egipto es, sin duda, una de las más apasionantes y misteriosas de cuantas han existido. Nos legó esas impresionantes construcciones (pirámides, templos,...) que muestran su grandiosidad. Utilizó un sistema de escritura (jeroglífica) que estuvo ignorado durante casi dos mil años. En efecto, cuando los romanos incorporaron Egipto a su imperio e impusieron sus leyes, su escritura y su cultura, lo egipcio languideció hasta tal punto que al morir el último escriba, se muere con él todo el saber acerca de cómo escribir y leer los jeroglíficos. Habrá que esperar a que el francés Champollion (1790-1832) pudiese descifrarlos de nuevo en 1822 y poder así penetrar en aquella sabiduría.

El sistema de numeración utilizaba la base diez, la misma que se utiliza hoy en todo el mundo. Quiere esto decir que cada diez unidades de un orden, forman una unidad del orden superior. Nosotros decimos:

10 unidades = 1 decena.
10 decenas = 1 centena.

Pero la gran diferencia entre aquel sistema y el nuestro se centra principalmente en la forma de escribir las cantidades, mientras el nuestro es un sistema «posicional», es decir, cada dígito toma un valor que depende del lugar que ocupa en la cifra, el egipcio es «acumulativo», que significa que se suman (acumulan) los símbolos que aparecen. Veámoslo con ejemplos:

En el sistema nuestro, sea, por ejemplo, la cifra 3.038. El primer 3 de la derecha marca las decenas y toma, por tanto, el valor 30. El otro, en cambio, vale 3.000 al ocupar el lugar de las unidades de mil. El 0 indica que no hay centenas en este número.

Los símbolos usados por los egipcios son, según G. Ifach («Las Cifras», Alianza Editorial), los que aparecen en la figura 2.

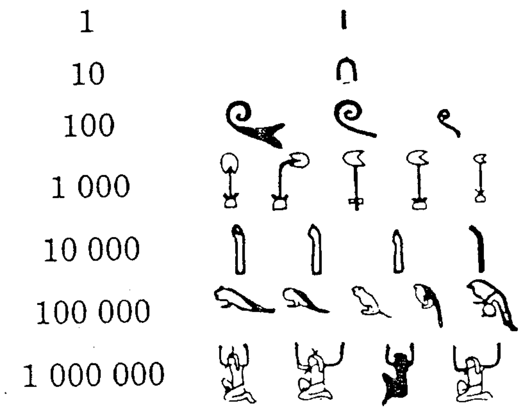


Fig. 2 **Las cifras jeroglíficas egipcias.**

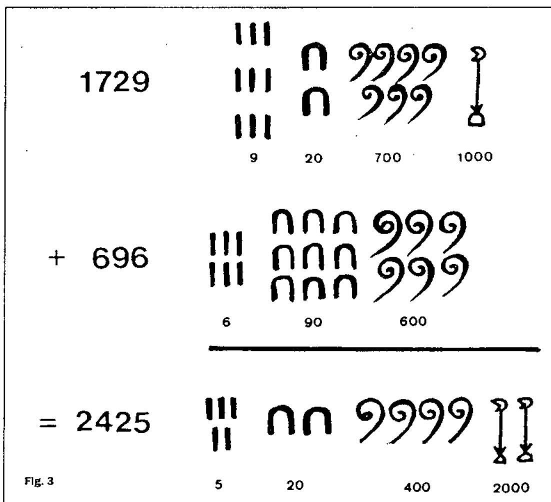


Fig. 3

En Hierakónpolis, que es una antigua ciudad egipcia situada en el margen izquierdo del río Nilo, a unos 100 km. de la primera catarata, se ha encontrado una maza que perteneció al rey Narmer, quien unificó el Bajo y Alto Egipto hacia el 2900 A.C. En esa maza se puede apreciar uno de los más antiguos testimonios de la escritura y de la numeración egipcia.

La figura 3 muestra un ejemplo de suma de números escritos en los caracteres que utilizamos hoy y en los caracteres egipcios. Obsérvese que cada diez unidades de un orden menor son sustituidas por una de orden superior.●

Renato Descartes y el descubrimiento de la geometría analítica

Prof. Antonio Velázquez / Prof. Gloria Acosta

Artículo 3: Algo más sobre intolerancia

Ya hemos analizado las circunstancias políticas y religiosas que precedieron y acompañaron la vida de Descartes y la de Leibniz. Ambos hombres debieron vivir en un mundo peligroso y rencoroso y, a pesar de haber sido prudentes, sufrieron sus embates.

Leibniz vio amargados sus últimos años por no poder acompañar a su soberano, el príncipe Jorge, a su nuevo destino como Rey de Inglaterra, a pesar del logro significativo del matemático, que había conseguido que Hannover se convirtiera en Electorado. De este modo, Newton (que era partidario de los Tories y, por ello, contrario a Jorge) consiguió una minúscula venganza personal; tan minúscula que, a casi tres siglos de aquellas maquinaciones, la casa reinante inglesa sigue siendo la de Hannover.

Descartes que, en carta a Guez de Balzac, decía con referencia a Holanda «¿Hay un país en el mundo donde se sea más libre?», pronto debió abandonar su segunda patria en la que sólo la reticente intervención del embajador francés pudo evitar que sus libros fueran quemados y él condenado por ateismo a iniciativa de Voetius, Rector de la Universidad de Ultretch.

Nemrod, Prometeo, Xehlua encabezaron empresas que despertaron la ira de sus respectivas divinidades. Descartes y Leibniz parece que obraron de modo similar, porque sus existencias estuvieron marcadas por un sino fatal.

La madre de Descartes murió a los pocos días de haberlo dado a luz. En sus brazos falleció su única hija, Francine. La muerte, en 1632, de Gustavo Adolfo, batiéndose valerosamente en el norte de Alemania, llevó a su hija Cristina al trono de Suecia; los caprichos de esta Reina, que dio asilo a Descartes pero le impuso la carga de recorrer un largo trecho hasta el palacio en medio de las inclemencias del invierno sueco para hablar de filosofía a las cinco de la mañana, provocaron la prematura muerte del filósofo, víctima de neumonía. Si hubiera muerto, digamos, veinte años después ¿habría podido llegar a influir directamente sobre Leibniz, quien debió realizar un duro aprendizaje autodidacta de la herramienta matemática cartesiana?

Leibniz sufrió la pérdida de su padre cuando contaba con sólo seis años de edad. La muerte del Elector de Maguncia y de su ministro al año siguiente de haber comisionado a Leibniz, hizo culminar su destino diplomático en Francia, país donde también se le negó la cátedra Ramée -vacante a causa del fallecimiento de Roberval- por su condición de extranjero.

Póstumamente sufrieron sus nombres y sus obras similares embates.

En el funeral de Leibniz no lo honró ninguno de sus coterráneos; sólo la Academia de Ciencias de París hizo un homenaje por medio de su secretario, Fontenelle. Voltaire, ignorante en Filosofía y mucho más en Matemática, pero influido por el newtoniano Maupertuis, trazó una ridícula caricatura de Leibniz en *Cándido* (1759); quienes aún hoy mencionan la supuesta tolerancia volteriana (sólo a causa de una frase bonita que pronunció sin convicción) deberían tomar nota de lo que dejamos señalado.

Cuando el amigo de Descartes, Chanut, embarcó en Suecia sus obras póstumas con destino a Francia, éstas se perdieron en un naufragio. En 1663 la Congregación del Index hizo que las obras de Descartes siguieran la misma suerte que las de Copérnico y las de Galileo. En 1667 cuando finalmente los restos del pensador pasaron a reposar en su patria, en la iglesia de Saint-Etienne du Mont, el padre Lallemand, canciller de la Universidad, se aprestaba a realizar su elogio fúnebre; le fue imposible, dado que recibió una orden real que prohibía toda alabanza.●

2000 año mundial de las matemáticas

EL DIA, SABADO 8 ABRIL 2000 NUMERO 14

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

LAS MATEMATICAS EN GRECIA

Los tres problemas geométricos de los griegos, imposibles de resolver

Mariano Martínez Pérez *

LOS geómetras griegos aceptaron muy pronto dos tipos de figuras como las absolutamente básicas para su geometría (aparte de los puntos): las rectas y las circunferencias. Y, en principio, el ideal deseable era resolver todos los problemas o «construcciones geométricas» utilizando esas dos figuras, nada más. Muy bien, pero ¿en qué se basaba esta exigencia tan estricta? Pues en los dos sencillos hechos siguientes:

—Por dos puntos distintos pasa una recta y sólo una.

—Dado un punto cualquiera como centro, hay una circunferencia y sólo una con ese centro y que pasa por otro punto cualquiera dado.

Es decir, lo que los matemáticos llaman condiciones de existencia y unicidad, lo mejor de lo mejor.

Como lo que se usa para trazar una recta por dos puntos es una regla (¡todo lo larga que haga falta, eso sí!), y para trazar una circunferencia un compás, de ahí el decir que toda construcción geométrica debía hacerse con regla y compás.

Bueno, muy bien, además es bonito y elegante, ¿qué más se puede pedir? Pues va a haber lío, ya lo verán. Los griegos se plantearon, entre otros muchos, tres problemas de construcciones (hoy llamados los «tres problemas clásicos») aparentemente muy sencillos e inocentes, pero que se resistieron a todos los intentos de resolverlos. ¿Qué es lo que ocurría? ¿Acaso los grandes geómetras griegos no eran lo bastante inteligentes para resolverlos? No, qué va; lo que ocurría es que eran, a pesar de todo, «demasiado difíciles», porque, como se demostró, pero muchos siglos más tarde, sencillamente eran imposibles de resolver con regla y compás. ¡Se buscaba algo, una construcción, que en realidad no existía! Demasiado difícil encontrar lo que no existe.

Los tres famosos problemas eran:

a) Duplicar un cubo: dada la arista a de un cubo, construir la arista x de otro cubo de volumen doble que el primero, es decir tal que $x^3 = 2\ a^3$.

b) Dividir un ángulo cualquiera en tres partes iguales. (En dos o cuatro partes es trivial, con ayuda de la bisectriz, ¿por qué no en tres?

c) (y el más difícil de los tres): Dado un círculo de radio r, construir el lado a de un cuadrado que tenga área igual al círculo, es decir, tal que $a^2 = \pi\ r^2$.

No parecen tan difíciles ¿verdad? Bueno, pues docenas y docenas de buenos matemáticos no consiguieron resolverlos en más de 2.000 años. Al final se demostraría con todo rigor su imposibilidad.

Cualquier demostración matemática de imposibilidad es impresionante y parece casi milagrosa. ¡Es que, de golpe, se demuestra una verdadera infinitud de imposibilidades: no se puede hacer ni en 10 pasos ni en un trillón de trillones de ellos, ni en un trillón elevado a un trillón de pasos, ni en muchísimos más (un paso sería aquí trazar una recta o una circunferencia)! Lo dicho, un auténtico milagro. Piénselo un poco, por favor.●

*** Profesor de la Fac. de Matemáticas de la Univ. Complutense y colaborador de la Fundación Orotava**

Las matemáticas como lenguaje de la ciencia económica

Concepción González Concepción
Mª Candelaria Gil Fariña

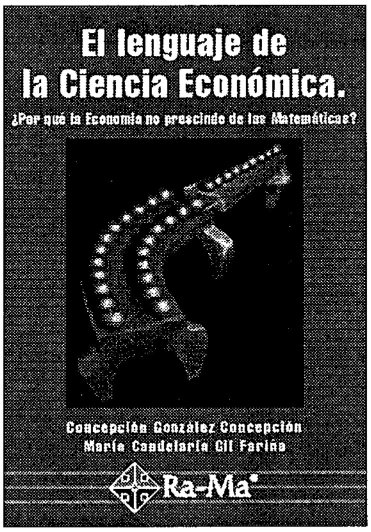
LA universalidad y utilidad de las matemáticas como lenguaje científico y método de razonamiento, han labrado por sí mismas, a lo largo de más de veinte siglos de historia, el interés por ellas de otras ramas del saber como las ciencias naturales –en particular la física– que han caminado conjuntamente durante mucho tiempo con motivaciones comunes, posteriormente las ciencias de la vida, en particular la biología, cuyo desarrollo ha servido de espejo en muchos temas económicos y, más recientemente, las ciencias sociales, en particular la economía, que si bien es la más joven de las mencionadas, no deja de ser curioso observar que comparte las motivaciones iniciales y orígenes primitivos (contar y medir) de las matemáticas.

Esta relación de las matemáticas con el desarrollo del conocimiento humano en general y su universalidad, las convierten en el elemento de unión entre todas las demás ciencias.

Hoy en día parece que podría consensuarse una postura dominante que vendría a resaltar el interés de un lenguaje científico para la economía y el importante papel que tiene la contrastación de teorías y el compromiso social para entender los procesos económicos y poder colaborar en la resolución de los grandes interrogantes económicos que planean en nuestra sociedad.

Puede decirse que desde el siglo pasado —momento en el que se produce una auténtica revolución en el mundo de los economistas comenzando la matemática a invadir los razonamientos económicos— hasta la actualidad, las matemáticas se han convertido, sobre todo en las últimas décadas, en un elemento de ayuda inestimable en las tareas y objetivos de la economía, permitiendo la elaboración de modelos teóricos capaces de explicar relaciones económicas cada vez más complejas. Las matemáticas no sólo han dotado al discurso y a las investigaciones económicas de las características de rigor y generalidad, sino que la solidez teórica que ha adquirido ha conferido a la economía el carácter de un programa de investigación progresivo.

Actualmente, la relación entre las teorías matemáticas y, en general, de la lógica matemática con la cibernética, las ciencias de la computación, la lingüística estructural... ha permitido crear una deseable y positiva colaboración teórica y aplicada, que permite situar a las matemáticas más cerca de los no profesionales de éstas. Por un lado se progresa en la consecución de un lenguaje cada vez más «natural» para comunicar a los usuarios con el ordenador mientras que, por otro, la forma de «operar» de estas máquinas en memoria, en principio de aritmética finita, está cada



vez más cercana a lo que es el lenguaje simbólico científico propio de las matemáticas. Las matemáticas, que a lo largo de este siglo han permitido acercar la ciencia a la industria, llegan cada vez más al usuario en general, que, casi sin saberlo, las utiliza continuamente en su trabajo, en sus comunicaciones, en sus decisiones personales y profesionales y en su vida diaria.

El progreso en los lenguajes dirigidos a objetos de Internet se presenta además como una nueva visión de la programación, del uso de la informática y de las ciencias de la computación.

El hecho de que ciertas ramas de las matemáticas se hayan desarrollado al servicio de la economía hace pensar, por tanto, en unas «matemáticas sociales». Hay quienes piensan que si queremos que la humanidad armonice vida y tecnología, ecología y economía, sería más conveniente renunciar a la idea actual de crecimiento económico, que sólo favorece a unos pocos, en favor del crecimiento de la inteligencia colectiva.

Está claro que la ciencia económica, como cualquier otra, necesita hoy, al igual que siempre, de un nuevo impulso que aporte nuevos caminos, nuevas ideas. Y en este sentido, quizá, la matemática tiene mucho que enseñar a la ciencia económica (por su experiencia) y esta última mucho que exigir a la primera (por sus nuevos y «jóvenes» problemas), a raíz de la observación de que la relación entre ambas se basa no tanto en que los resultados concretos que hoy se conocen en matemáticas tengan su análogo o no en la ciencia económica, sino en que la metodología que utiliza la matemática desde sus principios no es fundamentalmente distinta de la que vienen utilizando los economistas teóricos para resolver sus problemas.

El inconveniente principal puede radicar en el empeño de muchos economistas teóricos en resolver sus problemas a base de antiguos principios matemáticos que se desarrollaron paralelamente a las ciencias físicas o de comportamientos estáticos, y muchos de los cuales surgieron en un momento dado para resolver problemas concretos de estas últimas. Sus hipótesis, por tanto, son, a veces, demasiado limitadas y concretas (carentes de parámetros) para explicar a priori determinados procesos sociales y humanos.

En los últimos años, la incorporación progresiva de los procesos de innovación y de cambio tecnológico en el cuerpo del análisis económico también colabora para intentar unir las vertientes teórica y empírica hacia una economía aplicada, lo que constituye una de las características que viene motivando a los economistas desde finales del siglo XIX.

Algunas de las investigaciones actuales en matemáticas que se muestran más sugerentes para la evolución de la ciencia económica son la programación matemática y la teoría de juegos, la investigación operativa, el análisis numérico y las matemáticas de computación, la teoría de la aproximación de funciones y la modelización de series de datos estocásticos, la matemática borrosa y la matemática cualitativa que ofrecen un fabuloso medio de exploración y modelización de la complejidad de la naturaleza en este tránsito al siglo XXI.

Hoy, al igual que ayer, se nos presenta la tarea de someter constantemente las verdades admitidas a un análisis crítico sin concesiones, estando abierto siempre a examinar favorablemente las ideas opuestas y a fomentar la investigación que pueda refutar las proposiciones en las que uno cree. No debemos, pues, transmitir nunca la idea de una ciencia construida sino por construir, en permanente elaboración.

Y desde luego, será más fácil y enriquecedora la investigación en cualquier campo y, en particular, en la economía, si especialistas teóricos de diferentes ramas o ciencias están dispuestos a colaborar en programas conjuntos en los que cada cual aporte sus experiencias, pues la combinación en una sola persona de todas las dimensiones posibles es cada vez más difícil a medida que se producen nuevos avances.

Sin duda, las ideas que yacen en torno a las ciencias sociales hacen de la economía el elemento de unión entre las dos grandes culturas del mundo, la científica y la humanística, siendo precisa por nuestra parte una aptitud dirigida más a «buscar» que a «poseer».●

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

1.– Un señor entra en una librería. Compra un libro que vale 700 pesetas. Le da 1.000 pesetas al librero y, como no tiene cambio, se acerca a un comercio que está al lado. Regresa, le devuelve 300 ptas. al señor y éste se va. Al cabo de un rato, viene a la librería el comerciante de al lado para decirle al librero que le había dado un billete de 1.000 ptas. falso. El librero lo comprueba y le da un billete auténtico. Tras esta operación última, ¿cuánto dinero perdió el librero?

••

2.– Los siguientes números se han obtenido por cierto procedimiento que Vd. debe descubrir y poder así rellenar el hueco que se ha dejado vacío:
1; 2; 6; 24; 120; 720; 5040; 4032 □

II Olimpiada matemática «Thales»; Andalucía.

Sobre un grupo formado por 320 personas, hay: 15 que practican fútbol, atletismo y baloncesto; 23 que practican fútbol y baloncesto; 36 que practican atletismo y baloncesto; 28 que practican atletismo y fútbol; 64 que practican baloncesto; 61 que practican fútbol y 75 que practican atletismo. ¿Cuántos no practican ningún deporte?

Soluciones a la semana anterior:

1.– El millón tardará más de 11 días en contarlo y ello sin parar. Con un millón de pasos, suponiendo que cada uno mida 0,6 m. podrá recorrer 600 kms.

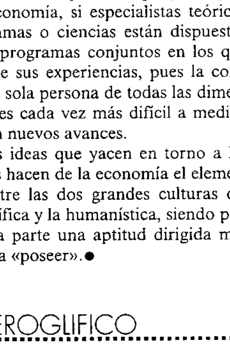
2.– El quinto. No se puede dividir por cero.

3.– El volumen del segundo cilindro es 1,125 veces el del primero.

Les recordamos nuestra dirección: **2000, Año Mundial de las Matemáticas. Apartado 329. 38200 La Laguna. Tenerife.**

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca



¿Cuánto quieres por el cuadro?

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 15 ABRIL 2000 NUMERO 15

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

Las matemáticas durante la dominación romana

*José L. Montesinos**

DESDE nuestra actual visión de las cosas, puede sorprender la total ausencia de grandes matemáticos en la civilización romana, más aún, si pensamos en las grandes construcciones del imperio romano: puentes, acueductos, carreteras, que todavía hoy se conservan. Los historiadores de las matemáticas para explicar esta carencia suelen recurrir a una frase de Cicerón (106-43 a.C.), el brillante abogado y orador latino, que en su libro Tusculanae Disputatione dice:

«En la sociedad griega, la geometría era tenida en gran consideración y nada era más ilustre que el cultivo de la matemática. Para nosotros, sin embargo, este arte está limitado a la utilidad de medir y calcular».

Esta frase es interpretada por algunos como la expresión del desprecio que los intelectuales romanos sentían por la teoría. Otros, sin embargo, ven en este pensamiento una consideración nostálgica de algo que se había perdido. Roma dio competentes juristas, ingenieros y arquitectos, pero no produjo matemáticos ni filósofos. Este desapego por las disciplinas teóricas del saber interesándose sólo por el cultivo de las facetas prácticas del conocimiento al servicio de la vida, parecen mostrar por un lado, que se pueden hacer magníficos puentes sin saber matemática teórica, y por otro, que cada sociedad, cada cultura, determina una relación con las matemáticas, con lo numérico y lo espacial, acorde con su propia visión del mundo.

Pero ¿qué se explicaba en las escuelas romanas? La educación descansaba sobre la noción fundamental del respeto a la costumbre ancestral; el elemento intelectual se desarrollará por influencia griega, pero en general el joven romano aprende lo que debe saber un propietario rural, y en primer lugar, agronomía. Aprende también oratoria, y el derecho público y privado. La numeración romana no se prestaba a la creación de algoritmos de fácil aprendizaje como los que se enseñan a nuestros niños con la numeración decimal; y así, las operaciones elementales con números se realizaban con la ayuda del ábaco, siendo un conocimiento de especialistas.

En todo caso, Quintiliano (35-96 d.C), maestro y educador romano, nacido en Hispania, decía en su Instituto Oratoria que según la opinión común la geometría era apreciada no sólo para medir terrenos sino también por lo que servía para el adiestramiento al orden y al buen razonar.●

***Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia**

Sistemas, máquinas y matemáticas

Tomás Sánchez Giralda

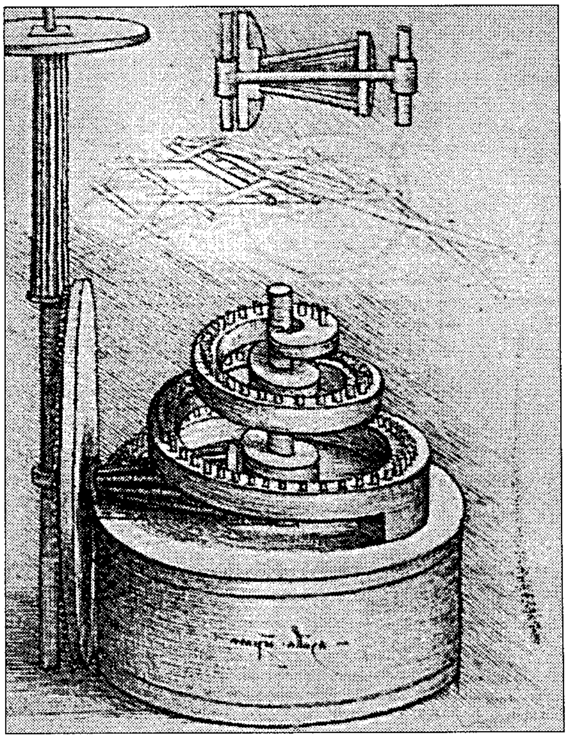
LOS continuos, rápidos y sofisticados avances que se producen en Ciencia y Tecnología plantean problemas a la hora de su divulgación. Incluso entre especialistas resulta difícil, a veces, la asimilación de tales avances cuando, además, se produce en ocasiones una complicación del lenguaje que se utiliza en todos los ámbitos del conocimiento científico y tecnológico. Así, por ejemplo, el término máquina se utiliza en diferentes ámbitos y el de la Matemática no es una excepción. En ella, los términos máquina y sistema se entienden de la misma forma. Las preguntas pueden ser variadas: ¿Qué es un sistema? ¿Por qué hablar de sistemas o máquinas en Matemáticas?

Una definición de sistema, en sentido amplio, puede tomarse como toda colección de objetos relacionados entre sí, los estados, de manera que como reacción a ciertos impulsos o entradas del sistema se producen diferentes tipos de respuestas o salidas del mismo. Así, por ejemplo, un coche, una cosechadora o una cadena de producción de cualquier fábrica son modelos de sistemas que recibiendo órdenes o impulsos de entrada por parte del conductor, operarios u otros responsables, permiten obtener las correspondientes respuestas o salidas como son el recorrido de ambos vehículos o los productos manufacturados correspondientes. La Economía de un país es otro modelo de sistema, en este caso económico. Los impulsos son muchos y de diverso tipo, como son la materia prima, la inversión, importaciones y exportaciones, mano de obra, etc., que son transformados como salidas en una variedad de productos como PIB, empleo, servicios, etc. En fin, el mismo cuerpo humano es un magnífico ejemplo de sistema biológico.

En una clasificación muy amplia de los sistemas, aquellos cuyos componentes son independientes del azar se llaman determinísticos. Por contra, aquellos sistemas para los que no existe tal independencia reciben el nombre de sistemas estocásticos.

Los sistemas pueden ser descritos de dos formas diferentes. La primera está dada en términos de variables externas al sistema —los impulsos o entradas y las respuestas o salidas— es la más antigua en tratamiento y se la conoce por descripción impulso/respuesta, o de caja negra. La descripción interna corresponde a aquella en la que se puede dar la correspondiente descripción del espacio de estados. El paso de la primera a la segunda es un problema nada sencillo, a diferencia del caso contrario que es relativamente inmediato. El poder construir el espacio de estados desde los datos proporcionados al medir variables externas corresponde al llamado problema de la modelización.

En definitiva, la teoría de sistemas estudia modelos por lo que la Matemática es el medio natural para su estudio. De hecho, la teoría abstracta de modelos matemáticos es el puente que permite pasar de los experimentos a la teoría. Tales modelos son esquemas matemáticos facilitados por la experimentación y que permiten la comprensión de datos del propio sistema.



En la práctica, los sistemas se han ido convirtiendo cada vez en mayores y más complejos. Ello ha obligado a que cada vez sea más necesario generar medios de control y automatización para los mismos, tomando como base el principio de realimentación y del que un buen ejemplo es el regulador de fuerza inventado por J. Watt hace más de dos siglos. Pensemos, por ejemplo, en la enorme diferencia existente entre los primeros aparatos de vuelo y los sofisticados aviones de la actualidad, donde los problemas a tratar para estos modelos de sistemas son muy grandes por la gran complejidad que presentan. En esta línea, es conocido que si eliminásemos de una de las actuales aeronaves las componentes que, de una u otra manera, tienen su origen en fundamentos matemáticos, entonces los vuelos no serían posibles.

La teoría matemática de sistemas y control ocupa un lugar destacado tanto en investigación básica como aplicada. Tiene fuerte relación y amplias conexiones con otras disciplinas científicas, empleando métodos y técnicas de todas las áreas de conocimiento de las Matemáticas.●

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

1.- *Un príncipe fue condenado a pasar el resto de sus días en un cuadrado de tierra lejos de la civilización. Para que no pudiera escapar, cavaron una fosa a su alrededor de 3 metros de ancho, y que era tan profunda que no se oían las piedras al llegar al fondo. La Princesa Valiente, que amaba al príncipe, corrió a rescatarlo. Pero cuando llegó tan sólo encontró dos tablones de 2'9 metros de largo cada uno. ¿Podrá la princesa rescatar al príncipe?*

••

2.- *Una guagua sale a las 9 en punto de Los Cristianos a Santa Cruz a 100 Km./h. Otra sale de S/C a Los Cristianos también a las 9 horas pero sale a 50 kms. por hora. Cuando las guaguas se cruzan, ¿cuál está más cerca de Santa Cruz?*

••

IV Olimpiada Matemática Castellón

Para una merienda con dos mesas de comensales se han comprado las siguientes botellas de un determinado refresco: 4 botellas de un litro, 5 botellas de 3/4 litro, 6 botellas de 1/2 y 5 botellas de 1/4 de litro. Se quiere repartir entre las dos mesas de modo que a cada una de ellas le corresponda igual número de botellas e igual cantidad de refresco. ¿Cómo se hará?

Soluciones a la semana anterior:

1.- El librero perdió 600 ptas. y un libro de 700 ptas.

2.- ¡Factorial! El cero.

3.- Diagrama de Venn. 102.

Les recordamos nuestra dirección: **2000, Año Mundial de las Matemáticas. Apartado 329, 38200 La Laguna-Tenerife.**

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca

Sincero si es

10

30

50

9

¿Dice siempre lo que piensa?

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 22 ABRIL 2000 NUMERO 16

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

Las matemáticas en China

(1ªparte)

*Ana Delgado Marante**

LOS inicios de la civilización china transcurren paralelos a los de las demás grandes civilizaciones de la antigüedad (hindú, mesopotámica y egipcia) aunque la tradición de este pueblo hace comenzar su historia en un tiempo impreciso, en el que gobernaron un grupo de sabios, los Emperadores Míticos. Entre ellos, Yu el Grande funda la, también mítica, primera dinastía, la de los Hsia, la cual permanecería en el poder aproximadamente entre los siglos XX y XVI a.n.e. De este emperador se dice que viajó por todo su reino después de unas inundaciones, portando en la mano izquierda una plomada y en la derecha un compás y un gnomon (especie de cartabón). Alusiones a estos y otros recursos matemáticos que tienen que ver con una incipiente geometría y aritmética se repiten en textos sobre la antigua China. Sin embargo, los primeros documentos matemáticos que han llegado hasta nuestros días podríamos situarlos en el 300 y 250 a.n.e. y son el *Zhoubi Suanjing (El clásico de la aritmética del gnomon y de los caminos circulares del cielo)* y el *Jiuzhang Suanshu, JZSS, (Los nueve capítulos sobre el arte matemático)*. El *JZSS* ha sido para las matemáticas chinas lo que *Los Elementos* de Euclides para las matemáticas occidentales. Marcó el modelo a seguir en la manera de enfocar los problemas, en la forma de exposición matemática, en el vocabulario, en la clasificación en nueve tipos,... Referencia obligada de todo matemático posterior, enriqueció sus páginas con comentarios acumulados durante 21 siglos.

En la base de los desarrollos matemáticos del *JZSS*, o mejor aún, en la de todas las matemáticas chinas, aparece un instrumento, las «varillas de contar», unos palitos con los que representaban los números al colocarlos sobre una superficie plana. Las varillas de contar se esconden en cuestiones tan interesantes como:

1) El manejo de un sistema numérico posicional y decimal con nueve símbolos del que hay evidencias en el s. II a.n.e. El cero, en principio, un espacio vacío en el tablero, figura ya como grafismo en documentos del s. VIII.

2) La utilización de números negativos. Los encontramos por primera vez en la historia de las matemáticas, en los cálculos para resolver algunos problemas del *JZSS*.

3) El «método *fang cheng*», para resolver sistemas de ecuaciones lineales con varias incógnitas, utilizado ya en el *JZSS* y que es, en esencia, nuestro método de Gauss del s. XIX.

4) El álgebra del s. XIII. Resolución de ecuaciones polinómicas de grado mayor que 3, congruencias simultáneas, nuevas formas de resolver sistemas de ecuaciones, sumas de series y problemas de interpolación, forman un conjunto de trabajos con los que las matemáticas chinas alcanzan su más alto nivel. Desarrollos excelentes donde se utilizan recursos y algoritmos que aparecerán varios siglos después en Europa como, por ejemplo, el método de Horner o el triángulo de Pascal.●

*** Profesora de Matemáticas. Colaboradora de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia**

Resolviendo un problema

Este texto de José Echegaray (tomado de sus Recuerdos, tomo 1) se refiere al proceso de solución de un problema matemático, o más en general al de creación matemática. Tiene especialmente valor ya que son escasos los testimonios de matemáticos sobre este tipo de actividades intelectuales.

José Echegaray (1832-1916) fue profesor de matemáticas en la Escuela de Ingenieros de Caminos y catedrático de Física Matemática en la Universidad Complutense de Madrid, habiendo contribuido de forma importante a la actualización de las matemáticas en España durante el último tercio del siglo XIX. Personaje polifacético, fue diputado y ministro en varias ocasiones, además de célebre dramaturgo distinguido con el Premio Nobel de Literatura en 1904.

José Echegaray

YO tenía ya veintiocho o treinta años... He aquí lo sucedido.

Acababa de estudiar dos hermosísimas obras de matemáticas de un insigne geómetra francés –Chasles–, a saber: la Geometría superior y el Tratado de cónicas, y andaba yo a vueltas con las relaciones anarmónicas y con la involución. Se me presentó, con aquel motivo, un problema de cónicas, y no pude resolverlo por más esfuerzos que hice. Estuve muchos días asaltando la fortaleza inexpugnable del problema, y ¡siempre inexpugnable!

Era una obsesión constante. Daba mis clases distraído, hablaba distraído con la gente, me dormía inquieto y me despertaba de mal humor. Cuando yo no puedo resolver un problema, estoy constantemente nervioso e irritado. Los que me vean y me tratan con alguna intimidad, creen que tengo algún disgusto muy profundo; y, en efecto, lo tengo, porque un malestar profundísimo invade todo mi ser. Hay algo de enojo; casi me atreveré a decir de ira; me parece que las leyes de la naturaleza se mofan de mí. Hay también un sentimiento de humillación: se me figura que, decididamente, soy un imbécil o un mentecato.

El no poder resolver un problema me ocasiona un malestar mucho más hondo que el fracaso de un drama. Cuando un drama sale mal, allá en el foro interno casi siempre me pongo de parte del público y aún de la crítica; y concluyo por decirme a mí mismo, con la más sincera convicción, y quién sabe si a veces con injusticia notoria: ¡va!, ¡dicen bien! ¡El drama es una soberana tontería! No vuelvo a ocuparme más de la obra que fracasó. El disgusto no dura más de veinticuatro horas. Pero cuando no puedo resolver un problema: ¡qué vergüenza!, ¡qué desesperación!, ¡qué desaliento! Y, al fin, ¡qué tristeza! Pues el problema de que se trata se resistió como un condenado; después de muchos días de esfuerzos, estériles, tuve que abandonarlo; y me declaré impotente y necio por completo; y pasé a otro asunto.

Y pasaron cinco o seis meses, por lo menos. Llegó el verano, y con mi mujer y con mi hija tomé el tren de Alicante para pasar, según costumbre, uno o dos meses en aquel puerto. Llegó la noche, y no había modo de que yo conciliara el sueño. Ya lo he explicado minuciosamente, tan minuciosamente como la importancia del caso lo requiere: me es imposible dormir sentado; pudiendo extender el cuerpo, puedo dormir sobre las piedras casi como si las piedras fuesen un colchón de pluma; pero me es imposible dormir sobre la más cómoda butaca. Sin embargo, como no había dormido durante dos noches, por haber estado algo enferma la niña, el cansancio, a veces, me rendía. Me rendía por unos cuantos segundos; pero en cuanto se me doblaba la cabeza, despertaba de pronto. Ni estaba completamente desvelado, ni estaba completamente despierto; ni perdía la conciencia por completo, ni estaba la conciencia en su plenitud: era una especie de crepúsculo soñoliento; en nada se fijaba mi atención; casi oscurecida, vagaba la conciencia de una a otra parte, sin posarse en ninguna; desde luego, puedo asegurar que no pensaba en ningún problema de matemáticas.

De pronto, en aquellas neblinas del sueño, se dibujó con toda claridad una figura geométrica; y aquella se refería positivamente al problema de que antes he hablado, que tanto me había dado que hacer seis meses antes sin haber podido encontrar solución, y de la cual no había vuelto a ocuparme en todo este tiempo. Pues en aquella figura vi claramente la solución del problema. Despejose mi inteligencia, desperté por completo, y mi conciencia entró en su plenitud. No había duda; había resuelto el problema sin pensar en él. Mejor dicho: la imaginación me lo había resuelto de pronto, sin esfuerzo alguno de mi voluntad olvidadiza.

Ya no dormí más para no perder u olvidar aquella idea; y en cuanto amaneció y se vio claro dentro del vagón, saqué un papel y un lápiz, reproduje la figura que en sueños había visto, y me convencí –con alborozo– de que el problema estaba resuelto.●

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

1.- Las páginas de un libro empiezan a numerarse a partir del 1. Después viene la página 2, luego la 3, y así sucesivamente. Al terminar de paginar se han utilizado 2.989 dígitos. ¿Cuántas páginas tiene el libro?

••

2.- En una balanza de platillos se tiene: en un platillo una barra de jabón. En el otro 3/4 partes de una barra y una pesa de 3/4 kg. La balanza está equilibrada. ¿Cuánto pesa la barra de jabón completa?

••

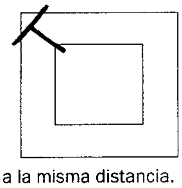
I Olimpiada Matemática «Thales», Andalucía

Una familia tiene tres hijos. Reciben la noticia de que va a visitar su casa un amigo que hace mucho tiempo partió de la ciudad donde viven. La casa tiene un jardín y el mayor de los hermanos corta el césped en tres horas. El segundo tarda cuatro horas y el pequeño lo efectúa en seis horas.

Son las tres de la tarde y el amigo tiene prevista la llegada a las cinco. ¿Crees que el césped se habrá cortado cuando llegue el amigo si los tres hermanos deciden cortarlo juntos? ¿A qué hora terminarán?

Soluciones a la semana anterior:

1.-



2.- Lógico, a la misma distancia.

3.- Dos lotes de 10 botellas que contengan un total de 6 litros.

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca

Regla de Cramer

NOTA
GEL
DEJE
BOGAR

Método de resolución de sistemas de ecuaciones

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 29 ABRIL 2000 NUMERO 17

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

Las matemáticas en China (2ª parte)

*Ana Delgado Marante**

A finales del s. XVI comienza la entrada de europeos en China y a través de ellos llega la ciencia occidental. Hasta ese momento, las incorporaciones desde el exterior, si las hubo, probablemente vinieron de otros pueblos orientales: hindúes, japoneses, coreanos y árabes.

Ahora bien, esa matemática propiamente china, anterior a las influencias europeas y presidida por el *Jiuzhang Suanshu* (citado la semana pasada) tiene una serie de particularidades que la caracterizan:

1) Los conocimientos se presentan como una colección de problemas con un enunciado, una solución y, no en todos los casos, una regla que permite obtener dicha solución.

2) Los enunciados de los problemas se refieren a situaciones de la vida cotidiana aunque a veces éstas sean imposibles.

3) No aparecen justificaciones o pruebas para las reglas con las que se resuelven los problemas si exceptuamos algunos comentarios al *Jiuzhang Suanshu* protagonizados por autores del primer milenio.

4) Los contenidos son sobre todo de cómputo, es decir, aritméticos y algebraicos (operatoria, ecuaciones, series,... y también cuadrados mágicos). Incluso las cuestiones geométricas se tratan desde el punto de vista aritmético. Y es que desde siempre parece haber habido en China una predilección por los números. Ya hablamos la semana pasada del punto más alto alcanzado por las matemáticas chinas, un conjunto de brillantes trabajos algebraicos producidos en el s. XIII.

La ausencia de definiciones, teoremas y demostraciones, resolviendo situaciones concretas sin generalizar y centrándose más en las concreciones del cálculo que en la abstracción de las figuras pueden llevarnos a pensar en unas matemáticas de segundo orden. Sin embargo, éstas, las matemáticas, no son algo único, objetivo, verdadero, forman parte de la cultura que las crea y por tanto, dependen de ella; no podremos conocerlas estudiándolas aisladamente sino inmersas en el cúmulo de conocimientos de cada civilización. Y en este sentido, tenemos muy pocos puntos de confluencia con la tradición china; no debemos «mirar» sus matemáticas desde nuestra posición y con nuestros patrones. Nos separamos en aspectos tan básicos como la manera de entender el mundo y la actitud ante los fenómenos. Veamos como ejemplo el lenguaje, aspecto importantísimo, de cuyo estudio es posible percibir las formas de pensamiento: la disociación «sustantivo» (término —abstracción— con el que se nombran todos los objetos que tienen unas mismas características) y «adjetivo» (término —abstracción— con el que se nombran cualidades aplicables a varios objetos) propia de nuestras lenguas, se opone a la reunión sustancia-aspecto del lenguaje chino en el que con una sola palabra se expresaba una imagen completa. «Montaña» frente a *«ki»* (montaña pelada), *«kang»* (montaña picuda), *«tsu»* (alta montaña),... Abstracción frente a concreción... $Ax^2 + Bx + C = 0$ frente a $5x^2 + 2x + 10$.●

*** Profesora de Matemáticas. Colaboradora de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia**

Srinavasa Ramanujan (1887-1920): el genio descubierto

Antonio Marcé

SRINAVASA Ramanujan nació en la India el 22 de diciembre de 1887, en el seno de una familia muy modesta. Comenzó en la escuela a los cinco años. Gracias a sus indiscutibles capacidades intelectuales se le concedió una beca que le permitió continuar en la enseñanza media. Cuando tenía quince años, logra que le presten un libro de matemáticas cuyo nivel estaba por encima de los textos escolares que había estudiado. Entonces pudo contemplar un mundo impresionante de nuevas ideas. Parece ser que la lectura de este libro despertó su genio matemático.

Sin embargo, los diferentes intentos que hizo para continuar su formación académica fracasaron debido al escaso dominio que tenía del inglés. Intensamente atraído por las matemáticas desde pequeño, ante la imposibilidad de recibir una adecuada enseñanza de esta ciencia, logró estudiarla de manera autodidacta.

Se casó en 1909, a los veintidós años, y se dispuso a buscar un empleo para hacer frente a las nuevas responsabilidades. No obstante, el matemático Ramachandra Rao, al conocer algunos de los descubrimientos de Ramanujan se da cuenta de la excepcional valía de aquel muchacho y asume el coste económico de su mantenimiento durante un tiempo hasta que se consiguiera una beca. La realidad es que la beca no llegaba y Ramanujan se puso a trabajar en una oficina de Madrás con un reducido salario. Sus primeros trabajos matemáticos se publicaron en una revista india en 1911, cuando tenía 23 años.

En Inglaterra con Hardy

Aconsejado por varios matemáticos hindúes, Ramanujan escribe a G.H. Hardy, el matemático inglés más destacado de entonces. En la carta se declara pobre, sin formación universitaria y le pide opinión sobre las 120 fórmulas que le adjuntaba y orientación acerca de otros posibles trabajos.

Hardy discute con su amigo y colaborador Littlewood la carta de Ramanujan y concluyen que están ante un matemático extraordinario. Hardy comentará más tarde que algunas fórmulas le resultaban conocidas, otras le parecieron más o menos familiares y razonables, pero de otras dijo que nunca había visto nada parecido: «una ojeada es suficiente para comprender que solamente podían ser escritas por un matemático de la más alta categoría. Deben ser ciertas, porque, si no lo fueran, nadie habría tenido suficiente imaginación para inventarlas».

Así pues, las investigaciones y descubrimientos de Ramanujan resultaron de tanta importancia que Hardy le invita a ir a Cambridge, a donde llega en 1914. Hardy se convirtió en su profesor, pero como dice él mismo «intentaba enseñarle y en cierto modo tuve éxito, aunque, obviamente, yo aprendí de él mucho más de lo que él aprendió de mí». Hardy retrata a Ramanujan como «ardiente político, pacifista y ultrarradical», escrupuloso en el cumplimiento de los deberes religiosos, pero «su religión era materia de rito, no convicción intelectual» y además... «era vegetariano».

Trabajó intensamente en Inglaterra, pero la aparición de la tuberculosis que le llevaría a la tumba, hace que en 1919 vuelva a la India, donde murió al año siguiente, el 26 de abril de 1920, a los 32 años de edad. Su nombre figura entre los matemáticos más sobresalientes de todos los tiempos.

Amigo de los números

La teoría de números fue el campo de las matemáticas donde Ramanujan hizo sus principales aportaciones. Parecía conocer todos los números, uno a uno, como si de todos ellos fuera amigo. La siguiente anécdota refleja esa familiaridad.

Estando Ramanujan hospitalizado le fue a visitar Hardy, quien le comentó: «He venido en el taxi número 1729, un número más bien insípido». Ramanujan le respondió que «es un número muy interesante, es el número más pequeño que se puede escribir como suma de dos cubos de dos maneras diferentes». Efectivamente, puede comprobarse que

$$1729 = 1^3 + 12^3 = 9^3 + 10^3$$

Aunque esas igualdades no son nada sencillas, mucho menos sencillo es que no haya un número más pequeño que 1729 que pueda escribirse de dos formas como suma de cubos.

Particiones de un número

De las muchas propiedades y fórmulas numéricas que descubrió Ramanujan vamos a explicar una sencilla. Hay diferentes formas de escribir un número entero como suma; cada una de ellas se llama una partición de ese número. Por ejemplo, el número 4 tiene cinco particiones:

1+1+1+1
1+1+2
2+2
1+3
4

Si llamamos p(n) al número de particiones de n, podemos escribir p(4) = 5. Es fácil ver que p(5) = 7.

Pues bien, Ramanujan demostró que si n es un múltiplo de 5 más 4 (n es alguno de los números 4, 9, 14, 19, 24...), entonces su número de particiones p(n) es múltiplo de 5 (uno de los números 5, 10, 15, 20...). Así se tiene que p(4) = 5 y p(9) = 30.

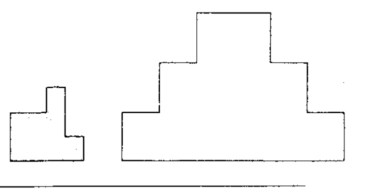
Análogamente, probó que si n no es múltiplo de 7 más 5 (5, 12, 19...), entonces p(n) es múltiplo de 7 (7, 14, 21...). Finalmente demostró Ramanujan que si n es múltiplo de 11 más 6 (6, 17, 28...), entonces p(n) es múltiplo de 11 (11, 22, 33...).●

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

***1.**- Una persona mide 1.75 m. de estatura. Supongamos que recorre la línea del ecuador de la Tierra. Es evidente que su cabeza recorrerá más metros que sus pies. Si en vez de recorrer el ecuador de la Tierra recorre el ecuador de la Luna, la situación se repite: sus pies recorren menos metros que su cabeza. La pregunta que se debe responder es: El número de metros de más que recorre la cabeza, ¿es mayor en la Tierra que en la Luna? ¿Por qué?*

••

***2.**- Encaja seis figuras como la de la izquierda para formar la de la derecha.*



I Olimpiada Matemáticas «Thales», Andalucía

Un viajante cobra 1.200 pesetas diarias y el 2,5% sobre el valor de las ventas. Al cabo de 18 días recibe 42.200 pesetas. Calcular el importe de las ventas.

Soluciones a la semana anterior:

1.- El libro tiene 1.024 páginas.

2.- Se trata de una buena barra de jabón de 3 Kg.

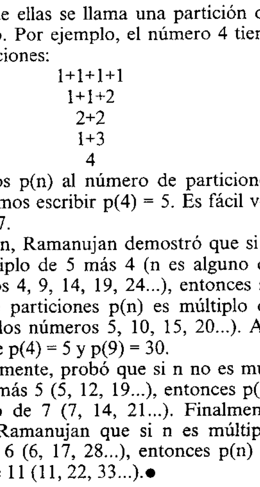
3.- Tardan en cortar todo el césped una hora y veinte minutos. Terminarán a las 4 horas y 20 minutos.

Les recordamos nuestra dirección: **2000, Año Mundial de las Matemáticas. Apartado 329, 38200 La Laguna - Tenerife.**

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca

Pi erre cuadrado



Area del círculo

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 6 MAYO 2000 NUMERO 18

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

Las matemáticas árabes (I)

Ahmed Djebbar *

LAS matemáticas árabes han pasado por cuatro fases principales: adquisición directa o indirecta de las matemáticas producidas por otros pueblos (s. VIII-X), creación e innovación del conocimiento matemático con la consiguiente elaboración de una lengua matemática árabe (s. IX-XIII), difusión en Europa de obras e instrumentos clásicos u originales (s. XII-XV), debilitamiento y fin de la investigación (desde finales del s. XIII). Estas actividades matemáticas se iniciaron en el centro del imperio (Damasco, Bagdad) y luego fueron reforzadas o sustituidas por otras actividades surgidas en España, el Magreb y Asia central.

El fenómeno de traducción se inició a mediados del s. VIII y prosiguió hasta el s. X. Sobre todo se tradujeron obras hindúes y griegas, bien directamente del sánscrito y el griego al árabe, bien a partir de versiones persas y siríacas. La aportación hindú concierne a la Astronomía, con las primeras herramientas trigonométricas, y al cálculo, con el sistema decimal. La aportación de los griegos cubre, además de la Astronomía (el *Almagesto* de Ptolomeo), la Teoría de Números (Euclides, Nicómaco, Diofanto) y la Geometría (Euclides, Apolonio, Arquímedes), con sus disciplinas anexas.

Desde el principio del siglo IX, una producción matemática original aparece a la vez en los dominios clásicos (Astronomía, Geometría y Teoría de números) y en dominios nuevos poco desarrollados como el Algebra, la Trigonometría y el Análisis combinatorio. En Teoría de números, las investigaciones se orientaron en tres direcciones: la primera remite a los números primos. Empezó con los trabajos de Thabit Ibn Qurra (†901) sobre los números amigos y continuó con los de Ibn al Haytham (†1039) y al Farisi (†1321) sobre problemas de congruencia y sobre la descomposición en factores primos. La segunda dirección, influida por la lectura de las *Aritméticas* de Diofanto (s. IV), suscitó investigaciones sobre la resolución de sistemas de ecuaciones indeterminadas con soluciones enteras o racionales, así como sobre las triadas pitagóricas. La tercera dirección concierne al estudio de las series finitas, que aparecieron por vez primera en el cálculo de superficies y volúmenes por el método de exhaución, y luego, en la investigación de las propiedades de los números figurados.

En Geometría, una primera tradición partió de los problemas de constructibilidad de los puntos y figuras del plano. Más tarde, los científicos se dedicaron a ampliar la noción de existencia geométrica o algebraica mediante la utilización sistemática de las secciones cónicas, siguiendo la tradición griega. Esto condujo a la resolución de las ecuaciones cúbicas por Omar al Khayyam (†1131). Una segunda tradición se consagró a los problemas de medida —superficies, volúmenes, momentos de incercia—, constituyendo así una prolongación de los trabajos de Arquímedes. Una tercera tradición, surgida de la lectura crítica de los *Elementos* de Euclides, permitió elaborar una nueva reflexión sobre los fundamentos de la Geometría, en particular sobre el quinto postulado de las paralelas, así como la redefinición del concepto de razón, que ayudará a determinar con claridad la noción de número real positivo, y finalmente, la extensión de las operaciones aritméticas a los irracionales positivos. Paralelamente se llevó a cabo una reflexión sobre los procedimientos de las matemáticas: inducción, demostración por reducción al absurdo, análisis y síntesis.●

Profesor de la Universidad París-Sur y colaborador de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia

Una mujer del Siglo XX en las Matemáticas: **Mary Cartwright** (1900-1998)

*José-Miguel Pacheco Castelao**

A finales de 1938 toda Europa sabía que la guerra —la que luego se conocería como Segunda Guerra Mundial— era inminente. Los gobiernos más precavidos, como el británico, invertían tiempo, dinero y trabajo en la investigación de aplicaciones estratégicas de las tecnologías entonces en desarrollo. Entre ellas se contaba la radio, de la que se esperaban importantes resultados, concretados algún tiempo después en el radar, que influyó decisivamente en la evolución de la guerra una vez que ésta se desató en 1939.

En aquella época las relaciones entre la comunidad científica y los gobiernos eran mucho más fluidas que en la actualidad: aún no se había producido ninguna bomba atómica y los estudios teóricos conducentes a ella o a cualquier otra tecnología todavía no se habían declarado alto secreto militar. Por tanto no resultaba extraño que el Radio Research Board, un organismo dependiente del Departamento de Investigación Científica e Industrial, hiciera un llamamiento a los matemáticos en general para informarles acerca de «algunas ecuaciones diferenciales no lineales que surgen en las aplicaciones de las ondas de radio», y recabar posibles análisis, soluciones e interpretaciones.

El 7 de abril de 1998, el prestigioso diario The Thimes, en su sección de necrológicas, publicaba un artículo glosando la figura de Mary Lucy Cartwright, DBE, fallecida el día 3 del mismo mes, a la avanzada edad de 97 años. Mary Cartwright ostentaba el título nobiliario de «Dame of the British Empire (DBE)», concedido por la Reina en 1969, debido a sus importantes contribuciones a las Matemáticas y al sistema universitario y cultural británico. Nacida en 1900 en una familia de funcionarios, estudió en Oxford, y tras graduarse se dedicó a la enseñanza en varios lugares hasta que en 1927 volvió a Oxford para trabajar bajo la dirección de Geoffrey Hardy, conocido matemático y excéntrico personaje. Hardy solía publicar sus trabajos conjuntamente con John Littlewood, quien aparecerá más adelante en esta historia. Tres años más tarde, tras doctorarse, Cartwrihgt pasó a la Universidad de Cambridge, donde desarrolló toda su carrera, ocupando diferentes cátedras y cargos tanto académicos como no: por ejemplo, fue comandante del destacamento de la Cruz Roja de su College durante la guerra. Su labor científica y personal fue ampliamente reconocida, siendo elegida en 1947 para la exclusiva Royal Society muy poco tiempo después de que ésta admitiera mujeres entre sus componentes. También fue directora de Girton College durante un largo período, presidenta de la Mathematical Association y de la London Mathematical Society entre 1961 y 1963, que le otorgó la medalla DeMorgan en 1968. También la Royal Society le había concedido la medalla Sylvester unos años antes.

El campo de trabajo de Mary Cartwright fue el Análisis Matemático, donde destacó en muchas ramas, tanto puras como aplicadas, aunque también dedicó su atención a cuestiones didácticas y de enseñanza, como lo prueba su presidencia de la Mathematical Association. Sus principales contribuciones se refieren a la representación conforme —en esencia, cómo transformar una figura en otra sin que varíen los ángulos— y a las funciones integrales, acerca de las cuales publicó un número en la sofisticada colección «Cambridge Tracts on Pure and Applied Mathematics» (esta colección, que aún hoy se publica, exige un enorme nivel de concisión y profundidad, los textos no pueden rebasar las cien páginas).

A mediados de los años ochenta, el periodista científico John Gleick publicaba un libro, que pronto fue un «best seller» titulado «Chaos, the making of a new science» —traducido al castellano simplemente como «Caos»— donde presentaba una nueva visión de muchos problemas, introduciendo ideas como complejidad, no linealidad, caos, predecibilidad, etc. Así el gran público se enteraba de la existencia de un aspecto de las Matemáticas que prometía ser una revolución en la forma de entender el mundo a través de ellas. Ya es tiempo de volver al principio de nuestra historia.

Cuando el Radio Research Board solicita ayuda a los matemáticos, Mary Cartwright, debido a su formación en Análisis Matemático, comprende la importancia del problema y, trabajando en colaboración con John Littlewood sobre varias ideas desarrolladas por el francés Henri Poincaré sesenta años atrás en conexión con ciertos problemas de la mecánica celeste, tiene la oportunidad y el acierto de publicar los primeros resultados modernos en los que se basa la moderna teoría del caos.

Cartwright es, pues, con toda justicia, una de las fundadoras de esta teoría que se halla hoy día en continuo desarrollo y de actualidad en el panorama matemático mundial: sus aplicaciones a la Física, la Biología, la Economía, y tantas otras ciencias, la mantienen en el primer lugar de la atención científica mundial. Todo en ella lleva el signo del trabajo de una mujer eminente, Dame Mary Lucy Cartwright.●

*** Departamento de Matemáticas, Universidad de Las Palmas de Gran Canaria**

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

1.- Una persona entra en un casino con cierta cantidad de dinero. Cuando va a entrar en la sala nº 1 le cobran 1.500 pesetas. Una vez dentro apuesta todo el dinero que tiene y gana de forma que lo duplica. Al salir de la sala le cobran otras 1.500 pesetas. Pasa a la sala nº 2 y se repite el proceso. Lo mismo en la sala nº 3, pero cuando paga las 1.500 pesetas al salir comprueba que no le queda ni una peseta. ¿Qué cantidad de dinero llevaba al entrar en el casino?

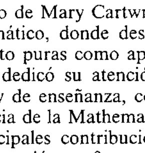
••

2.- Una joven ve cinco dados situados uno encima de otro. Los mira atentamente, piensa un poco y exclama: «La suma de los puntos de las caras que no veo es igual a 32». ¿Por qué lo sabe con tanta seguridad?

••

I Olimpiada Matemática «Thales», Andalucía

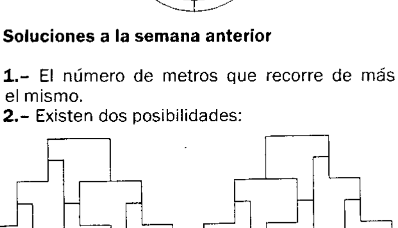
¿Puedes colorear el siguiente gráfico con los colores: azul, verde, marrón y rojo, de forma que todas las regiones queden definidas?



Soluciones a la semana anterior

1.- El número de metros que recorre de más es el mismo.

2.- Existen dos posibilidades:



3.- El importe de las ventas ha ascendido a 82.400 pesetas.

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca

Convexo

V

100

¿Cómo es ese arco de curva?

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 6 MAYO 2000 NUMERO 18

Blas Cabrera y Felipe (1878-1945): canario ilustre, físico universal. (1) Años de formación

*Leandro Trujillo Casañas**

Primera formación, etapa tinerfeña

BLAS Cabrera Felipe (Arrecife 1878-México 1945) nació el 20 de mayo de 1878 en el seno de una familia protagonista de primer orden en la vida social, económica y política de Lanzarote en un largo período de tiempo que abarca, prácticamente, todo el siglo XIX. Su padre, Blas Cabrera Topham (Arrecife 1851-Las Palmas 1923), abogado, notario y político, desarrolla la mayor parte de su vida profesional en Tenerife, entre La Laguna y Santa Cruz (1881-1923). Blas Cabrera Felipe, el mayor de nueve hermanos, se cría en el ambiente social y cultural de La Laguna, ciudad a la que llega con tres años de edad, donde transcurre su infancia y juventud y que comprende el período entre su llegada a La Laguna en 1881 y su boda en 1906 con la lagunera María Sánchez Real, fecha en la que, ya emancipado, fija su residencia definitiva en Madrid. Sin embargo, sus vínculos con Canarias nunca se romperían, aunque sus visitas a Tenerife se espaciaron, cosa lógica si tenemos en cuenta que sus obligaciones profesionales y familiares fueron aumentando con el tiempo, sin embargo los hechos confirman el afecto a sus raíces «alejado por el destino de estas peñas donde vine a la vida y donde sentí el impulso que ha determinado mi actuación...», diría en 1934.

El ambiente familiar juega un papel importante en su primera formación. Su padre tiene el talante propio de la tradición más genuina de la burguesía canaria, adornada con las cualidades de laboriosidad, tenacidad y competencia. Es un hombre serio y riguroso que no oculta su vocación liberal y progresista que, por decirlo así, se enraíza no sólo en su prosapia familiar sino también en su formación intelectual. Su madre, Antonia Felipe Cabrera (Arrecife 1856-La Laguna 1900?) le aporta la bondad y la religiosidad, presentes en su carácter. «...Paréceme estarle viendo con su modesto indumento, cargado de espaldas, de ojos prominentes e ingenuos, pletóricos de bondad...», en el recuerdo (1978) de Agustín Millares Carló, otro canario distinguido. Los otros factores determinantes son los centros de enseñanza, sus profesores y la idiosincrasia de la sociedad tinerfeña. Sabemos que realizó sus estudios primarios, preparación para el ingreso en el bachiller, en el Colegio «Santa Cruz», fundado en el año 1880 por el maestro Antonio Martín Mirabal (1837-?), natural de La Laguna. Blas Cabrera recordaría este colegio de la Calle del Pilar de Santa Cruz de Tenerife (hoy Teobaldo Power) con emoción mucho después (1920) «...aquel colegio de don Antonio Martín en que sentí la iniciación al estudio...». En 1890 Blas Cabrera ingresó en la enseñanza media que transcurre entre el «Establecimiento de Segunda Enseñanza» de Santa Cruz, en el que además del ingreso realiza el primer curso de bachiller, y el Instituto de Canarias de La Laguna al que se incorpora a partir del curso 1891-1892. El examen de grado para optar al título de bachiller lo realiza en junio de 1894, tenía 16 años, con nota de sobresaliente en los dos ejercicios y, en ese mismo

año, se traslada a Madrid para realizar sus estudios en la Universidad Central.

Estudiante en Madrid (1894-1901)

Blas Cabrera eligió estudiar Ciencias Físico-matemáticas, una especialidad que por su contenido ofrecía, entendemos, unos conocimientos atractivos para un futuro físico. Con los ejercicios del grado de licenciado —21 y 22 de mayo de 1900— en el que tuvo que resolver, como ejercicio práctico, el *problema Determinación de la sección de un cono recto por el plano bisector del ángulo inferior, etc.*— termina la etapa de su licenciatura. El siguiente curso 1900-1901 lo dedica al doctorado, que consistía en la realización de tres asignaturas —Astronomía física, Física matemática y Meteorología— y a la defensa de un trabajo de investigación —de libre elección— ante un tribunal. Este trabajo fue *Variación diurna del viento* que es una sencilla memoria realizada, posiblemente, mediante la consulta de bibliografía y de los anuarios del Observatorio Astronómico de Madrid. No es, por tanto, un trabajo fundamental que vaya a determinar su trayectoria posterior y debe considerarse, creemos, como una consecuencia de la presencia de la Meteorología, que impartía Francisco Cos y Mermería, entre las asignaturas del doctorado, como ya hemos comentado. De esta forma culmina la etapa de formación de Blas Cabrera que tiene continuidad como miembro del Claustro de la Facultad de Ciencias de la Universidad Central, aspecto que comentaremos en el próximo artículo.●

*** Museo del Instituto de Canarias Cabrera Pinto**

LAS MATEMATICAS DE CADA DIA (7)

Matemáticas y... tasa de alcohol

Claudi Alsina

LA seguridad vial preocupa enormemente a todos, vista la gran inseguridad reinante. Según dicen las estadísticas, un 40% de los accidentes mortales de circulación son debidos al alcohol y un 85% de accidentes debidos a la bebida son ocasionados por bebedores ocasionales y no por legiones de alcohólicos acelerando bajo los efectos del «delirium tremens». Por todo ello las autoridades han dictaminado (Real Decreto 2282/1998) la prohibición de conducir con una tasa de alcohol «superior a 0,5 g por litro (0,25 mg/l aire expirado) si se conducen turismo y motocicletas», existiendo en el caso de transportes especiales y conductores con menos de 2 años de experiencia, un límite de «0,3 g por litro» (0,15 mg/l aire expirado).

Evidentemente las mismas autoridades que han fijado los límites se encargan del control de los mismos. Este control se lleva a cabo midiendo el aire expirado y va acompañado de una serie de medidas rigurosas (multar hasta 100.000 pesetas, quitar el carnet de conducir, abrir procesos penales, etc.).

Ante este panorama el «si bebe no conduzca» parece razonable. Pero si usa un poco de matemáticas puede plantearse otra alternativa que es calcular cuánto debe esperar para conducir después de haber bebido algo.

Observe los siguientes datos. Una persona de unos 70 Kg. puede presentar el límite de 0,5 g/l de alcohol en la sangre después de haber bebido 2 cervezas (de 5º) de 25 cl o 2 copas de vino (12,5º) de 10 cl cada una. La concentración de alcohol en la sangre disminuye a razón de 0,2 g/l por hora. Así con un litro de cerveza (1 g/l en sangre) al cabo de tres horas tendría un índice inferior a 0,5 g/l. Bebiendo en una comida 70 cl de vino o sea una botellita entera, necesitaría una larga espera.

Estas son cuentas «grosso modo»: mientras usted va comiendo y bebiendo ya rebaja el alcohol absorbido al principio, su peso puede influir, su sensibilidad y costumbre hacia el alcohol también, etc. El agua, aunque puede ahogar, parece una buena alternativa para conductores.

Pero ya que deseamos ciudadanos conscientes que midan sus posibilidades también debemos desear que las autoridades apliquen con rigor y no con azar la ley. Así en los lugares típicos de consumo de alcohol (restaurantes de bodas, bares de carretera, discotecas, etc.) es donde más deberían realizarse controles. También en este tema de los accidentes cabría esperar una revisión de las estadísticas usuales de tráfico: ¿cómo se contabilizan los efectos de los accidentes? Ahí las autoridades para no reconocer índices alarmantes se limitan normalmente a contar los efectos «inmediatos» (muertos en la carretera, heridos evacuados, etc.). La verdadera estadística debería incluir también a los muertos posteriores en ambulancias u hospitales, a las invalideces derivadas, etc.

En resumen, es bueno que vigilemos el alcohol... porque, de hecho, las estadísticas de verdad son aún mucho peores que las oficiales.●

Renato Descartes y el descubrimiento de la geometría analítica

Prof. Antonio Velázquez
Prof. Gloria Acosta

Artículo 4 - El olvido de la historia

CONTINUEMOS refiriéndonos a la historia de un olvido (o al olvido de la historia).

Los siglos transcurridos borraron las huellas de las polémicas sobre el dualismo o el racionalismo cartesianos, sobre las mónadas leibnizianas, o sobre la prioridad en el Cálculo o en la Geometría Analítica. Era de esperar que, actualmente, cuando se usa un sistema cartesiano (aunque más no sea para mostrar en la Prensa las fluctuaciones del dólar) alguien piense alguna vez en el promotor de esa potente herramienta matemática; que al utilizar la notación leibniziana los estudiantes de la enseñanza superior o los profesionales universitarios dirijan alguna vez sus ojos mentales al genio alemán; que quien se siente a trabajar con un ordenador pueda pensar incidentalmente en la máquina de calcular (por supuesto que mecánica) fabricada por Leibniz hace más de tres siglos, y en el sistema de numeración binario por él ideado que constituye actualmente la base matemática para el almacenamiento o procesamiento de datos; que algún docente deje de pensar por un momento en términos piagetianos, constructivistas, etc., y descubra que no está haciendo consideraciones escolásticas o de autoridad sagrada gracias, en parte, a los padecimientos de esos dos pensadores (que, reconozcamos de paso, eran creyentes en Dios).

Sin embargo no es así. ¿Por qué? Preguntamos en forma retórica.

Porque aun sus más acérrimos enemigos hicieron mucho por la perpetuación de su memoria.

Mientras en Caen se suspendía y desterraba a los seguidores de Descartes, Luis XIV llamaba a los cartesianos Huet y Cordemoy para actuar como preceptores del Delfín.

Para quien no entiende ni conoce mucho sobre el pensamiento leibniziano, resulta al menos un recordatorio la torpe caricatura volteriana.

Pero hay algo mucho más efectivo que la enemistad o el enfrentamiento para evitar que el nombre y la obra de cualquier precursor (por grande que haya sido) pervivan en la mente de los seres humanos, y es la indiferencia. Mantener dos o tres generaciones sucesivas de indiferentes es mucho más eficaz que cualquier quema de libros; mediante la indiferencia, los libros subsistirán pero casi nadie querrá leerlos, y quien los lea no los apreciará.

Dante relega a los ignavos al vestíbulo del Infierno en la «Divina Comedia» (ni el Cielo ni el Averno los acogen). Su maestro Virgilio le dice: «El mundo no conserva ningún recuerdo suyo; la misericordia y la justicia los desdeñan; pero no hablemos más de ellos, sino míralos y pasa adelante».

Más de un milenio antes, alguien había escrito: «Conozco tu conducta: no eres ni frío ni caliente. ¡Ojalá fueras frío o caliente!» (Apocalipsis 3; 15). En el siglo de Juan eso sucedía sólo en Laodicea; actualmente es una pandemia.

Algunos humanos piensan haber llegado a ser dueños del universo y de sus propios destinos. Henry Ford sentenció «la historia son paparruchas» (como condenó a la historia, esa frase no la conocemos por Ford, sino por Aldous Huxley que la cita en «Un mundo feliz).

Otros congéneres idean sistemas transpersonalistas. A los de derecha la historia les estorba porque ningún personaje histórico se adapta a su ideal de nuevo hombre. A los de izquierda, la pretensión científica les hace pergeñar el materialismo histórico que no resiste la menor confrontación con las formas divergentes en que distintas sociedades alcanzaron el mismo fin. Así el grupo Bourbaki y otros iluminados crearon la mal llamada «Matemática Moderna», con la sola intención de arrasar con el pasado. «Muera Euclides» proclamó Dieudonné, y decretó sólo su propia muerte. Su mensaje admitía esta lectura: «Joven: nada de lo anterior sirve; rompe con todo ello, incluyendo tus mayores y tus raíces culturales».●

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 13 MAYO 2000 NUMERO 19

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

La matemáticas árabes (II)

Ahmed Djebbar *

ENTRE las nuevas disciplinas nacidas en la matemática árabe la más importante es el Algebra. Su fecha oficial de nacimiento es la publicación, entre los años 813 y 833, del libro de al-Khwarizmi (†850) que trata sobre la resolución de las ecuaciones de primer y segundo grado y de su utilización en los problemas de transacciones comerciales y de herencias. Su contenido fue el punto de partida de trabajos originales orientados hacia múltiples direcciones: generalización de la noción de ecuación y de la noción de número, elaboración del Algebra de polinomios por al-Karaji (†1029) y as-Samaw'al (†1175), desarrollo del simbolismo matemático en España y en el Magreb.

La segunda nueva disciplina fue la trigonometría. Los primeros pasos en este campo consistieron en la extensión y mejora de las tablas hindúes de senos y cosenos, y en la ulterior introducción de nuevas funciones: tangente, cotangente, secante y cosecante. Poco después se establecieron las relaciones fundamentales entre estas seis funciones. La importancia de estas nuevas herramientas matemáticas llevará a los astrónomos a consagrarles capítulos autónomos y posteriormente obras específicas.

La tercera disciplina, el Análisis combinatorio, conoció un primer desarrollo fuera de las matemáticas, puesto que los primeros cálculos de naturaleza combinatoria aparecieron primeramente relacionados con la Métrica, la Música y la Lexicografía. Fue preciso esperar hasta el siglo XII para que los matemáticos introdujeran proposiciones combinatorias en sus obras. El más antiguo conocido es Ibn Muncim (†1228), matemático originario de Denia (España), que en su libro *La ciencia del cálculo* dedicó un importante capítulo a este tema. Tras él el Análisis combinatorio sería usado para resolver una gran variedad de problemas.

Por lo que respecta a la circulación de las matemáticas árabes en Europa hay que señalar que tanto las matemáticas griegas como las árabes comenzaron a introducirse con fuerza en Europa gracias a la intermediación de científicos que las habían estudiado directamente en árabe. Tal fue el caso del matemático italiano Leonardo Pisano, más conocido como Fibonacci, que se formó en el Magreb y más tarde en Oriente. Pero a partir del siglo XII, un poderoso movimiento de traducción —del árabe al latín y al hebreo— cuya sede principal fue la ciudad de Toledo, iba a poner a disposición de los europeos los más famosos libros de Algebra, Geometría, Cálculo y Astronomía. Paralelamente, numerosos libros clásicos griegos serán estudiados en sus versiones árabes, más traducidas y accesibles. Pero por razones más bien sociales que científicas este movimiento de traducción no llegó a ser sistemático.

Fue asimismo a partir del siglo XIII cuando se produjo el fenómeno de ralentización de la producción matemática original en el imperio musulmán. Las causas de ese acontecimiento son difíciles de comprender de manera indiscutible y definitiva, pero parecen asociadas a factores que han pesado mucho en el devenir de la civilización árabe islámica en cuanto sistema económico, político y cultural dominante. Este fenómeno se tradujo en un empobrecimiento progresivo de los programas de enseñanza, en la aparición de obras que compendiaban los conocimientos anteriores —a veces, en forma de poemas matemáticos— y en la multiplicación de comentarios que otorgaban tanta importancia a las particularidades literarias del texto como a sus contenidos matemáticos.●

Profesor de la Universidad París-Sur y colaborador de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia

Blas Cabrera y Felipe (1878-1945): canario ilustre, físico universal

(2) Inicios profesionales

Leandro Trujillo Casañas

La nueva edad de oro de la cultura española, anhelos de europeización

BLAS Cabrera Felipe sale en 1941, desde París, hacia el exilio definitivo en Méjico. Dejaba atrás uno de los períodos, podemos decir, más brillantes de la cultura española a la que había hecho aportaciones relevantes. Esta etapa (1898-1936), para algunos «edad de plata de la cultura española» y para otros «nueva edad de oro», se consume en el voraz incendio que significó la Guerra Civil (1936-1939). La universidad española que vivió el joven Blas Cabrera, en su época de estudiante, había mejorado si se le compara con situaciones precedentes. Desde 1875, comienzo de la Restauración, se había reavivado la vieja polémica de la ciencia española que airea uno de los problemas clave de nuestro atraso endémico y, por otro lado, sobresale la aparición de destacadas personalidades. Figuras tales como Ramón y Cajal, Hinojosa, Torres Quevedo, Carracido, Echegaray, Bolívar y Menéndez Pelayo, contribuyeron no poco a unos resultados tangibles en una España todavía subdesarrollada.

En torno a 1898, conocido como el «año del desastre», emerge una nueva generación, la llamada por Azorín «Generación del Noventa y Ocho», que con su actitud crítica evidenciaba que España se encontraba aquejada de «grave enfermedad». Esta actitud reforzaba, diríamos, los anhelos de europeización de los«regeneracionistas» que propugnaban cambios profundos, dando lugar también a un impulso que desde el Estado, sin duda empujado por la opinión pública, se quiso dar al desarrollo científico y tecnológico. En este sentido se producen dos importantes hechos: el primero la creación del Ministerio de Instrucción Pública (18 de abril de 1900). El segundo hecho que queremos destacar es de singular importancia para justificar el salto cualitativo de la investigación científica en España, se trata de la creación de la JAE (Junta para la Ampliación de Estudios e Investigaciones Científicas) el 11 de enero de 1907, presidida por Santiago Ramón y Cajal, que resultó ser «un instrumento poderoso... que ha tenido una innegable participación en el desarrollo de la ciencia y la cultura española...», en palabras del naturalista y entomólogo Ignacio Bolívar y Urrutia (26/1/1936).

Física matemática

Quisiéramos destacar, llegado a este punto, el papel de Blas Cabrera en las matemáticas españolas, lo que es interesante en el contexto del Año Mundial de las Matemáticas 2000 que celebramos. Su inclinación por las matemáticas en sus años de bachiller y después en la universidad, se pone de manifiesto en las notas que obtiene en esta materia que están bastante por encima de las demás, incluidas las dedicadas a la física. Es de resaltar

que el joven Blas Cabrera, cuando justamente acababa de leer su tesis doctoral (14/10/1901), fue propuesto por la Junta de la Sección de Físicas de la Facultad de Ciencias para impartir Física-Matemática en el doctorado, situación que se prolonga hasta 1905, año en que gana la cátedra de electricidad y magnetismo de la Universidad Central. Es de suponer que Blas Cabrera tuvo que hacer un esfuerzo personal en la preparación de aquellas clases hasta alcanzar un reconocido dominio «...a pesar de ser casi un autodidacto... sobre todo en matemáticas...», según palabras de Enrique de Rafael —profesor contemporáneo que conoció la etapa inicial de Cabrera—. Al parecer, según afirma este mismo profesor, Blas Cabrera fue el primero que explicó en España las aplicaciones a la Física del Cálculo Vectorial. La docencia en matemáticas continúa en 1907, al solicitar permiso del Rector para «...dedicarse a la enseñanza... de las materias que comprenden el cuestionario de Algebra Superior para el ingreso en la Escuela de Ingenieros de Minas...». Mencionemos también una serie de publicaciones relacionadas con Física-Matemática, entre las que destaca *Principios fundamentales de análisis vectorial en el universo de Minkowsky* (1912-1913) y, asimismo, sus libros *Qué es la electricidad* (1917) y *Principio de relatividad* (1923), así como la conferencia *Aplicaciones a la física de la geometría de las cuatro dimensiones* (1914), exponentes de su vocación divulgadora de la nueva física —relatividad de Einstein—, de la historia y filosofía de la ciencia y, también, de sus conocimientos en física y matemáticas. Nos sentimos inclinados a situarlo, como lo hace González de Posada, en la Historia de la Física-Matemática española, junto a otras figuras como Echegaray, Terradas y Plans y no seguir la tendencia, más general, de clasificarlo únicamente como físico experimental, faceta esta última en la que, ciertamente, cosechó sus mayores éxitos y reconocimiento internacional y que analizaremos en el siguiente artículo.●

Museo del Instituto de Canarias Cabrera Pinto

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

1.- En qué mes se puede decir: «Si sumo la fecha del último lunes del mes pasado con la del primer jueves del mes que viene se obtiene 38».

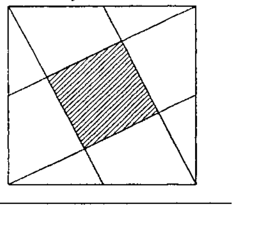
••

2.- Podría usted disponer las fichas de un dominó como se indica en el gráfico:

0	5	6	1	5	0	5
3	3	2	2	5	5	2
6	6	6	0	1	3	5
1	0	6	4	5	4	5
3	4	3	3	2	4	3
2	2	1	2	4	1	3
6	2	0	0	0	1	1
6	0	4	4	1	4	6

III Olimpiada Matemática «Thales»; Andalucía.

Si el cuadrado grande tiene de lado 1 m. Calcula el área del cuadrado rayado.

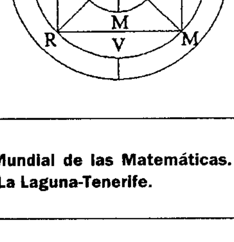


Soluciones a la semana anterior:

1.- Matemáticamente tiene solución 3937,5 ptas., ¿pero en la práctica?

2.- Porque en la cara superior hay un 3 y como la suma de las caras opuestas de un dado es igual a 7, al ser 5 dados, la suma de todas las caras es 35 (7x5). Luego 35 – 3 = 32.

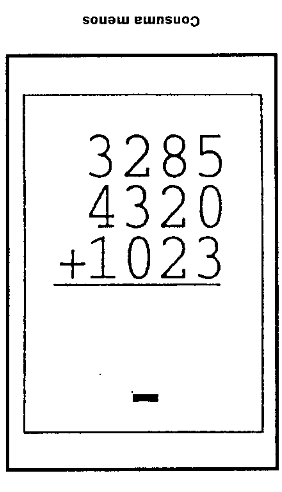
3.- Con cuatro colores hay varias soluciones, aquí te presentamos una de ellas.



2000, Año Mundial de las Matemáticas. Apartado 329. 38200 La Laguna-Tenerife.

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca



No gaste tanto

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 20 MAYO 2000 NUMERO 20

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

La matemática árabe (III)

*Ahmed Dejebbar**

Entre los siglos VIII y XV la Astronomía tuvo una gran aceptación entre los dirigentes del imperio musulmán, los ricos mecenas y las capas populares. En la Edad Media había dos tipos de Astronomía: una «popular» y otra «científica». La astronomía popular constaba de un conjunto de conocimientos astronómicos adquiridos antes de la llegada del Islam. Esta astronomía práctica englobaba el conocimiento de las estaciones, los fenómenos meteorológicos, la posición de las estrellas fijas, la determinación del tiempo y los desplazamientos del sol a lo largo de la eclíptica, así como el de la luna y sus fases. No usaba el cálculo, ya que se basaba en la observación y acumulación de experiencias.

La Astronomía científica reagrupaba todas las actividades que tuvieron como origen las obras traducidas a partir del siglo VIII. Hubo tres factores que favorecieron su desarrollo. El primero fue la práctica religiosa, que desde la llegada del Islam impuso a los astrónomos tres importantes problemas para buscar soluciones mejores que las usadas por los fieles. Se trata del conocimiento del momento de las cinco plegarias del día, la determinación de la dirección de la Meca y la fijación del principio y fin del Ramadán, el mes de ayuno de los musulmanes. El segundo es de orden psicológico y concierne a la necesidad de los individuos y de los grupos sociales, y a los poderes de adivinación del porvenir. La Astronomía intervino en este campo por mediación de la Astrología astronómica, que admite que el mundo sublunar, así como los seres vivos que lo componen, se hallan sometidos a los efectos del movimiento de los astros y a sus diversas conjunciones. El tercer factor es puramente científico. Caracteriza toda tradición científica cuyo objetivo sea la investigación de las respuestas a cuestiones externas planteadas por otras ciencias, pero también a las preguntas que ella misma se formula a lo largo de su actividad. Entre los problemas internos de la tradición astronómica se halla la búsqueda de las leyes que rigen los movimientos de los astros, la mejora de los modelos planetarios antiguos o la elaboración de modelos nuevos.

En el dominio teórico encontramos la descripción de las estrellas, la Astronomía esférica, la Trigonometría, el estudio de los modelos planetarios, y sobre todo, la elaboración de tablas astronómicas. En el campo de las aplicaciones prácticas encontramos la observación del movimiento de los cuerpos celestes y de ciertos fenómenos infrecuentes no cíclicos, el diseño y fabricación de instrumentos astronómicos, como astrolabios y cuadrantes, la determinación del tiempo y la elaboración de calendarios. A estos dos vastos dominios hay que añadir la Astrología astronómica, que más que del pasado, se va a aprovechar de los progresos de las actividades astronómicas, cuyo constante éxito entre las capas mayoritarias de la población estimulará indirectamente el desarrollo de la Astronomía.●

***Profesor de la Universidad París-Sur y colaborador de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia.**

Blas Cabrera y Felipe (1878-1945): canario ilustre, físico universal

(y 3) Padre de la física española

Leandro Trujillo Casañas

Físico experimental

EL matemático Julio Rey Pastor (1888-1962) calificaría a la generación de 1914 su generación y también la de Ortega y Blas Cabrera, como «vigorosa y optimista, extrovertida hacia la alegría de la vida... que se propuso reanimar la historia de España por nuevo rumbo y hacia nueva meta». Blas Cabrera comparte este temple humano y entusiasmo para desbrozar el camino que debería seguir la ciencia española de principios de siglo. Camino iluminado por el ejemplo y estímulo de Cajal que para Blas Cabrera significó, desde la atalaya de su madurez en 1936, «...todo cuanto soy o pueda significar en el porvenir, pues su impulso y ayuda enderezó la actividad de mi inteligencia por la senda de la investigación científica...».

La carrera de Blas Cabrera evoluciona con rapidez entre 1901 y 1910. En este lapso de tiempo, relativamente corto, llegó a ser reconocido, dice Sánchez Ron, como «líder de la física española». El azar quiso que diversos factores se entrecruzaran dando un componente positivo, entre los que deben mencionarse, aparte de sus valores personales, el ambiente social, político y científico de esta época.

Muy importantes son dos acontecimientos ocurridos en 1910: su ingreso en la Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales y la creación del Laboratorio de Investigaciones Físicas de la Junta para la Ampliación de Estudios con Cabrera como director. Mientras trabajaba en la instalación del nuevo laboratorio —crucial para sus éxitos científicos—, decide salir al extranjero «...para visitar Laboratorios de Física y efectuar trabajos sobre Magnetismo en Francia, Suiza y Alemania» mediante una beca de la Junta en 1912. Los cinco meses que la beca cubría fueron, podríamos decir, muy bien aprovechados pues se inicia aquí, junto a E . Moles, la línea de investigación a la que se dedicaría, especialmente, toda su vida científica, es decir, magnetismo y su relación con la estructura de la materia, lo que le puso en contacto enseguida con la Física Cuántica que se empezaba a desarrollar entonces. Precisamente su trabajo, en colaboración con Enrique Moles, *La teoría de los magnetones y la magnotoquímica de los compuestos férricos* (1912) marca un punto de inflexión. El papel desempeñado por Cabrera en esta época le caracteriza como artífice del deseado cambio de la Física en España, es decir, es el puente entre un pasado en el que «...se ignoró durante siglos el método experimental» y esta nueva situación en la que se empezó a crear física desde un punto de vista moderno y, diríamos además, que se configuró escuela y tradición, uno de sus principales méritos.

John H. Van Vleck (1899-1980), Premio Nobel de Física de 1977 y considerado como «Padre del magnetismo moderno», entendía en 1978 que «...en la historia del paramagnetismo, B. Cabrera será recordado como el físico que realizó los experimentos correctos en el momento oportuno». Y esto es así puesto que en el Laboratorio de Investigaciones Físicas y después en el Instituto Nacional de Física y Química (1910-1936), se hicieron series de medidas de la susceptibilidad magnética de diversas substancias —tierras raras y elementos de la serie de transición (hierro, paladio y platino)—, que fueron fundamentales para los trabajos teóricos relacionados con la interpretación cuántica de la estructura de la materia, como fue el caso de las teorías de Hund y Van Vleck. Esta situación dio lugar a varias contribuciones relevantes de Cabrera y sus colaboradores —Moles, Duperier, Palacios, Fanlenbrach, Velayos y otros— en este campo de la Magnetoquímica. Destaquemos en tal sentido sus aportaciones sobre la estructura del agua, los radios atómicos, la corrección de la Ley de Curie, que rige el comportamiento de la susceptibilidad magnética con la temperatura, conocida como ley de Cabrera-Duperier

$$(x+k)(T+\triangle)=C$$

y la ley de variación para los momentos magnéticos atómicos de la familia del hierro y las tierras raras o «curvas de Cabrera».

Padre de la Física española

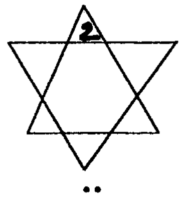
Fue continuador, podríamos decir, de la labor divulgadora que Cajal empezó, pues, además, tuvo tiempo para la docencia y para su incansable actividad dirigida a fortalecer el conocimiento e interés por la ciencia. Pronunció conferencias y participó en reuniones y congresos, tanto en España como en otros países europeos y americanos. Escribió excelentes libros y monografías que son verdaderas joyas de literatura científica, como son, por poner algunos ejemplos, *Qué es la electricidad* (1917), *Principio de la Relatividad* (1923), etc. Fue vicerrector y rector de la Universidad Central (hoy Complutense). Asimismo presidente de la Academia de Ciencias de Madrid y académico de la de París, rector de la Universidad Internacional de Santander, académico de la Lengua, miembro del Comité Científico de la Conferencia Solvay (VI y VII) —que significa su reconocimiento internacional, propuesto por M. Curie y A. Einstein—, etc. Su semilla cayó en terreno apropiado y ha tenido continuidad, siendo reconocido por las nuevas generaciones de físicos como «Padre de la Física Española».

Nos gustaría, por último, resaltar las iniciativas, realizadas en Canarias, que han intentado devolver a Blas Cabrera al sitio destacado que debe ocupar entre los españoles ilustres, sobre todo a partir de 1978 mediante el homenaje de su centenario —por iniciativa de la Universidad Internacional de Las Palmas «Pérez Galdós»—, luego se reforzaría gracias al congreso «Blas Cabrera: su vida, su tiempo, su obra» (Canarias, noviembre de 1995), con motivo del L aniversario de su muerte. En Arrecife, ciudad natal, se ha consolidado un proyecto cultural en torno a su figura, el Centro Cultural Blas Cabrera, y se le ha dedicado un monumento. También en Las Palmas se han tomado iniciativas para recuperar su memoria, dedicándole una escultura. La Laguna, que es la ciudad que lo vio nacer a la cultura, su ciudad adoptiva, tiene pendiente todavía el encuentro con Blas Cabrera, que sería el abrazo pendiente a uno de sus hijos más ilustres y «una reparación a tanto olvido premeditado», como diría el recordado profesor y científico canario Benito Rodríguez Ríos.●

Museo del Instituto de Canarias Cabrera Pinto

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

1.- En una de las puntas de la estrella de la figura, se ha escrito el número 2. En las demás puntas hay que colocar un número entero no nulo de forma tal que: a) sean todos distintos y b) cada uno de ellos es igual a la suma de los que están en las puntas vecinas, pero si la suma pasa de 10, entonces es igual a la cifra de las unidades.



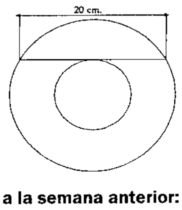
••

2.- Un número es perfecto cuando es igual a la suma de sus divisores, excluyendo lógicamente al propio número. El primer número natural perfecto es el seis, pues 6=1+2+3. ¿Cuáles son los dos siguientes números naturales perfectos?

••

III Olimpiada Matemáticas «Thales»; Andalucía.

En una corona circular, una cuerda de la circunferencia exterior que es tangente a la circunferencia exterior que es tangente a la circunferencia interior, mide 20 cm. Calcular el área de la corona circular.



Soluciones a la semana anterior:

1.- En agosto, ya que: la suma 38 sólo la puede obtener con un día 31 (el último lunes) y un día 7 (el primer jueves). Además tenga en cuenta que dos meses seguidos del año tienen 31 días.

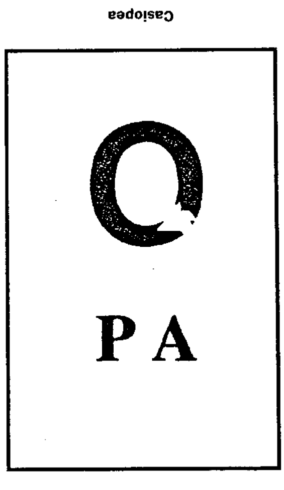
2.-

0	5	6	1	5	0	5
3	3	2	2	5	5	2
6	6	6	0	1	3	5
1	0	6	4	5	4	5
3	4	3	3	2	4	3
2	2	1	2	4	1	3
6	2	0	0	0	1	1
6	0	4	4	1	4	6

3.- El Teorema de Thales interviene en las dos estrategias que conocemos. El resultado es 1/5 m2.

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca



Constelación boreal

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 27 MAYO 2000 NUMERO 21

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

El desarrollo del álgebra en Italia (siglo XVI)

Silvio Maracchi *

La matemática griega no consiguió superar el escollo de las ecuaciones de tercer grado ni en el terreno propiamente algebraico ni en relación con ciertos problemas geométricos como la duplicación del cubo, la trisección del ángulo o la división de una esfera en dos partes mediante un plano en proporción dada, problemas todos ellos que se traducían algebraicamente en ecuaciones de tercer grado. Incluso los matemáticos árabes, más dotados de mentalidad algebraica que sus colegas griegos, no las consiguieron resolver mas que en casos particulares, seguramente porque muy influidos por el rigor de la geometría buscaban en ella la justificación de los procedimientos algebraicos.

Habrá que esperar al siglo XVI a que los matemáticos italianos consiguiesen rebasar las «columnas de Hércules» del álgebra de aquellos tiempos. El primero que resuelve, en 1505, la ecuación del tipo $X^3 + pX = q$ es Scipione del Ferro (1465–1526) y a esta particular forma se puede reducir la ecuación general de tercer grado. Teniendo noticias de la resolución del problema, Niccoló Tartaglia (1506–1557), desafiado por Anton Maria Fiore, alumno de Dal Ferro, reencontró la solución en 1535. Cuatro años más tarde, y después de pensárselo mucho, Tartaglia confió la preciada fórmula resolutiva a Gerolamo Cardano (1501–1576) no sin antes hacerle jurar que no la revelaría nunca. Pero Cardano tras conocer la solución de Dal Ferro se sintió desvinculado del juramento y en 1545 publicó su libro Ars Magna, en el cual, además de la solución de la ecuación de tercer grado con el debido reconocimiento de la autoría de Tartaglia, publica también la solución de la ecuación de cuarto grado debida a su alumno Ludovico Ferrari (1522–1565).

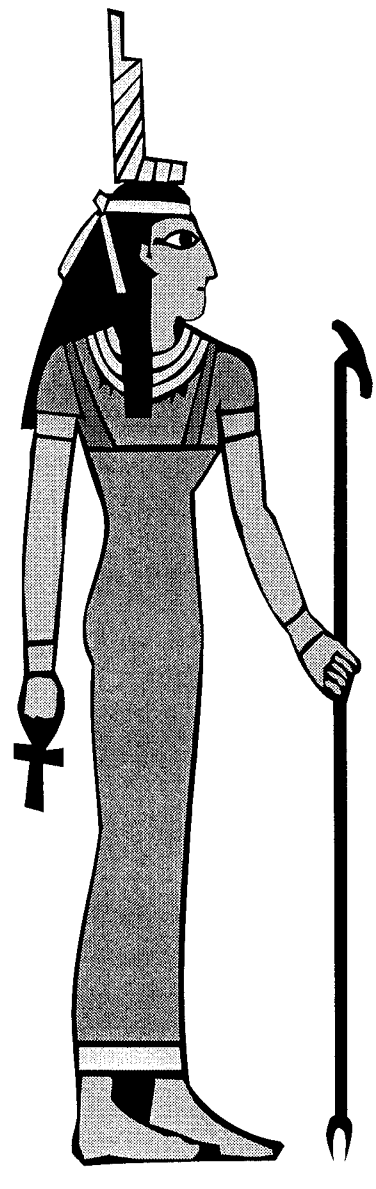
En la obra de Cardano hay diversas observaciones matemáticas sobre la ecuaciones de gran interés: oportunos cambios de variable para hacer más fácil la solución, relación entre coeficientes y soluciones, el uso de números negativos, etc. Tartaglia, al ver desvelado su secreto, reaccionó violentamente contra la obra de Cardano y publicó al año siguiente su libro «Cuestiones e Invenciones diversas», acusando a aquél de haber faltado al juramento y de tener escasos conocimientos de matemáticas. Fue entonces cuando Ferrari salió en defensa de su maestro Cardano y se entabló una controversia que apasionó al mundo culto de la época. Tartaglia y Ferrari intercambiaron hasta doce carteles de «desafío», antes de encontrarse públicamente en Milán en 1548. El triunfo fue para Ferrari aunque Tartaglia no quiso reconocerlo.

Con la resolución de la ecuación de tercer grado se superó la gran matemática clásica y se tuvo que afrontar el llamado «casus irreducibili» (ecuación con tres soluciones reales distintas, cuya fórmula resolutiva lleva a una raíz cuadrada con radicando negativo) que logró superarse en parte cuando Bombelli en 1572 introdujo los números complejos en el mundo matemático. Hay que observar que la demostración de la fórmula resolutiva recurría a cubos y paralelepípedos haciendo uso de la Geometría, que finalmente refrendaba los distintos pasos; para la resolución de las ecuaciones de cuarto grado la geometría de tres dimensiones no bastaba para justificarla y el álgebra se encontró en la necesidad de justificarse a sí misma y adquirir la mayoría de edad. Pocos años después sería el Algebra la que ayudaría a la Geometría en la resolución de muchos problemas con la invención de la geometría analítica.●

*** Profesor de Historia de la Matemática en la Università La Sapienza. Roma. Colaborador de la Fundación Orotava**

El **calendario** egipcio

ENTRE los calendarios antiguos, el más exacto, complejo y posiblemente el primero, fue el egipcio, que se cree que existía el año 4241 a.C. y se basaba en la salida de Sirio, la estrella más brillante después del Sol. El año constaba de 365 días divididos en 12 meses de 30 días más 5 días. Con ello el año utilizado era algo más de un cuarto de día más corto que el solar por lo que el primer día del año se iba retrasando coincidiendo con la posición de Sirio cada 1.460 años... Al final acabaron añadiéndole al año un cuarto de día. Este es el año que Julio César llegó a Roma y rigió en Occidente con sus 365 días y cuarto hasta la reforma gregoriana.



La reforma gregoriana

La reforma del calendario juliano la estableció el Papa Gregorio XIII en 1582, en base a un trabajo desarrollado por el profesor de medicina Luigi Lilio Ghiraldi, puesto que el anterior calendario se desviaba un día cada 128 años.

Aquel año la primavera comenzó el 11 de marzo y no el 21 como debería de ser y el retraso originaba problemas en la determinación de la Pascua y otras fiestas móviles, determinadas por el calendario judío, basado en la Luna.

El calendario gregoriano estableció como año bisiesto los divisibles por 4, salvo los que lo sean por 100, excepto los que lo son por 400 (el 2000 lo ha sido y esa circunstancia no se volverá a repetir hasta dentro de 400 años) y además decretó pasar del 4 de octubre al 15 de octubre de 1582 dando lugar a los días de nuestra era que nunca existieron.

Nosotros continuamos usando el calendario gregoriano, si bien advertimos que se sigue teniendo un desfase de un día cada 3.500 años.

El calendario de la revolución

Después de la Reforma Gregoriana del Calendario, el único intento serio de nueva reforma se llevó a cabo durante la Revolución Francesa. Resulta que el 22 de septiembre de 1792 se abolió la monarquía en Francia y con gran fervor revolucionario se proclamó la República. Se cerraba una época, una edad en la historia y se abría una nueva presidida por «la igualdad, la fraternidad y la libertad». Era necesario iniciar una nueva era. Así, el año nuevo pasó al 22 de septiembre y ese día se convirtió en el día 1 del mes Vendimiario del año 1. El nuevo calendario resistió hasta 1806 cuando Napoleón, ya emperador, comprobó que aquel revolucionario modo de contabilizar los días, no había traspasado las fronteras de Francia y ni siquiera dentro del país se le hizo mucho caso.

El año constaba de 12 meses de 30 días más cinco días (o seis, si era bisiesto). Los nombres de los meses fueron, después del Vendimiario (vendimia) que coincidía con el inicio del otoño, «Brumario» (por las brumas); «Frimaire» (escarcha). En invierno: Nivose (nieve); Pluviose (lluvia); Ventose (viento). Los de primavera: Germinal (de las semillas); Floreal (flores); Prairial (de las praderas). Y los del verano: Messidro (revolución), Thermidor (de los calores); Fructidor (de los frutos).

La primera hora del día

El día no siempre empezó a las 00:00 horas o como suele decirse más coloquialmente, a las 12 de la noche. Para la Iglesia Católica, por ejemplo, la hora «prima» (la primera) se corresponde con nuestras 6 de la mañana. La hora «tercia» (tres) con nuestras 9 de la mañana. La «sexta» con las doce del mediodía, y la «nona» (nueve) equivale a las 3 de la tarde. Esta denominación de las horas la podemos leer en el Evangelio de San Mateo (20: 1-16). Es el episodio de los obreros que son enviados a la viña unos desde la hora prima (seis de la mañana), otros desde la hora tercia y así hasta la hora undécima (que no son las 11 de la mañana sino las 5 de la tarde). A las seis de la tarde acaba la faena y el dueño de la viña paga a cada uno el denario convenido, lo que produjo murmuraciones de los primeros al cobrar lo mismo que los últimos en llegar. El párrafo acaba con la famosa frase de «muchos son los llamados y pocos los escogidos».●

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

1.- Antonio es el mayor de tres hermanos que, según como se levanten, cada uno decide por la mañana si ese día se dedicará a mentir o a decir la verdad.

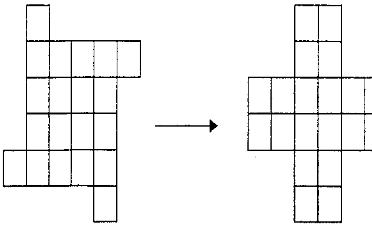
A dice: «Yo soy Andrés. Soy el mayor de los tres».

A lo que B le contesta: «Estás mintiendo, yo soy Andrés».

C concluye: «Andrés soy yo»

¿Cuál de los tres es Antonio?

*2.- **Inténtelo y lo conseguirá:** Vd. Debe dividir la parte superior en dos trozos iguales de manera que consiga con ellos formar la cruz griega.*



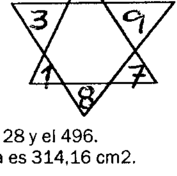
V Olimpiada Matemática «Thales»; Andalucía.

Tres parejas estaban en una discoteca. Una de las chicas vestía de verde, otra de rojo y la tercera de azul. Los chicos vestían, también, de esos colores. Estando en la pista, el chico de rojo, pasando al bailar junto a la chica de verde le dijo: «¿te has dado cuenta, Mary Cruz? Ninguno de nosotros tiene pareja vestida de su mismo color».

¿De qué color viste el compañero de la chica de rojo?

Soluciones a la semana anterior:

1.-



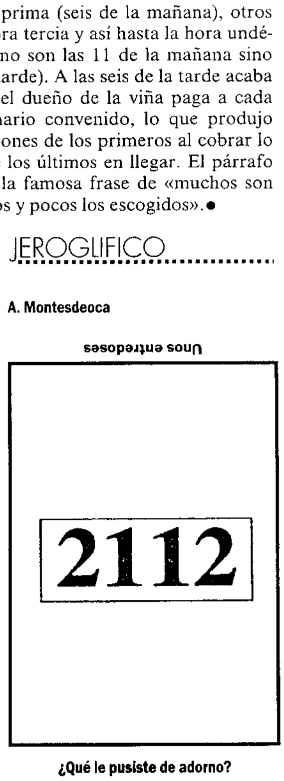
2.- Son el 28 y el 496.

3.- El área es 314,16 cm2.

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca

Unos entredoses



¿Qué le pusiste de adorno?

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 3 JUNIO 2000 NUMERO 22

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

El reto de enseñar matemáticas en las facultades de ciencias económicas

*Concepción González Concepción**

Es evidente que el futuro de los países va a depender, cada vez más, de la calidad de la formación humana... En las facultades de económicas hay algo absolutamente central, que es el análisis económico. Además, se necesitan instrumentos básicos como son las matemáticas, la estadística y la econometría. Eso tiene que ser el cuerpo central de la enseñanza (Rojo, 1991).

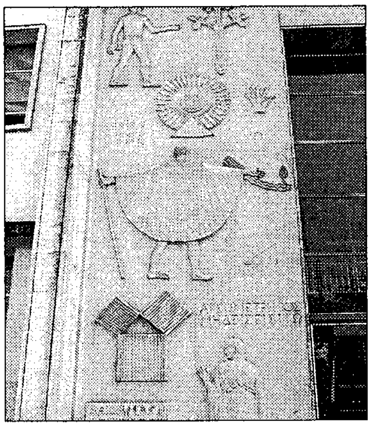
LOS siglos de historia que nos preceden, unido al hecho de que el flujo de material científico y literario es tan amplio en la actualidad, hace que un estudiante al terminar la etapa de Bachiller, si decide acceder a la Universidad, tenga que optar por continuar su especialización en el estudio de una parcela muy concreta de la realidad, y lo hará en función de su propia y corta experiencia y de la información que pueda disponer, que en ocasiones no es mucha ni muy objetiva. Por lo tanto, el cómo se desarrolla la enseñanza preuniversitaria, el momento político-social en que se vive, e incluso, las modas condicionan de una u otra forma la calidad y cantidad de estudiantes que llegan a una determinada Facultad. Ello, sin hacer mención a posibles pruebas de acceso que condicionan dichos factores en función de las necesidades de la sociedad, de las posibilidades reales de cada universidad, etc.

Sea como fuere, los estudiantes que cada año se nos presentan como compañeros de nuestro trabajo docente, son aquellos que han elegido el mundo de la administración y dirección de empresas como parcela de estudio, y que, dicho sea de paso, en su momento deberán decidir una mayor especialización como diseño curricular propio.

Debemos, pues, adecuar nuestra enseñanza (su contenido y método) a ese entorno. No es lo mismo enseñar matemáticas a alguien que ha optado por ciencias matemáticas que a alguien que lo ha hecho por economía o empresa, física, química, medicina, psicología, etc., aunque las matemáticas son las mismas en todas partes. La presencia de las matemáticas en otras licenciaturas suele constituir habitualmente un escollo en el aprendizaje de esas otras ciencias, debido fundamentalmente a dos razones:

a) El proceso de matematización de las ciencias, y en particular del mundo económico y empresarial es cada día mayor. De ahí que el lenguaje matemático (al igual que el inglés o la informática) es cada vez más imprescindible.

b) Su presencia en muchas facultades tiene una razón de ser que escapa a ella misma.



Universidad de Coimbra

Al principio, entre los precursores de la economía, ésta era esencialmente no matemática, más tarde, al introducirse en ella el lenguaje matemático podía diferenciarse claramente entre economistas matemáticos y discursivos y en la actualidad la matemática está presente de alguna forma en casi todas las parcelas de la economía. El proceso de cuantificación, e incluso de cualificación científica, de las relaciones económicas se revela cada vez más necesario para el conocimiento de las estructuras y para la formulación de predicciones, que se desarrolla plenamente en la econometría. Las matemáticas, en general, y la estadística, en particular, son los requisitos previos en ese proceso.

En primer lugar, hemos de conseguir conectar con el fin primordial de nuestros estudiantes, y por otra parte, hemos de seleccionar cuidadosamente el contenido de nuestra enseñanza. De no ser así, los alumnos de Economía y/o A.D.E. verían a las matemáticas más como una barrera que como una ayuda para sus propósitos, más como algo que hay que aprobar que como algo que hay que cultivar. Es necesario lograr, por un lado, un trabajo docente en equipo del grupo de profesores que les imparte las diferentes materias y por otro, un cambio de mentalidad en el alumno en el modo de aprender y de usar las matemáticas respecto a la enseñanza preuniversitaria.

Esta tarea requiere un doble esfuerzo: por parte de los profesores, es indispensable un trabajo docente en equipo que incluya, como mínimo, matemáticos y economistas (complementados por juristas, sociólogos, empresarios, etc.); y por parte de los alumnos, un interés en adecuarse a la nueva situación.

Partimos, además, de la base de que la enseñanza universitaria debe conseguir el equilibrio entre tres aspectos fundamentales:

* Uno práctico: su contacto con la sociedad, entiéndase atención a una cierta demanda social de buenos profesionales.

* Otro inicialmente teórico: su espíritu investigador que debe cristalizar en algo socialmente respaldado y necesario.

* Un tercero de puente entre los anteriores: su capacidad docente, es decir la formación de buenos profesores que reciclen el proceso antes mencionado mejorándolo en cada paso lo más posible.

Estos aspectos son los que constituirían los principales avances sociales, tecnológicos y de todo tipo, una vez que se aglutinen las fuerzas provenientes de los más variados campos de profesionalidad, docencia e investigación.

La consecución de dicho equilibrio requiere una flexibilidad en nuestra enseñanza, a veces, difícil de concretar: los continuos avances en el campo científico nos hacen creer que nuestra enseñanza debe ser más «formativa y crítica» que «informativa y estática». Por poner un ejemplo: no es necesario conocer puntualmente la información que contiene todo el software que se ofrece en el mercado, sino que lo importante es comprender el interés del ordenador, sus posibilidades, ventajas e inconvenientes de los entornos de trabajo, limitaciones..., es decir, la filosofía en torno al computador. Claro que para utilizarlo es ineludible aprender un lenguaje de programación o el manejo de un determinado software (el más acorde a las necesidades personales).

Sin embargo, en muchas ocasiones, protegidos por la conocida frase «cumplir un temario», nos dedicamos a enseñar muchas cosas sin intensidad.

Seguramente, la calidad depende en gran medida de la predisposición e interés del profesorado y alumnado inmersos en la problemática general de esta gran empresa que es la Universidad.■

Departamento de Economía Aplicada
Universidad de La Laguna

La primera enciclopedia impresa de matemáticas
Luca Pacioli (1445-1514)

*Silvio Maracchia **

LEONARDO da Vinci, el gran artista y hombre de ciencia, anotó en su «Códice Atlántico» la compra, por 119 «soldi», de la «Summa» de Luca Pacioli, acabada de imprimir en 1494. Leonardo, que juzgaba que el aprendizaje de la Matemática era necesario para las otras ciencias, había hecho una buena compra puesto que había adquirido el primer y único texto completo de Matemática pura y aplicada que había salido de la imprenta. Aunque ésta no fue la primera obra impresa de Matemáticas (puesto que ya en 1478 se había publicado la «Aritmética» de Treviso), sí puede considerarse a la «Summa» de Pacioli como la primera enciclopedia de Matemáticas, que fue reeditada en 1523; (para valorar el precio pagado por Leonardo, que más tarde entablaría amistad con Pacioli, piénsese que en uno de los problemas de la «Summa» una gallina costaba 5 «soldi»). Esta obra constituye el punto de partida común de los grandes matemáticos a lo largo del siglo siguiente, si bien la materia tratada en ella no es original, ya que en la obra se recopilaban unos resultados matemáticos ya conocidos. Así pues, Luca Pacioli no fue un matemático creador y, aunque alguna vez se atribuye resultados de otros, el gran mérito de Pacioli consistió en haber expuesto los temas con vivacidad y haber escrito en lengua vulgar para que fuese asequible a todos.

La «Summa de Aritmética, Geometría, Proporciones y Proporcionalidad», que así era el título completo, estaba dividida en dos partes: la primera trataba de aritmética, álgebra y de prácticas comerciales (a Luca Pacioli se le consideró, erróneamente, el inventor de la «doble contabilidad»); la segunda se dedicaba a la geometría teórica y práctica, y mantenía la estructura del «Liber Abaci» y de la «Practica geometriae» de Leonardo Pisano. Junto a los argumentos matemáticos, Pacioli nos cuenta episodios de su vida, anécdotas y preceptos morales —no en vano era fraile— en un lenguaje lleno de expresiones dialectales y de frases latinas. A menudo establece osadas comparaciones entre los objetos matemáticos que estudia y determinadas situaciones físicas o metafísicas. Por ejemplo, asocia los llamados «números perfectos» (aquellos números que son iguales a la suma de todos sus divisores propios, como el número 6 que es igual a la suma de sus divisores 1, 2 y 3; o bien el número 28=1+2+4+7+14) con los organismos sin defectos y bien ordenados (¡claro está que los números perfectos terminan solamente en 6 ó en 8!). Compara también los tres segmentos obtenidos a partir de uno dado y de la división de éste en dos pares tales que una de ellas sea la «sección áurea» con la Santísima Trinidad.

En 1509, Pacioli publica «De divina proportione», que consta de tres partes; en la primera de ellas trata el tema de la sección áurea y su relación con objetos naturales y con entes matemáticos, considerando especialmente los llamados «sólidos platónicos» (los poliedros regulares) y los «sólidos arquimedianos» (los poliedros semiregulares); la segunda parte es más bien un tratado de arquitectura inspirado en Vitrubio y la tercera es la traducción del «De corporibus regularibus» de Piero della Francesca, que Pacioli presenta como un trabajo suyo. Otra obra, que no llegó a publicar, es su «De viribus quantitatis», una colección de problemas y adivinanzas de todo tipo.

En resumen, Luca Pacioli en la «Summa» nos muestra cómo las matemáticas pueden ser utilizadas en el comercio, en repartos de bienes, en el cambio de monedas, etc., mientras que en la «Divina Proportione» prueba que la matemática está íntimamente ligada a la belleza y a la simetría y en el «De viribus quantitatis» que la matemática puede ser incluso divertida.■

*Profesor de Historia de las Matemáticas en la Universidad «La Sapienza» de Roma y colaborador de la Fundación Orotava

*Departamento de Economía Aplicada, Universidad de La Laguna

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

1.- Coloque cinco monedas distribuidas como se indica en la figura. Hay tres iguales y otras tres iguales entre sí:

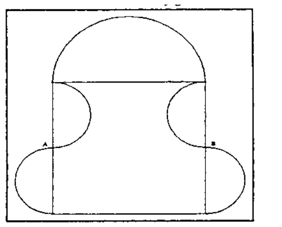
El juego que le proponemos consiste en tratar de colocar las tres negras juntas y las dos blancas juntas. Sólo hay que respetar una regla: en cada movimiento hay que mover al mismo tiempo una blanca y una negra. Por supuesto, no puede cambiar su posición, es decir, que la que está a un lado sigue en ese lado después del movimiento. Lo que sí puede considerar es que tras algún movimiento alguna moneda quede aislada. Su reto consiste en hacerlo en el menor número de movimientos posible, por eso le decimos que cuando obtenga una solución trate de ver si la puede mejorar.

••

2.- Un padre le dijo a su hijo: «Tengo en este caja un número de duros menor de 200. Fíjate ahora en los siguientes datos: Si los agrupas de 11 en 11, te sobrará uno; en cambio si los agrupas de 9 en 9 no te sobrará ninguno. Si aciertas cuántos son, te daré la mitad».
Ayúdele al chico a conseguirlo.

IV Olimpiada Matemática «Thales»; Andalucía

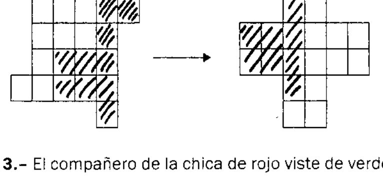
3.- Basándome en un cuadrado de lado 4 cm., recorté una figura de peón de ajedrez como se observa en el dibujo. Si A y B son los puntos medios de los lados. Calcula el área de la figura recortada.



Soluciones a la semana anterior

1.- A miente porque Andrés no es el mayor. B dice la verdad porque afirma que A miente. Luego C es Antonio.

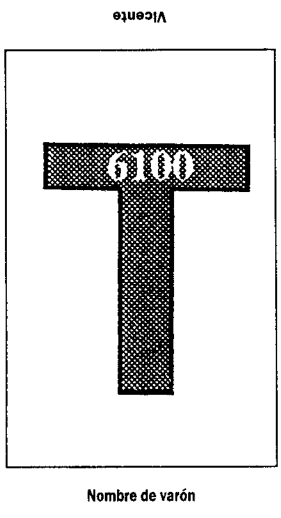
2.-



3.- El compañero de la chica de rojo viste de verde.

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca



Nombre de varón

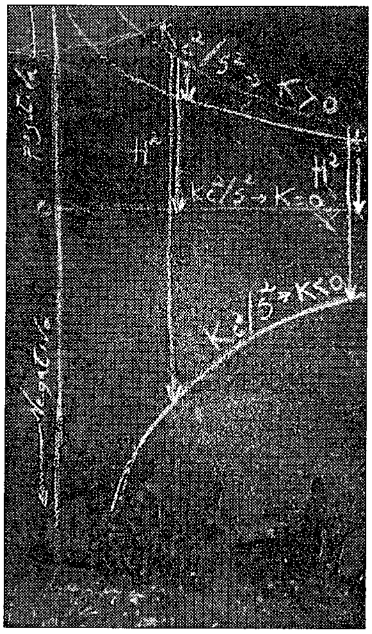
2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 3 JUNIO 2000 NUMERO 22

Las matemáticas del arte y el arte de las matemáticas

Gustavo Montero García

QUIEN no se ha preguntado alguna vez por qué algo nos parece bello, nos resulta agradable a la vista. Desde tiempos remotos, el hombre ha estudiado este enigma para finalmente decantarse por una cuestión de proporciones. Todo en la naturaleza está diseñado siguiendo unas determinadas proporciones. El arquitecto e ingeniero romano *Vitruvio,* en su tratado *De Architecture* (siglo I D. de C.), sostenía que la relación más armoniosa entre las partes de un todo se alcanza cuando la proporción entre la menor y la mayor de las partes es la misma que entre la mayor y el total. Es aquí donde entra en juego *el número de oro,* 1,618033989... En efecto, tal es el caso del dedo humano, donde existe esta relación entre la primera falange y la segunda, y la segunda y la tercera. De igual forma, el ombligo divide la altura del cuerpo humano en la proporción áurea. Otros muchos ejemplos aparecen en plantas y animales. Y es que sobre este número, que data del Antiguo Egipto, se han vertido ríos de tinta: desde *Luca Pacioli* (1445-1509), *Leonardo da Vinci* (1452-1519), *J. Kepler* (1571-1630) y *R. Simson* (1687-1768), hasta *Le Corbusier,* en este siglo (1887-1965), con su sistema de proporciones armónicas llamada Modulor. En definitiva, el papel de las matemáticas en el arte es evidente, pero, a la vez imperceptible para los sentidos del espectador. En contrapunto, cuando pensamos en las matemáticas como un medio para expresar ideas nos acercamos a la definición de esta ciencia como arte. El proceso de construcción y desarrollo de todo el pensamiento matemático ha seguido y sigue un esquema muy concreto: idea, composición y difusión. En la idea inicial debiera



Ana de la Puente
Código de Bariones

surgir un prodigio lleno de originalidad y creatividad, generalmente como respuesta a un problema previo. Este momento es el más importante aunque frecuentemente sea olvidado en las contribuciones matemáticas actuales. Según *J.L. Kelley (Escribiendo Matemáticas,* 1991), *lejos de formatos y estilos, cuando se escribe matemáticas es para decir algo. Dicho de otra forma: el número de ideas dividido por el número de páginas debe ser estrictamente positivo.* La segunda parte del proceso consiste en convertir esa idea en una composición con significado propio. Aquí, como en cualquier parcela del arte, interviene la habilidad y el ingenio del autor. Este, con una paleta cargada de proposiciones, lemas, teoremas, corolarios, etc., intenta realizar una pieza suficientemente interesante a la vista (y revista) de los *grandes sabios* para que sea publicada. Pocos lo consiguen: la ley de Lotka afirma que el número de personas que producen *n* artículos es proporcional a *1/n2.* Actualmente, la tendencia general es la de documentos concisos, directos y claros, siguiendo el lema de que no existe señal más hermosa que una simple frase declarativa. Por ello, aunque no es fácil, todos los escritores deben aprender el arte de preparar un resumen que contenga la información esencial de sus trabajos. Finalmente, el fenómeno de la difusión de los conocimientos establecidos en estas publicaciones resulta imprescindible. Difícilmente las matemáticas podrían avanzar y crecer sin ser transmitidas a toda la comunidad susceptible de recibir esa información, desde científicos y docentes, a estudiantes de todos los niveles. La pauta a seguir en este final de trayecto permítame que se la ilustre con este fragmento de una carta de *M. Faraday* a su amigo *B. Abbott* en 1813: *la pronunciación no debería ser rápida ni precipitada, ni, consecuentemente, ininteligible, sino lenta y deliberada, transmitiendo las ideas del profesor e infundiéndolas con claridad y amenidad en las mentes de la audiencia.*■

***Catedrático de Matemática Aplicada de la U.L.P.G.C.**

Las matemáticas en la Filatelia

José Conrado González García (Jacobo)

FUE el 6 de mayo de 1840 cuando comenzó a circular el primer sello del mundo. Era un pequeño rectángulo de color negro de 19 x 23 milímetros con la imagen de la reina Victoria de Inglaterra. Eso ocurrió hace 160 años y hoy, el coleccionismo de sellos o Filatelia es una de las aficiones más extendidas en todo el mundo. Hay varias razones para ello. Por un lado es una afición muy sencilla donde las técnicas para recoger, seleccionar y guardar los ejemplares que se consiguen no son difíciles. Por otro hay una amplia gama de posibilidades de variación. Hay quien colecciona sellos de determinados países mientras que otros se inclinan por las colecciones temáticas. Son frecuentes las colecciones especializadas en personajes, animales, plantas, trenes, aviones, etc. También es relativamente fácil intercambiar sellos, ya sea por contactos con otros coleccionistas, a través de revistas especializadas o en sitios concretos donde éstos se reúnen periódicamente. En Santa Cruz de Tenerife se suelen reunir coleccionistas para intercambiar en la Plaza del Príncipe, los domingos por la mañana, y también en la Plaza del Charco del Puerto de la Cruz.

De los posibles temas a coleccionar quiero resaltar aquí el propio tema de la Matemática. Parece un tema en el que no abunden los sellos, pero ya iréis viendo cómo eso no es así. En el mundo se han editado muchos sellos donde aparecen personajes relacionados con la Matemática: Newton, Descartes, Leibniz, Euler, Pitágoras, Tales, etc. Otros sobre congresos matemáticos y otros eventos relacionados con el tema. Si incluyo la Astronomía, intensamente relacionada con la Matemática, habremos aumentado mucho las posibilidades. A lo largo de estas páginas semanales os iré comentando algunos aspectos curiosos del coleccionismo de sellos, en general, y, sobre todo, del tema que nos ocupa. Si tenéis alguna pregunta sobre este tema o alguna sugerencia podréis enviar una carta a Jacobo. C/ Francisco de Paula, 34, CP 38205 La Laguna (Tenerife), que ya os iré contestando en sucesivos artículos.■

Renato Descartes y el descubrimiento de la Geometría Analítica

Prof. Antonio Velázquez
Prof. Gloria Acosta

Comenzando a hablar sobre la vida de Descartes

SI al docente se le recuerda la necesidad de mantener vivo el pasado, debe adoptar una actitud mental distinta a la de decidir simplemente si asistirá o no a una charla. Necesita documentarse; debe intentar que sus alumnos entiendan que las ideas no surgen sólo de la boca de un profesor (por bueno que éste pueda ser), ni de un libro de texto (que cada vez se transforma más en una «rara avis»), sino que son un legado de muchos hombres que las elaboraron trabajosamente —y, muchas veces, peligrosamente— en un pasado, no siempre remoto.

En lo personal, nos cuesta trabajo recordar cuál fue el Luis que clausuró la abadía de Port Royal o cuántas vidas se perdieron debido a sus ansias de conquista europea, pero nos deleitamos releyendo pasajes de la vida de Pascal.

Nosotros intentamos aportar nuestro pequeño granito de arena a la tarea, cada vez más ardua, de preservación de la historia y de los valores humanísticos y científicos. En ese sentido, y por lo indicado en el primer artículo, hablaremos sobre Descartes.

No comentaremos la obra de Descartes como filósofo; ha sido bastante divulgada. En Matemáticas, complementa los estudios de Roberval sobre tangentes a cicloides. Determina normales, en particular a la concoide. Analiza la espiral logarítmica, el folium cartesii, el óvalo de Descartes, la ecuación S a = p a (S a es la suma de los divisores de a, p racional › 1), el problema de tangentes inversas, el «locus ad quattuor lineas» de Papo. Resuelve gráficamente ecuaciones. Estudia la ley del resto y el «teorema de Descartes». Enuncia el que será llamado teorema «de Euler» sobre poliedros (c + v = a + 2). Intuye la «regla de los signos» para polinomios, que demostrará Gauss. Todo esto, olvidable.

Lo introduce en la inmortalidad la invención que Augusto Comte califica así: «La Geometría Analítica, que ha cambiado la faz de la Matemática, y en la que debemos ver el germen de los progresos ulteriores, no es sino el resultado de una aproximación entre dos ciencias concebidas hasta entonces de una manera aislada». Su invención jamás condujo a contradicciones. Como otras que demostraron ser muy accesibles a las masas, es también de las que ejercieron mayor influencia en la matemática pura. Dio al Análisis el arma que le faltó a Arquímedes. Liberó a la Geometría de la pesada condición euclidiana del uso único de regla y compás. La Topología sería sólo descriptiva sin los métodos analíticos. El uso de dos o tres ejes prohíja la generalización a dimensión n cualquiera (finita o infinita; los espacios de Hilbert pertenecen a esta última clase) y el Algebra Lineal. Y si n deja de ser natural, llegamos a los fractales y al intento de conocer las «leyes del caos».

Renato Descartes murió de neumonía el 11 de febrero de 1650. Había nacido el 31 de marzo de 1596, en La Haye (Provincia de Touraine). Su madre murió a los pocos días de darlo a luz. Por su mala salud, hasta los ocho años se le permitió no ocuparse de nada.

A esa edad fue enviado al colegio jesuita de La Fléche. Estudió, descansó mucho y se dedicó a la poesía. Le atraía la Matemática. Tomó conocimiento en la Fléche de los descubrimientos de Galileo. Esto muestra una apertura de espíritu por parte de los jesuitas que, sin embargo, seguían usando el método escolástico que no agradó al joven Descartes.■

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 10 JUNIO 2000 NUMERO 23

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

Las matemáticas y los jesuitas

*Romano Gatto**

EL nacimiento de la nueva ciencia les planteó a los jesuitas el problema de prepararse adecuadamente, no sólo para refutar posiciones contrarias a la ortodoxia católica, sino también para mantener una posición de preeminencia en el ámbito de la enseñanza. De esta manera, junto a los filósofos y teólogos formados a propósito en el seno de la Compañía para refutar posiciones heterodoxas, se situaron poco a poco como «científicos profesionales», hábiles matemáticos capaces de responder con competencia a las cuestiones astronómicas, cosmológicas y físicas sobre las cuales cada vez más a menudo se centraban las discusiones. Sólo entonces la enseñanza de la matemática empezó a ocupar un lugar importante en los colegios jesuitas, mientras que durante los primeros tres o cuatro decenios de la vida de la Compañía había estado del todo ausente, o había desempeñado un papel completamente marginal.

Varios factores habían contribuido a determinar tal orientación. En primer lugar, la política expansionista de la Compañía requería un número creciente de personas cualificadas para dirigir las organizaciones periféricas y los colegios, así como de docentes para la enseñanza de las *humanae litterae*, la retórica, la filosofía y la teología, materias que constituían el núcleo del proyecto educativo jesuita. En segundo lugar, la falta de docentes preparados a quienes confiar una enseñanza como esa. En tercer lugar, la hostilidad manifestada en los enfrentamientos en torno a la matemática por no pocos filósofos y teólogos de la Compañía, que ponían en duda su cientificidad y su eficacia didáctica y formativa, y que temían que un estudio de esa clase pudiera apartar a los alumnos del de las materias más importantes, tales como la filosofía y la teología. La batalla emprendida por Christoph Clavius en defensa del papel pedagógico fundamental de la matemática, de su utilidad incluso para una comprensión más fácil de la teología, de su cientificidad específica, de su preeminencia sobre el resto de la filosofía natural, consiguió que, con la *ratio studiorum* del 1585, se instituyera dentro de los *studia superiora* de los colegios un curso específico de matemática. A partir de entonces en los colegios jesuitas se formó un gran número de matemáticos que, por la calidad de sus contribuciones a los diversos campos de su competencia, llamaron la atención de sus contemporáneos: Christoph Grienberger, Paul Guldin, Giovanni Giacomo Staserio, Giuseppe Biancani, Nicolò Cabeo, Mario Bettini, Giovan Battista Riccioli, Francesco Maria Grimaldi, Paolo Casati, Nicola Zucchi son algunos de los nombres más significativos de entre los matemáticos jesuitas de los siglos XVI y XVII. La mayor parte de ellos fueron también autores de manuales y tratados de diverso tipo, que a menudo gozaron de una duradera difusión. El primero de todos fue Clavius, cuya producción, que comprendía manuales de aritmética, álgebra, geometría elemental (su *Commentarium ad Euclidis Elementorum*, editado muchas veces, fue durante largo tiempo de los más apreciados), geometría aplicada, gnomónica, un tratado de la esfera, teoría y praxis de los relojes, calendario, sólo quedó interrumpida cuando le sobrevino la muerte.

Grande fue el prestigio de los colegios donde se había puesto en marcha un curso de matemáticas. Un importante papel en favor de la misma desempeñaron también, en aquel periodo, los éxitos cosechados gracias a los conocimientos matemáticos, por algunos misioneros como Matteo Ricci y sus compañeros, quienes en China habían podido acercarse a los príncipes locales, ganarse su confianza y llevar adelante su obra de evangelización gracias a sus habilidades matemáticas, astronómicas y mecánicas, que les habían permitido resolver incluso importantes problemas hidráulicos. Pero sobre todo, como se dijo al principio, la matemática se fue consolidando cada vez más como instrumento indispensable para poder hacer frente a las numerosas disputas y controversias surgidas tras los descubrimientos astronómicos posibilitados por la invención del telescopio, así como por el nacimiento de nuevas teorías científicas, que a menudo presentaban posiciones radicalmente encontradas con la ortodoxia de la Iglesia católica.

La disputa científico-doctrinal ligada a las vicisitudes de la condena de Galileo, que ve alineados a los jesuitas en defensa de posiciones ligadas a la tradición aristotélico-tomista, ha demostrado su eficacia no sólo en el plano de la controversia de tipo teológico-doctrinal, sino también en el más específicamente científico. ●

*** Profesor de la Universitá della Basilicata (Italia). Colaborador de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia**

Lo discreto y lo indiscreto

Rafael Montenegro Armas

HACE algún tiempo, un compañero me comentó: «Lo discreto está de moda». Con esta afirmación no se refería a que la indiscreción estuviera en desuso, puesto que la indiscreción es, por desgracia, el denominador común de muchos elementos o personas. Cuando en el lenguaje matemático hablamos de resolver un problema utilizando un método numérico, o discreto, nos referimos a que no se emplea un método analítico, o no discreto, o si se quiere llamémoslo indiscreto. Este último ha sido el método que se ha empleado tradicionalmente para resolver los problemas matemáticos. Las herramientas fundamentales eran el lápiz y papel; realmente era barato. Se trata, por ejemplo, de los cálculos analíticos, más o menos divertidos o tediosos, que se usan para resolver las famosas integrales. El alumno se aprende una serie de métodos para cada uno de los problemas tipo resolubles. Pero el problema se plantea cuando esa integral no se enmarca dentro de uno de esos tipos; ello solía pasar normalmente en los exámenes. Entonces había que recurrir a la llamada idea feliz que tenía que surgir procedente de la otra herramienta básica para el desarrollo de cualquier ciencia: el cerebro. Pero, así y todo, no siempre era posible la resolución analítica de cualquier integral; se hablaba de fáciles, difíciles e imposibles. Recientemente a las herramientas tradicionales —lápiz, papel y cerebro— se le suma el ordenador. Es entonces cuando empieza la revolución. A partir de la información más discreta posible —ceros y unos— se era capaz de representar aspectos realmente mucho más complicados. Por otra parte, debido a las limitaciones de la percepción humana, sólo somos capaces de sentir una realidad aparentemente continua a partir de sensaciones discretas. Es bien conocido, por ejemplo, que el ojo humano sólo es capaz de captar veinticinco fotogramas por segundo. Por esta razón, en el cine somos incapaces de apreciar los saltos discontinuos de cada fotograma al siguiente, así como los correspondientes instantes en los que no se proyecta ninguna imagen. Vemos algo discreto como algo continuo. Podríamos decir que nuestros sentidos aproximan suficientemente la indiscreta realidad. Según esto, si a partir de veinticinco fotogramas fijos presentados sucesivamente sobre una misma pantalla observamos un segundo de la «realidad», nos podemos preguntar: ¿Para qué más?

Efectivamente, esto sirve como ejemplo para justificar la resolución de un problema de forma discreta y aproximada. Los intervalos, en los que se mueven las variables físicas básicas —tiempo y espacio— que determinan el problema, se dividen en subintervalos mucho más pequeños y en cada uno de ellos aproximamos la solución de forma sencilla. A partir de esta idea, y aprovechando las posibilidades del ordenador, en muchas ocasiones podremos resolver el problema mediante un método discreto haciendo uso de lápiz, papel y, como siempre, cerebro. En este caso, de igual forma que en el ejemplo de los fotogramas, aproximaremos tanto como se quiera la solución del problema. Desde un punto de vista matemático diríamos que, si esto es posible, entonces el método es convergente. Con los métodos numéricos o discretos se han podido resolver muchos problemas que hasta hace muy poco eran inabordables mediante métodos analíticos. Se ha sido capaz de simular problemas reales de gran envergadura, pero así y todo nos quedan problemas por resolver, y por supuesto existen algunos que no se resolverán nunca. Esto último se debe, entre otros aspectos, a que nuestra percepción tiene un límite; de nada nos sirve proyectar simultáneamente varias películas sobre la misma pantalla, incluso aunque la secuencia de fotogramas esté sincronizada de forma que cada instante sólo se proyecte un único fotograma de una única película. Lo único que este experimento podría causar, casi con toda seguridad, es un dolor de cabeza al espectador. Espero que este breve artículo no haya provocado en el lector los mismos síntomas. ●

LAS MATEMATICAS DE CADA DIA (9)

Matemáticas y... teclados

Claudi Alsina

Durante siglos la escritura fue siempre un arte manual. Hay que llegar al siglo XVIII para que aparezcan los primeros mecanismos dedicados a mecanizar la escritura pero no fue hasta 1867 que Christopher L. Sholes diseñó una buena solución y en 1873 apareció la «máquina Sholes», construida en serie por la Casa Remington. La «máquina de escribir» había nacido. La idea del teclado de piano subyace en este invento y así la presión digital sobre una tecla hacía posible el movimiento de una pequeña pieza metálica con una letra en relieve que, al golpear sobre una cinta con tinta, imprimía sobre un papel la letra deseada. Estas son las viejas máquinas que hoy venden los anticuarios o que guardamos en el desván de las reliquias familiares. Desde entonces la máquina de escribir eléctrica y el ordenador se han encargado de modernizar totalmente el proceso de escribir.

Casi todo ha evolucionado, desde la forma de las teclas a los procesos de impresión. Pero algo extraordinariamente raro sigue siendo común a la Sholes de 1873 y al ordenador de última generación: el orden de las letras en el teclado:

Q W E R T Y U I O P
A S D F G H J K L Ñ
Z X C V B N M

No hay diferencia entre la distribución de letras del teclado del ordenador donde se está escribiendo este texto y la que presentaba una máquina de escribir tradicional.

En todos los idiomas occidentales el alfabeto es esencialmente común y la ordenación alfabética también (a, b, c, d, e, f, g,...). Pero si teclea el alfabeto apreciará en seguida un baile diabólico de dedos para lograr la ordenación usual. ¿No sería más normal que los teclados siguiesen el orden alfabético? Posiblemente. Pero el culpable de la distribución del teclado fue el propio Sholes al fijar una colocación cuya voluntad era «facilitar las asociaciones de letras más frecuentes en el idioma inglés». Cuando Morse creó su famoso código, al traducir letras a un sistema de puntos y rayas (fácilmente practicable con linternas) impuso un principio estadístico, dando la mayor facilidad de transcripción a las letras cuya frecuencia de aparición en el idioma inglés, fuese mayor.

¿Por qué los grandes avances tecnológicos siguen perpetuando el orden de los viejos teclados?... Por miedo al rechazo social de los usuarios. No es una solución óptima pero parece un mal socialmente necesario. Algo parecido ha ocurrido con la forma de hacer las operaciones aritméticas a mano. Los algoritmos de sumar, restar, multiplicar y dividir son de origen árabe (note que suma, resta y multiplica de derecha a izquierda). No son los únicos ni los más perfectos... pero se considera «socialmente» necesario mantenerlos.

La costumbre y la tradición tienen sus servidumbres. ¿Se imaginan que mañana encontraren los teclados cambiados y las operaciones se realizasen de otra forma? Tranquilidad, esto no ocurrirá nunca... por ahora. ●

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

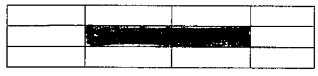
1.- Esta primera prueba tendrá dos partes. La primera es sencilla pero la segunda requiere dedicarle un poquito más de tiempo a los cálculos que hay que hacer. A ver si los números que obtenga, coinciden con los nuestros.

a) ¿De cuántas formas se pueden colocar dos reinas en un tablero de ajedrez?

b) ¿De cuántas formas se pueden colocar dos reinas en un tablero de ajedrez pero de manera que una no pueda eliminar a la otra?

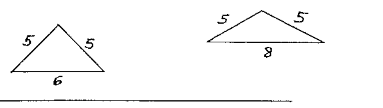
••

2.- En la siguiente planta de un hotel que tiene sólo diez habitaciones Vd. ha de ingeniárselas para colocar doce sabios. La cosa, aparentemente es imposible, pero seguro que lo conseguirá.



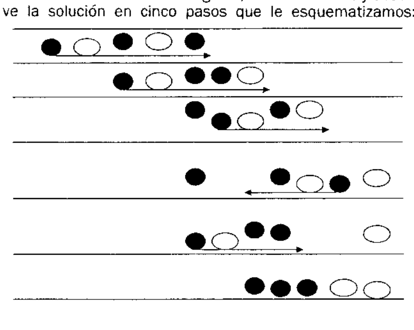
3.- V Olimpiada Matemática «Thales», Andalucía.

Estos dos triángulos tienen dos lados iguales. ¿cuál de ellos tiene mayor superficie?



Soluciones a la semana anterior:

1.- ¿Ha sido capaz de hacerlo en 5 movimientos? ¡Enhorabuena! Si no lo ha conseguido, no se desanime y observe la solución en cinco pasos que le esquematizamos:



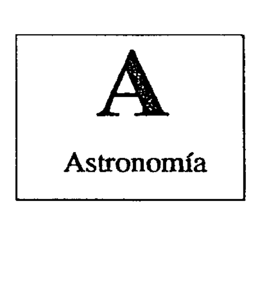
2.- Se trata de un número par y múltiplo de nueve. Por otro lado es múltiplo de 11 más uno. Efectivamente es el 144.

3.- Area = 22,28 cm².

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca

A conciencia



¿Está bien hecho?

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 17 JUNIO 2000 NUMERO 24

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

Galileo: ¿Cuál es el papel de las Matemáticas?

*Egidio Festa**

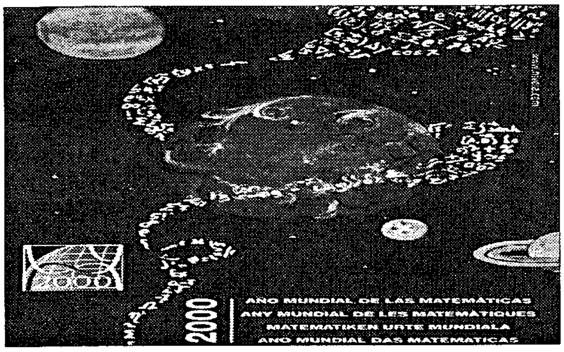
EL interés de Galileo por la Matemática y sus aplicaciones al conocimiento de los fenómenos naturales lo atribuyen la mayoría de los expertos a una influencia platónica. Pero hay que destacar que esto no significa que Galileo se haya dejado conducir en una dirección filosófica concreta. Por ejemplo, no se le puede atribuir la creencia en un mundo constituido por puras entidades matemáticas, del que el mundo de los fenómenos sería sólo un reflejo, según sugiere Platón.

En la época de Galileo prevalece la noción de «autoridad» y para los «tradicionalistas» la autoridad a la cual es indispensable referirse es el aristotelismo, revisitado y recuperado convenientemente por Tomás de Aquino para servir de fundamento a la nueva Escolástica. En Aristóteles, las premisas de las demostraciones se dividen en *axiomas* y *postulados* (o hipótesis). Es indispensable el conocimiento de los axiomas (primeros principios), como por ejemplo el principio de no contradicción. Los postulados son las premisas específicas de cada ciencia concreta. Axiomas y postulados son proposiciones *universales*. Pero quien quiera *demostrar* debe conocer las definiciones relativas a aquello que se estudia. Axiomas, postulados, y definiciones tienen en común: a) que no están demostrados y b) que proceden de la experiencia. Antes del proceso demostrativo, basado en la deducción, hay pues, un proceso inductivo que partiendo de la experiencia nos conduce hacia los primeros principios de la demostración.

Podemos decir que en Galileo no hay diferencia sustancial entre axiomas y postulados. Estos son, como para Aristóteles, fruto de la experiencia. Pero a diferencia de éste, Galileo prescinde de los aspectos cualitativos, y formula los axiomas en términos matemáticos. Galileo explica que, para construir una física matemática «es preciso eliminar los impedimentos de la materia» (es decir, hacer abstracción de las *cualidades* materiales) (*Diálogo*, Jornada Segunda); del axioma se pasa a la definición [ejemplo de definición: cuerpo grave es el que cae según la ley (axioma) del movimiento uniformemente acelerado]. La definición permite prever los fenómenos. El paso de la definición a la *previsión* se efectúa, pues, por *deducción*.

En resumen, en Galileo la experiencia interpretada en términos matemáticos conduce al axioma, por tanto a la definición, es decir a una realidad abstracta independiente de la materia, capaz de prever, mediante deducción, los fenómenos naturales. Se da por supuesto, obviamente, que en el paso de la experiencia al axioma, por vía de la *matematización* no se comenten errores. Se trata de un método en el que matemática y experiencia desempeñan un papel determinante. Y este es el método que caracteriza al nacimiento de la ciencia moderna.■

***Investigador del Centro Alexandre Koyré (París). Colaborador de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia**



LAS MATEMATICAS DE CADA DIA (10)

Matemáticas y... zurdos

Claudi Alsina

LA inmensa mayoría de las personas usa de forma privilegiada su mano derecha, relegando a su izquierda a un papel de figurante. Una minoría son zurdos... y una mini minoría saben usar indistintamente ambas manos (el famoso lógico Alfred Tarski tenía, entre muchas otras, esta virtud).

Las sociedades avanzadas deben prestar especial atención a las minorías y por tanto el colectivo de zurdos merece una mayor atención. Afortunadamente en los centros educativos ya no se reprimen las tendencias zurdas de los alumnos y en las aulas empiezan a existir las sillas con mesita/tabla para zurdos... pero ¿no hay más cosas a tener en cuenta?

Estamos ante un problema geométrico: se trata de buscar todos aquellos objetos cuyo diseño presuponga un uso de la mano derecha y simplemente simetrizar su forma para que los zurdos puedan usarlos cómodamente. ¿Sabrían enumerar objetos de este tipo?

Hace unos años tuve el placer y la sorpresa de visitar una gran tienda para zurdos en el Pier de San Francisco en Estados Unidos. Nunca hasta entonces había prestado atención a este tema de diseño–geometría–orientación. Al visitar la tienda quedé fascinado y descubrí la enorme riqueza del asunto: allí pude observar las tijeras para zurdos, las agendas telefónicas (esas con escaleras de letras) hechas para zurdos, instrumentos de cocina adaptados, relojes para zurdos (piensen, piensen en que cambian), tornillos para zurdos, etc., etc., etc.

Por supuesto la gran industria es insensible a los mercados no mayoritarios. Pero aquella tienda de San Francisco funcionaba muy bien, con muchos clientes... la producción minoritaria puede ser un gran negocio cuando no hay competencia. Una lección que muchas tiendas deberían, cuanto menos, plantearse.■

ARISTARCO, EL HELIOCENTRICO

El geocentrismo (teoría según la cual la Tierra ocupa el lugar central del universo y todo gira en torno a ella), fue una teoría que se mantuvo en Occidente durante muchos siglos. Téngase en cuenta que en el mundo griego no existían aparatos ni suficientes recursos intelectuales como para contradecir algo que resulta evidente: los sentidos parecen indicarnos que el Sol y las estrellas dan vueltas alrededor de la Tierra.

Esa teoría se consagró gracias a la autoridad de Aristóteles, por una parte, y a Tolomeo por otra. Este modo de concebir el Universo se conoce como Sistema Tolomeico pues, aunque no fue él quien lo inventó, sí fue el que lo llevó a su más alto grado de explicación.

Sin embargo, existieron pensadores disidentes. Uno de ellos fue Aristarco de Samos (aprox. 310–230 A.C.). Él consideraba que no era la Tierra sino el Sol el centro del Universo (de ahí el nombre de sistema heliocéntrico, pues en la mitología griega, Helios era el dios del Sol, el que, con su carro, llevaba todos los días al astro rey del naciente hasta el poniente). Pero Aristarco se tropezó con dos insalvables inconvenientes:

1º Resultaba muy difícil convencer a los demás de que el mundo no era como lo veían.

2º No fue capaz de aportar ninguna prueba que demostrara su hipótesis.■

NUMEROS, LETRAS Y VIVIDORES

Los griegos tuvieron un mal sistema para representar las cifras: usaban las propias letras del alfabeto. Es una evidente desventaja por cuanto que los pocos expertos en el manejo de documentos, podían confundir números con palabras o al revés. Los hebreos adoptaron también esa forma de expresar las cantidades. Ocurre que con ese sistema poco importa el orden en el que se escriban las letras, así, si por ejemplo la letra A = 1; M = 100 y 0 = 50, el número 151 se puede escribir en cualquiera de las seis formas siguientes:

AMO, AOM, OAM, OMA, MAO, MOA

Los judíos primero y después algunos estudiosos de la Biblia ya en la era cristiana, empezaron a interpretar como números determinadas palabras de la Biblia, surgiendo así todo un sistema místico alrededor de las palabras, su significado y los números. Al principio esto se llamó «gematría» y hoy se conoce como «numerología».

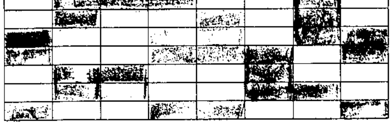
Algunos «vividores» trataron de sacarle partido a esa interpretación «mística» de los números y las palabras. Y aún hoy hay quien quiere hacer creer que esa asignación arbitraria de números a letras, da lugar a averiguaciones tan «profundas» como saber si su nombre (también puesto al azar), le proporcionará buena o mala suerte, si debe casarse con ésta o con aquél o si va a ser intro o extrovertido, y otras «deducciones» en las que la fantasía, la imaginación y la credulidad e ignorancia de la «víctima» sustituyen al rigor.■

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

1.– Un problema clásico: A la orilla de un río llegan tres exploradores acompañados de tres caníbales. Para cruzarlo sólo hay una barca en la que caben dos personas. ¿Cómo deberán hacerlo si han de procurar que en ninguna orilla pueda quedar un número de caníbales superior al de exploradores?

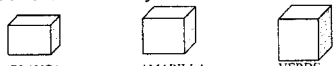
••

2.– Aquí tenemos un patio cubierto por dieciséis ladrillos iguales en la forma y en el color. ¿Cuál es la forma de los ladrillos y cómo están distribuidos en el patio?



3.– V Olimpiada Matemática «Thales», Andalucía.

Se trata de adivinar en cuál de las tres cajas de la figura hay un buen montón de dinero. Las tres cajas son de distintos colores y cada una de ellas lleva un mensaje:



BLANCA: El dinero está en esta caja.
AMARILLA: El dinero no está en esta caja.
VERDE: El dinero no está en la caja blanca.

Debes saber que, a lo sumo, uno de los mensajes es verdadero.

Soluciones a la semana anterior:

1.– a) 64x63 = 4.032 formas distintas de colocar las dos reinas. b) El número total de posiciones es 1.288.

2.–

D	O	C	E
S			S
A	B	I	O

¿Ve qué sencillo es? Una sonrisa, por favor, y aprenda que, a veces, hay que ser un poco osado.

3.– Los dos tienen la misma superficie.

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca

Un fuera de serie

1

0 2 3 4 5 6 7 8 9

¿Es un buen deportista?

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 24 JUNIO 2000 NUMERO 25

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

Las matemáticas en Newton (1ª parte)

La influencia cartesiana

*José L. Montesinos**

EN el año 1650 muere René Descartes dejando un legado intelectual de fundamental importancia para el desarrollo de la nueva ciencia. El Universo es ahora un complejo entramado regido por leyes mecánicas y el hombre, esa criatura finita e imperfecta, pero dotada de una mente en la que están sembradas las semillas del conocimiento, puede y debe tratar de desentrañar y dominar esas leyes.

El nuevo científico, al ser consciente de vivir en un Universo indefinido y en movimiento, radicalmente distinto del Mundo cerrado de los antiguos, tendrá que abandonar el «espíritu» de la matemática griega. Ahora prevalecerá la utilidad sobre la estética. La geometría no deberá temer «contaminarse» del movimiento de la Mecánica; el rigor, máximo logro que se imponían los griegos, pasará a un segundo plano.

En 1661 Isaac Newton ingresa en el Trinity College de la Universidad de Cambridge y tiene a su disposición la magnífica biblioteca de la Universidad y unas inmensas ganas de saber: entra en contacto con el libro que más le va a influir en esta fase de su formación, *El discurso del método.* De él sacará dos consecuencias fundamentales:

—Para aspirar a ser un filósofo de la naturaleza, hay que aprender el arte de las matemáticas y manipular con habilidad las técnicas del cálculo en un mundo que exige conocimientos cuantitativos. Las matemáticas, no como un fin en sí mismo, sino al servicio de la Física y de la Filosofía de la Naturaleza.

—No hay problema que no pueda ser resuelto si actuamos con el método adecuado y con la necesaria tenacidad.

A estas alturas, Newton ya ha decidido que su vía será la de la filosofía mecánica y su herramienta fundamental las matemáticas. Y se pone a la labor de una manera febril, trabajando dieciséis horas diarias, siete días a la semana y así durante muchos meses. Siguiendo las pautas cartesianas, manejará hábilmente el Algebra, esa matemática mágica, de reciente creación, que permite nombrar y manipular los conceptos y magnitudes de la Geometría con gran agilidad y precisión. Aprende a usar sin temor —y sin rigor— los algoritmos infinitos, y descuida el estudio de la geometría de los griegos.

Durante los años 1665 y 1666 Newton obtiene resultados importantísimos en Matemáticas: el teorema del binomio, con el que abrirá las puertas al cálculo con las series infinitas; el método de las fluxiones, o cálculo diferencial, ligado a encontrar la tangente a una curva; y el método inverso de las fluxiones, o cálculo integral, ligado a encontrar el área de una superficie. Newton, con 24 años, es consciente de la importancia de sus descubrimientos. Pero esto no es más que un entrenamiento; para él lo importante está por venir: la Optica, la Mecánica Celeste, la Alquimia. En el resto de su vida científica dedicará muy poco tiempo a las Matemáticas, y ciertamente perfeccionará sus resultados cuando, más tarde, se decida a publicarlos. En la década de los ochenta, Newton «descubrirá» la matemática de los griegos, la geometría euclídea, el rigor. Se aproximará a la definición moderna de límite, y pretenderá presentar sus «Principios Matemáticos de la Filosofía Natural» al estilo geométrico de los antiguos. Pero todo ello será inútil porque la matemática verdaderamente importante y la que usará en ella es la matemática de los «anni mirabiles», la matemática de su etapa cartesiana y algebraica, cargada de inventiva y preñada de fuerza fáustica.●

***Director de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia**

El último teorema de **Fermat**: etapas

Luis Balbuena

EL día 24 de junio de 1993 los periódicos anuncian que el británico Andrew Wiles acaba de demostrar el famoso «último teorema de Fermat». En algunos periódicos, como «El País», se publicó en primera página y la noticia conmocionó los medios relacionados con la enseñanza y la investigación de las Matemáticas.

¿Por qué tal algarabía? El teorema tiene un enunciado simple: la ecuación $x^n + y^n = z^n$ no tiene soluciones enteras (números enteros) para $n > 3$. Se supone que ni x, ni y, ni z son iguales a cero.

Hacia 1637 el matemático Pierre Fermat (1601-1665), quien acostumbraba a hacer anotaciones en los márgenes de los libros que leía y, concretamente lo hizo en el problema 8 del libro II de la Arithmetica de Diofanto (siglo III A.C.). Después de enunciar el teorema escribe: he descubierto una demostración maravillosa de este hecho, pero el margen es demasiado estrecho para reproducirla. Desgraciadamente Fermat no volvió más sobre este asunto y quedó planteado así uno de los retos matemáticos más importantes de los últimos siglos. Incluso la Academia de Ciencias de Berlín llegó a ofrecer, a principios del siglo XX, una cantidad de dinero para quien lograra la ansiada demostración.

Desde su enunciado hasta comienzos del siglo XIX, los matemáticos intentaron demostrarlo utilizando métodos algebraicos (hoy se dice que se usaron «métodos elementales» en esa época), consistentes en manipulaciones y transformaciones realizadas sobre la ecuación dada. En esta etapa emplearon tiempo en ello, entre otros destacados matemáticos, los siguientes:

* Leonhard Euler (1707-1783) que, en 1770, demuestra el caso n = 3 mediante un complicado razonamiento.

* Marie-Sophie Germain (1776-1831), nacida en París en el seno de una familia de la nobleza. En 1795, cuando se abre la «Ecole Polytechnique» de París, Germain consigue las notas del primer curso impartido en ella por Lagrange (1736-1813), pero fingiendo ser un varón de nombre Antoine Leblanc. (Años más tarde Lagrange descubriría la verdadera identidad de monsieur Leblanc...). Ella consiguió algún resultado importante y general en la demostración del Teorema, pero sobre todo dejó planteadas interesantes cuestiones que luego serían ampliadas.

* Legendre (1752-1833) profundizó en algunos aspectos planteados por Germain; da una demostración completa para los casos n = 3 y n = 4 y más tarde para n = 5.

* Peter Gustav Dirichlet (1805-1859), cuando tenía 20 años, presenta una complicada demostración, aunque incompleta del caso n = 5. Pocos meses más tarde, simplifica considerablemente la demostración de Legendre. En 1832, lo demuestra para n = 14.

* Lamé, en 1839 demuestra el caso n = 7. La demostración es muy complicada y ya por 1840 se considera que los «métodos elementales» están prácticamente agotados. Por esa vía parece que no se va a llegar a la demostración general. El propio Lamé presentó en 1840 una supuesta demostración a la Academia de Ciencias de París. Resultó incorrecta pero abrió una nueva vía de exploración del problema: la utilización de los números complejos.

* Augustin-Louis Cauchy (1789-1857), el más famoso matemático de su tiempo, también interviene en este «culebrón». No hizo importantes aportaciones. Por esta época ya se maneja el concepto «moderno» de «anillo», y casi puede afirmarse que el «Teorema» influyó en su aparición y desarrollo.

* Ernest Eduard Kummer (1810-1893) es quien zanja definitivamente el fallido intento de Lamé. Trabajó afanosamente en el tema. Definió un cuerpo de números complejos llamado «cuerpo p-ciclotómico» formado por complejos que dividen a la circunsferencia en p partes iguales.

* Mirimanoff y Wieferich se inspiran en los últimos trabajos de Kummer y abren nuevas líneas de investigación. Se trata, en esencia, de hallar contraejemplos. Estamos ya en la primera decena del siglo XX, si bien esta vía se exploró hasta bien entrado este siglo, sin resultados notables.

* Kurt Gödel (1906-1978), indirectamente actuó sobre el «Teorema» con su famoso «primer teorema de incompletitud» enunciado en 1931: hay ciertas estructuras matemáticas tales que para cualquier sistema de axiomas Ax, todos ellos verdaderos en esa estructura, hay una sentencia B de la teoría, que verifica que ni B ni no B son demostrables a partir de los axiomas Ax.

* Hacia los años 50 del siglo XX, las técnicas de la teoría de «haces» desarrollada por Gro thendieck y por Serre suponen estudiar las curvas, además de con los ideales de Kummer y el álgebra conmutativa de Emmy Noether, con herramientas de carácter topológico. Todo ello sitúa el «Teorema» en otra órbita completamente distinta hasta lo ahora estudiado.

* El matemático japonés Miyaska, en 1988 anunció que la demostración del "Teorema" estaba próxima. Según él, ciertas desigualdades que aparecen en Geometría diferencial podrían llevar al «Teorema». Su demostración resultó, una vez más, fallida.

* Las funciones elípticas y las curvas elípticas serán las que, por fin, ayuden a dar con la demostración. El lenguaje y las demostraciones se complican y especializan extraordinariamente. Hacia el año 1950 se enuncia una conjetura que será clave en esta historia. Es la conjetura de Taniyana-Shimura-Weil. El ya famoso Wiles, en 1993 lo que hizo fue demostrar un aspecto de esa conjetura pero que aplicada a cierto tipo de curvas elípticas conduce a la demostración definitiva del «Teorema».

* Queda claro, pues, que el Ultimo Teorema de Fermat ha sido una fecunda fuente de trabajos e investigaciones. Esos siglos de intensa búsqueda de la solución hicieron que ésta no pasara desapercibida aunque muy pocos mortales la entiendan con profundidad.●

UN VECINO HONRADO QUE SEPA CONTAR

Los comienzos de la Educación Matemática en España fueron curiosos, o al menos así lo parece hoy. En 1825 (el 16 de febrero), se promulga el «Plan y Reglamento General de las Escuelas de Primera Educación», siendo ministro Francisco Tadeo Calomarde. En uno de los artículos se indica que en los pueblos pequeños la enseñanza se confíe «...a algún eclesiástico o sirviente de la Iglesia o a cualquier vecino honrado que sepa bien la doctrina cristiana, leer, escribir y contar». (art. 12).

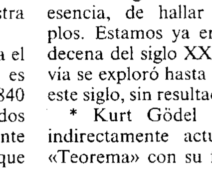
DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

1.- *Si se le pidiera que parta una cinta en dos trozos iguales con un solo corte, Ud. seguramente la doblaría y por el centro le daría el corte. Lo que le planteamos ahora es un poco más difícil. Vd. debe partir la cinta en tres trozos iguales pero... Dando un solo corte.*

2.- *Como Vd. sabe, en un reloj con manecillas, la que marca los minutos gira doce veces más deprisa que la que marca las horas. Por esa razón, la manecilla minutera se superpone sobre la horaria una y otra vez. Se trata de averiguar a qué horas, exactamente (horas, minutos y segundos), se superponen las dos manecillas. Por darle una pista, a las 12 en punto es una de ellas.*

3.- V Olimpiada Matemática «Thales», Andalucía.

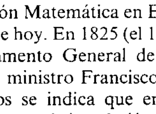
Cuatro fichas de dominó, elegidas convenientemente, pueden colocarse formando un cuadrado con idéntico número de puntos en cada lado. En la figura puede verse un modelo (11 tantos por cada lado). Intente formar cuatro cuadrados de este tipo.



Soluciones a la semana anterior:

1.- Es necesario realizar 11 viajes.

2.-



3.- El dinero está en la caja amarilla.

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca

Progresión geométrica

"MODERNO"
JERUSALEN
GARO
1000
MORRAL

9, 27, 81, 243, 729

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 1 JULIO 2000 NUMERO 26

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

LAS MATEMATICAS EN NEWTON (PARTE II)

Los principios matemáticos de la filosofía natural

José L. Montesinos *

EN 1682 Newton tiene cuarenta años y se dedica con toda su apasionada fuerza a la tarea de penetrar en el secreto de la constitución de la materia y de las fuerzas que concurren en ella. Newton entra en la edad madura y como final de un proceso que se ha ido desarrollando paulatinamente, rompe con la filosofía y las matemáticas de su maestro René Descartes. Cabe decir que en todos estos años -desde sus grandes logros de 1665 y 1666- su actividad matemática es mínima, dedicando sus energías, sorprendentemente para nosotros hoy, fundamentalmente a la alquimia y a cálculos cronológicos sobre la edad del mundo en textos de las Sagradas Escrituras.

Pero ahora, Newton «descubre» los valores de la geometría de los griegos y tiene lugar en él una verdadera conversión a lo geométrico, que desde ahora será su ideal de elegancia y de rigor cuando descubre, con admiración, los libros de Apolonio y Arquímedes. Se reprochará no haber estudiado a fondo la geometría de los griegos en su etapa de formación. Empieza a sentir la necesidad del rigor en las demostraciones y parece como si quisiera dar un aire de respetabilidad a sus matemáticas a través de la geometría.

En 1686 tiene ya a punto su gran obra: «Philosophiae Naturalis Principia Mathematica», que se editará ese mismo año, gracias al apoyo económico de Halley. Esta obra presenta resultados originales en matemática pura (teoría de límites y geometría de las secciones cónicas), desarrolla los conceptos fundamentales de la Dinámica (masa, momento, fuerza), codifica sus leyes principales (las tres leyes del movimiento) y demuestra la importancia dinámica de las leyes de Kepler. Pero el gran logro de esta monumental obra es su explicación del Universo, regulado por la gravedad, por la acción de una fuerza general, una de cuyas manifestaciones particulares es el familiar peso terrestre. Buena parte de la obra trata de las órbitas de los planetas y sus satélites, los movimientos y trayectorias de los planetas y las mareas oceánicas causadas por la atracción gravitacional del sol y la luna sobre los mares.

Es en los «Principia...» donde desarrolla plenamente lo que se ha dado en llamar «el estilo newtoniano», que consta de tres pasos. El primero comienza usualmente simplificando e idealizando la naturaleza, lo que lleva a un constructo imaginario en el dominio matemático. A continuación, se deducen consecuencias por medio de procedimientos matemáticos, a fin de transferirlas luego al mundo observable de la naturaleza física, en el que, en la segunda fase, se lleva a cabo una comparación y contrastación entre los datos de la experiencia y las leyes o reglas derivadas de tales datos. En el tercer paso, Newton aplica los resultados obtenidos en los dos anteriores a la filosofía natural, a fin de elaborar su «sistema del mundo».

En cuanto al estilo matemático de los «Principia...», Newton, en plena reconversión a lo «geométrico de los antiguos», presenta su obra de una manera que recuerda a Euclides, aunque solamente el «ropaje» es euclidiano. El espíritu de los «Principia...» es esencialmente distinto al espíritu de la geometría griega.●

***Director de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia**

Matemáticas **cotidianas**

Antonio Core

EN ocasiones, conceptos elementales de Matemáticas nos permiten resolver problemas reales de apariencia complejos. Veamos tres ejemplos.

Primer ejemplo. Juan y Ana van de paseo con su abuelo, que se apoya en un bastón, hasta la plaza de su pueblo, en un soleado día de verano. Una vez allí, los dos niños se ponen a discutir sobre la altura de la torre de la iglesia. No se ponen de acuerdo. Las diferencias de opinión son grandes. El abuelo media en la conversación y pide al mayor de sus nietos, Juan, que pida prestada, en una carpintería próxima, una cinta métrica. Ambos nietos se quedan extrañados. No entienden cómo puede emplearse dicha cinta. Piensan: ¿No pretenderá nuestro abuelo que escalemos la pared y vayamos midiendo? A pesar de su sorpresa, muy obediente, Juan se va en busca de la cinta y, a los pocos minutos, regresa con ella. El abuelo, a continuación, pide a sus nietos que midan la sombra de la torre, la longitud de su bastón y la sombra del bastón, cuando se coloca perpendicular al suelo y en contacto con éste. Rápidamente, llenos de curiosidad, los niños obtienen estos resultados: longitud de la sombra de la torre=6,2 m, longitud del bastón=0,8 m, longitud de la sombra del bastón=0,2 m. El abuelo hace, mentalmente, un sencillo cálculo y concluye: «la torre mide 24,8 m». El abuelo ha utilizado un razonamiento de semejanza: como el bastón es cuatro veces más grande que su sombra, la torre debe ser también cuatro veces más grande que su sombra. Los matemáticos dicen que los triángulos rectángulos de la figura 1 son semejantes, ya que poseen los tres ángulos iguales: uno recto, otro el de la inclinación de los rayos solares y otro 180º menos la suma de los dos anteriores. Por tanto: los lados deben ser proporcionales. Es decir, si llamamos *t* a la altura de la torre se tiene:

$$\frac{6,2}{0,2} = \frac{t}{0,8}$$

Juan y Ana miran admirados a su abuelo. Les parece increíble lo que acaba de deducir. Piensan: «Es un sabio».

Segundo ejemplo. Cierta ciudad de la antigua Grecia decidió canalizar el agua desde una fuente cercana. Entre la citada fuente y la ciudad se interponía una colina, por lo que decidieron construir un túnel. Se comenzó a trabajar desde ambos lados de la colina y, según lo planeado, los constructores se encontraron en el medio. El problema corresponde a la figura 2. Deseamos unir C con S pero el obstáculo de la colina nos impide saber la dirección adecuada en la que debemos excavar, partiendo de C' y de S'. El problema posee una solución muy simple, basada, también, en la semejanza de triángulos. Sea O un punto desde el que puedan observarse C y S. Consideramos el triángulo OCS que está perfectamente determinado. Podemos medir los lados OC y OS y el ángulo COS. Dibujamos un triángulo semejante al OCS, evidentemente más pequeño, que llamaremos O'C'S', del modo siguiente

<O=<O' y OC/O'C'=OS/O'S'

Como los triángulos semejantes tienen sus tres ángulos iguales, se cumplirá que

<C=<C' y <S=<S'

De este modo queda perfectamente determinada la dirección que es preciso seguir, partiendo de C, para llegar a S y, análogamente, la que es preciso seguir para llegar a C, desde S. Será muy sencillo también, a partir de lo anterior, deducir la longitud del túnel, teniendo en cuenta la proporcionalidad existente entre los lados de los dos triángulos mencionados, que nos permite saber la distancia CS y las medidas, de obtención directa,

CAyBS ; AB=CS–(CA + BS)

Tercer ejemplo. Vamos a cambiar de época. Un indio apache está de vigilante en el poblado en el punto A de la figura 3. Cuando acaba su jornada de trabajo, todos los días hace lo mismo: se acerca hasta el río, que discurre de modo rectilíneo, a dar de beber a su caballo y a coger agua para su familia y, a continuación, va a descansar a su tienda (punto P). Tiene la sensación de que la longitud del recorrido que realiza, a pesar de seguir siempre un trayecto recto, varía de unos días a otros. Se pone a pensar: ¿A qué punto del río deberé ir para que el camino recorrido sea lo más pequeño posible? La solución se aprecia en la figura adjunta. Si P' es el punto simétrico de P respecto de la orilla más próxima del transcurso recto del río el punto Q, intersección de la recta AP' con la citada orilla, es el adecuado. Hay que observar que se verifica: AQ + QP = AP'. Cualquier otro punto R elegido, según se observa en la figura, exigiría un recorrido mayor: AR+RP=AR+RP'>AP'.●

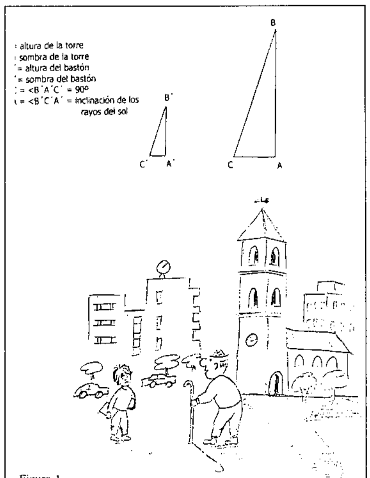


Figura 1.

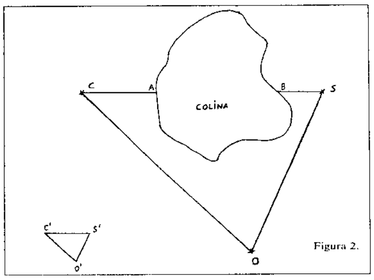


Figura 2.

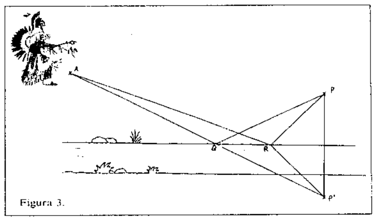


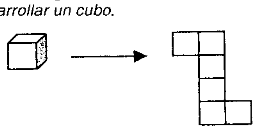
Figura 3.

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

1.- Distribuir seis monedas en tres filas de manera que cada fila tenga tres monedas.

••

2.- Como sabe, un cubo es una figura geométrica que tiene seis caras cuadradas y cuyo ejemplo más popular es el dado. Para la prueba que le vamos a proponer se necesita tener desarrollada la imaginación espacial, es decir, ser capaz de «ver» en el espacio algo que no va a hacer materialmente. Se trata de lo siguiente: si Vd. va cortando un cubo siguiendo las aristas llegará un momento en que los seis cuadrados que lo forman quedan desplegados y se obtiene un desarrollo, como el indicado en la figura. El problema que Vd. debe resolver es tratar de averiguar de cuántas formas distintas se puede desarrollar un cubo.



••

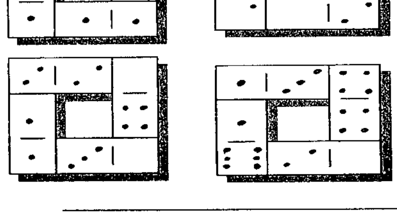
3.- Rosa colecciona lagartos, escarabajos y gusanos. Tiene más gusanos que lagartos y escarabajos juntos. En total, tiene en la colección doce cabezas y veintiséis patas. ¿Cuántos lagartos tiene Rosa?

Soluciones a la semana anterior:

1.- Proceda del siguiente modo: a) doble la cinta por la mitad, b) doble la mitad en tres trozos y c) al desplegar se encontrará tres pliegues. Debe cortar por donde está el pliegue que hizo para doblar por la mitad.

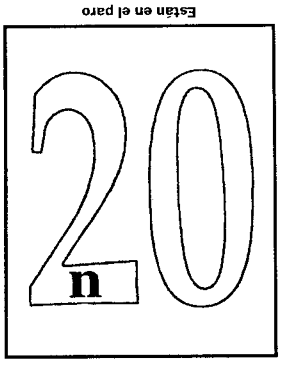
2.-
12h. 0m. 0seg. - 01 h. 05m. 27seg. - 02h. 10m. 55seg. 03h. 16m. 12seg. - 04h. 21m. 49seg. - 05h. 27m. 16seg. 06h. 32m. 44seg. - 07h. 38m. 11seg. - 08h. 43m. 38seg. 09h. 49m. 06seg. - 10h. 54m. 33seg.

3.- Aquí te ofrecemos cuatro soluciones, hay muchas más.



JEROGLIFICO

A. Montesdeoca



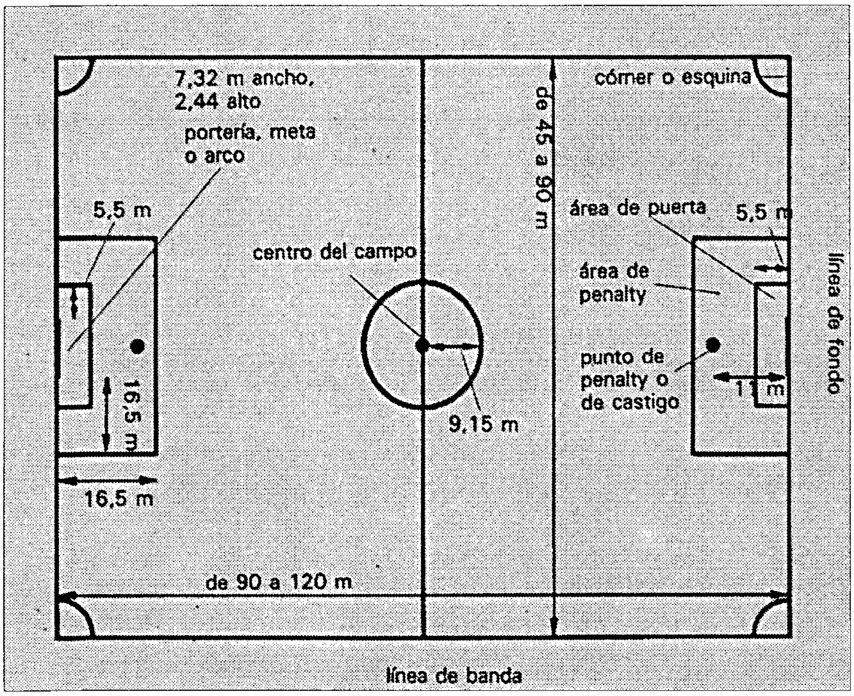
No trabajan

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 1 JULIO 2000 NUMERO 26

Referencias para las medidas

ES muy frecuente oír o leer, sobre todo en las noticias, medidas que suelen no decir nada al que las lee o escucha, porque no tiene un referente con el que compararlas. Así, por ejemplo, si se dice que en un incendio se destruyeron 1.500 hectáreas, ¿es eso mucho?, ¿es poco?, ¿con qué lo puede comparar para hacerme una idea de la magnitud del incendio? También oímos hablar de la intensidad de un terremoto o de la dureza de un material. En lo que sigue vamos a dar algunas referencias que permitan poder comparar la magnitud de determinados acontecimientos.



Una hectárea (ha) es un cuadrado de 100 metros de lado. Por tanto son 100 x 100 = 10.000 m^2. Si se tiene en cuenta que las dimensiones de un campo de fútbol pueden ser de 100 x 50, se observa que una hectárea viene a ser el equivalente a dos campos de fútbol.

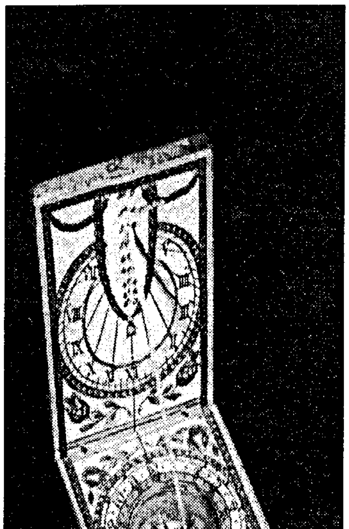
Por tanto, si en un incendio se destruyen 1.500 ha estamos hablando nada menos que del equivalente a 3.000 campos de fútbol.

Por otra parte, 1 Km^2 equivale a 100 ha, por lo que podemos transformar las 1.500 ha en km^2 dividiendo por 100. Así pues, 1.500 ha = 15 km^2. Para tener un referente en kilómetros cuadrados, se puede averiguar por ejemplo, cuántos tiene el municipio en el que uno vive. La isla de El Hierro tiene 287 km^2,

La dureza de los materiales se mide mediante una escala conocida como «Escala de Mohs», que va del 1 (talco) al 10 (diamante) en la que cada sustancia raya a las que le preceden y es rayada por las que le siguen. Pues bien, si algo se quiebra con una uña, entonces tiene la dureza (o menos) del talco. El número 2 de la escala lo ocupa el mineral de yeso. Puede rasparse con la uña. La calcita es el nº 3. Se puede rayar con una moneda; no raya el cristal. En cambio, el cuarzo, que ocupa el lugar 7 en la escala, sí raya el cristal y suele ser la prueba que se utiliza para distinguir la calcita del cuarzo.

Para los terremotos existen dos escalas. La de Ritcher, que es más técnica y se necesita un sismógrafo para determinarla, y la de Mercalli, que se guía por las impresiones del observador. Esta oscila entre el 1 y el 12.

La intensidad 1 sólo la observa el experto. La 2 requiere también cierta experiencia, pero si existe algún objeto en equilibrio inestable, puede caer. En los de intensidad 5 casi todos lo sienten. Los objetos de base pequeña se mueven y si se está dormido puede llegar a despertar. En la escala 7 los edificios débiles (por viejos o por mal hechos), se derrumban o sufren serias grietas. En la 9, los edificios se desploman; aparecen grietas en la tierra. El valor 11 corresponde a aquellos terremotos en los que pocas estructuras permanecen en pie. Caen los puentes. Realmente catastrófico. En la escala 12 la destrucción es total por las fuertes vibraciones que se producen.●



Grandes cifras del Sol

A veces cuesta hacerse una idea de lo gigantesco que es todo en el Sol si se le compara, claro, con nosotros o con la Tierra, porque resulta que también el Sol es pequeño si le comparamos con otras estrellas.

Veamos algunos datos:

El diámetro del Sol es de 1.400.000 Km. El de la Tierra 12.756 Km. Para hacernos una idea comparativa, si la Tierra tuviese el tamaño de una pelota de ping-pong, el Sol tendría el tamaño de una bola de 3,29 metros de diámetro.

Por si acaso eso no le sorprende, sepa que se necesitaría vaciar 1.322.027,7 el volumen de la Tierra para llenar una bola del tamaño del Sol...

Cuando tocamos el agua hirviendo hay que ponerse una crema para evitar la hinchazón que nos producirá la quemadura y está a 100ºC. ¿Cuántos botes de crema tendremos que untarnos si tocamos la parte superficial del Sol que está a unos modestos 6.000ºC? Y decimos «modestos» porque se calcula que en el interior del Sol se llega a los 20 millones de grados... y tal vez más.

Como sabrá, la luz del Sol tarda 8 minutos en llegar a nosotros. Dicho en otros términos, el primer rayo de Sol que entra por la ventana, ha salido del Sol hace ocho minutos. Haciendo números para pasar los minutos-luz a kilómetros, se obtiene una distancia de 144 millones, lo que comparado con los 40.000 Km. de círculo máximo de la Tierra hace que se necesiten nada menos que 3.600 vueltas a la Tierra para llegar al Sol. Si las vueltas se dan a la misma velocidad que Willy Fox se necesitarían algo así como 790 años para llegar.●

Las Matemáticas de cada día (11)

Matemáticas y ...ajos

Claudi Alsina

AJO y cebolla constituyen elementos esenciales de la cocina tradicional española pero su consumo crudo posee un enorme desprestigio social. Pero el ajo y la cebolla tienen el apoyo militante de una legión de fans que se encargan de divulgar virtudes de estos vegetales que para sí quisieran los más prestigiosos productos de las multinacionales farmacéuticas. Según he podido leer en tapas de libros sólo adquiribles en lugares de literatura alternativa, dosis notables de ajo o de cebolla son infalibles frente a las más crueles enfermedades y ayudan, en cualquier caso, a mantener una salud prolongada (y los mosquitos alejados). Ojalá fuera verdad la centésima parte de lo que se asegura.

Pero el motivo central de este artículo es comentar la existencia patentada de un instrumento que finalmente permite pelar los ajos sin que las gloriosas manos culinarias tengan que quedar perfumadas. El invento se vende a un precio económico en estas tiendas donde se ofrecen todo tipo de instrumentos de cocina y es, esencialmente,... un cilindro (!) vacío y flexible. El ajo, protegido aún por su envoltura natural, es introducido en el interior del cilindro, éste debe ser presionado y movido, y el pobre ajo queda ya pelado. Ingenioso, francamente audaz: las técnicas usuales de pelado vegetal ya sea mondando con fino cuchillo o rascando con algo rasposo siempre presuponen que una mano sujeta el vegetal y la otra actúa con el instrumento apropiado. El nuevo cilindro no, ninguna mano entra en contacto con el ajo.

Sirva esta narración para meditar sobre las formas de las cosas y sus funciones. Lo bonito del diseño es el viejo lema del «menos es más», buscando siempre soluciones que sean a la vez *simples* y *óptimas*. En algunos objetos caseros este diseño simple-óptimo se ha logrado: las pinzas de tender la ropa, la forma de las ollas, los salvamanteles desplegables, los sacacorchos, la cafetera que se cierra a presión,... pero también hay cosas que siguen dando enormes márgenes a la creatividad como son las sillas, las lámparas, las mesas, etc. Buscar las soluciones simples y óptimas implica interdisciplinariamente resolver problemas funcionales jugando con formas, materiales, texturas, colores, modelado, producción, envasado, transporte, precio, etc., pero cuando una solución aceptable se encuentra a menudo podemos olvidarnos de reconocer todo el juego geométrico-aritmético presente en el proceso creativo. Que la fregona tardara tantos siglos a inventarse sólo puede atribuirse al fatalismo histórico de la humanidad. Pero la espera tuvo su recompensa y miles de rodillas agradecen hoy el invento.●

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 8 JULIO 2000 NUMERO 27

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

Spinoza y la Geometría. El claro laberinto

Estela Montes *

BARUCH de Spinoza (1632-1677) era descendiente de una familia de judíos españoles que habían emigrado a los Países Bajos. En 1656 fue excomulgado por los rabinos, (jérem) medida que llevaba aparejada la prohibición de dedicarse a los negocios. Aprendió entonces a pulimentar el vidrio y se hizo artesano. Sin embargo, fuentes judías poblaron su formación que, unida a su curiosidad sin servidumbre, le llevaron por las obras de Tácito, Petrarca, Séneca, Descartes, Bacon, Cervantes, Góngora, Quevedo, etc. La maldición rabínica sigue viva: «¡maldito sea de día y maldito sea de noche! Conjuramos que nadie lea ningún papel hecho o escrito por él». Mantuvo relaciones con la filosofía y la ciencia más progresista de su tiempo, como la de Port-Royal. Su talante libre y radical atrajo las iras de los dos grandes controles de la libertad de su época: la ortodoxia religiosa y el despotismo político.

La duda cartesiana abrió el camino de la Modernidad y construyó el Método concebido *more* matemático, pero dejaba abismos entre las tres substancias (Alma, Dios, Mundo). Se abría el Racionalismo mecanicista y el «vacío» del hombre. La Razón caía en el abismo o se saltaba desde la trascendencia: *cogito ergo sum.* El orden del Universo tenía engranajes de hierro que chirriaban, ¡con la duda hemos topado, amigo Sancho!

Mientras, en un lugar cualquiera, «alguien construye a Dios en la penumbra», alguien elabora el puro pensamiento y labra en el taller de las palabras y la geometría a Dios entero. El Verbo se encarna en geometría. Es la vuelta al origen que descubre que «arriba es como abajo», según dice el principio cabalístico que más tarde será verso en Machado: «en el fondo está la superficie».

La divinidad no tiene historia. La infinitud no tiene tiempo. El pensamiento, al pensar el límite, lo ha hecho historia, pero existe una forma de trascender el tiempo y el espacio y es el pensamiento mismo y la geometría, y su forma simbólica será la circunferencia donde cualquier punto es el principio y el fin.

Por todas partes oposiciones, escisiones que buscan la liberación de las ataduras. La Filosofía está enredada en el universo de las diferencias. Spinoza intuye que sólo «desde dentro» la diferencia y la oposición pueden verse y que desde la realidad no es posible pensarla satisfactoriamente. Pensar es ordenar necesariamente. Toda substancia es necesariamente infinita y, por ello, puede ser pensada desde la finitud. Pero ¿cómo piensa el pensamiento? Lo hace geométricamente, a medio camino entre lo que es y está y su posibilidad.

El orden geométrico es el orden adecuado de exposición, el que permite el conocimiento por causas. Definiciones, axiomas y demostraciones son el camino del pensamiento que piensa libre, que abraza el infinito y se recrea en el lenguaje. Porque el alma (la razón aristotélica) mira con dos ojos, con uno mira hacia sí mismo, con otro a la divinidad.

«No importa. El hechicero insiste y labra / a Dios con geometría delicada».■

***Profesora de Filosofía. Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia.**

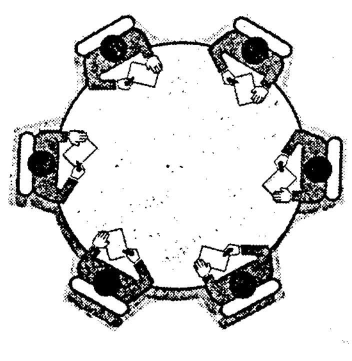
Las alianzas y el poder

*María Candelaria Espinel Febles**

EN las elecciones locales, si una lista o partido obtiene mayoría absoluta (más de la mitad de los concejales), entonces gobierna el municipio. Pero una lista que alcance una mayoría relativa (mayor número de concejales) puede encontrarse en igualdad de condiciones para acceder al gobierno, que una lista que haya conseguido bastantes menos concejales. Por ejemplo, en un municipio con tres partidos políticos que tengan respectivamente 5, 4 y 2 concejales, dos cualquiera de ellos se pueden unir y darían lugar a mayoría. Concretamente, las posibles alianzas o coaliciones mínimas con mayorías suficientes para gobernar son: (5,4), (5,2) y (4,2). Observamos cómo cualquiera de los tres partidos están presentes el mismo número de veces en las tres alianzas mínimas posibles. Cualquier coalición de dos partidos tiene mayoría, así que se podría decir que el poder está dividido por igual entre las tres listas.

Teniendo en cuenta la racionalidad numérica, y dejando a un lado las sutilezas de las relaciones políticas, podemos decir que el poder de un participante está en su capacidad para unirse a otros y formar con ellos una coalición cuya suma sea igual o exceda de la mitad de los votos o de una cierta cuota. Para que con este sistema se llegue a una decisión no ambigua, no se permite la existencia de dos coaliciones ganadoras que se opongan entre sí. Por esto, se requiere una mayoría o cuota mayor que la mitad de los votos o pesos de los participantes en el sistema electoral.

Hay variedad de situaciones tanto o más llamativas que la descrita anteriormente, en relación con la formación de coaliciones por el reparto de concejales. Por ejemplo, con un resultado tras las elecciones de 5, 5 y 1 concejales, el concejal del tercer partido se puede unir a cualquiera de las otras dos listas para obtener una mayoría. Observamos, pues, cómo el poder no tiene por qué ser proporcional al porcentaje de votos que se tiene. Hay muchas formas de contar y hacer valer los votos, especialmente mediante pactos. Al colaborar, el poder puede aumentar.



En este último ejemplo, un partido con sólo un concejal tiene tanto poder como los otros dos partidos con 5 concejales cada uno, puesto que bastan dos cualquiera de los grupos para tener mayoría que permita gobernar.

Intentar medir el poder y cuantificarlo mediante un número resulta difícil. Pero de ello se han ocupado matemáticos como Lloyd Shapley en 1954 o el profesor de Derecho John Banzhaf en 1965. Ambos autores asignan igual poder: 1/3, 1/3, 1/3, a cada una de las listas de los dos ejemplos citados. Con posterioridad, otros autores han aportado diferentes índices de poder. Elegir un índice u otro depende de la situación concreta.

Cuando en un sistema, los colectivos participantes tienen diferente número de votos se le llama sistema de votación ponderado y para su estudio se aplican conceptos y técnicas de la Teoría de Juegos cooperativos. Estos sistemas son bastante frecuentes en sociedades anónimas donde el número de votos depende de las acciones que se posean. Por ejemplo, en una empresa con tres accionistas que posean respectivamente el 45, 36 y 19% de las acciones, el poder está repartido igual entre los tres accionistas. Cualquier coalición de dos o más accionistas tiene más del 51% de las acciones. Los accionistas poseen distintas cantidades de acciones, pero tienen el mismo poder electoral. Este sistema se suele indicar por [51: 45,36,19], primero se especifica la cuota y a continuación los pesos de los participantes. El sistema de los accionistas es equivalente al de los concejales [6: 5,4,2] y también al caso [6: 5,5,1], en cuanto al reparto de poder. Un sistema aún más sencillo, también equivalente a los anteriores, es el [2: 1,1,1]. En todos ellos basta la alianza de dos grupos cualquiera para obtener mayoría.

Un sistema de votación [51: 50,25,25] simboliza a una empresa con tres accionistas donde uno de ellos posee la mitad de las acciones y la otra mitad se reparte por igual entre los otros dos. En este caso el accionista mayoritario está presente en todas las coaliciones ganadoras, se dice que tiene derecho de veto. Un sistema equivalente es [3: 2,1,1]. Si un accionista tiene en su poder más de la mitad de las acciones se dice que es un dictador, ya que no necesita a nadie para ganar. También es posible la figura del accionista nulo o ficticio en el sentido de que su voto nunca es necesario para alcanzar el poder.

En resumen, con tres grupos participantes existen cinco sistemas de votación ponderados distintos.

[2: 1,1,1]	sistema de mayorías	(1/3,1/3,1/3)
[3: 1,1,1]	sistema de consenso o unanimidad	(1/3,1/3,1/3)
[3: 2,1,1]	sistema de mayoría con veto	(1/2,1/4,1/4)
[3: 3,1,1]	sistema con un dictador	(1,0,0)
[4: 2,2,1]	sistema con un participante ficticio	(1/2,1/2,0)

Con dos participantes sólo hay dos sistemas posibles:

[2: 1,1] unanimidad
[2: 2,1] dictatorial

Cuantos más grupos participan en un sistema de votación ponderado, más sistemas distintos existen. Con cuatro participantes existen 14 sistemas distintos.

Dado el número de participantes en un sistema, resulta muy útil conocer todos los sistemas posibles, ya que, entre otras cuestiones, permite diseñar sistemas más justos o democráticos.■

***Universidad de La Laguna**

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

1.- Debe colocar nueve monedas en diez filas de forma que cada fila tenga tres monedas. Tantee mucho, porque no es nada fácil.

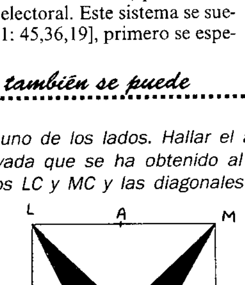
••

2.- El siguiente es un clásico que puede resolverse con una estrategia utilizada ya en otros anteriores. Tenga en cuenta que, a pesar de su aparente absurdo al hablar de medios huevos que no hay que partir, el problema tiene de solución un número entero de huevos. Dice así:

Un granjero va vendiendo huevos de casa en casa. En la primera casa vende la mitad de los huevos que lleva más medio huevo. En la segunda, le compran la mitad de los huevos que le quedan más medio huevo. En la tercera y en la cuarta casa repite el proceso, pero en esta cuarta casa vende el único huevo que le quedaba. La pregunta es: ¿cuántos huevos tenía cuando empezó? Tenga en cuenta lo ya dicho: no rompe ningún huevo.

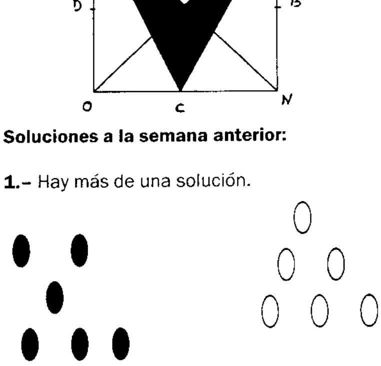
3.— VI Olimpiada Matemática «Thales». Andalucía.

El lado del cuadrado LMNO tiene una longitud de 20 dm. A, B, C y D son los puntos medios de cada uno de los lados. Hallar el área de la figura rayada que se ha obtenido al trazar los segmentos LC y MC y las diagonales LN y MO.



Soluciones a la semana anterior:

1.- Hay más de una solución.



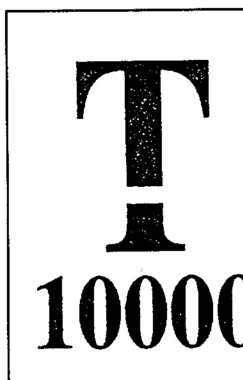
2.- Existen diez formas distintas.

3.- Como los gusanos no tienen patas, la solución es: 2 lagartos, 3 escarabajos y 7 gusanos.

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca

Esta partida la tomo



Me paso, no juego más

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 15 JULIO 2000 NUMERO 28

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

Goethe y las matemáticas

*José L. Montesinos**

He aquí un pensador que no amaba las matemáticas. A finales del siglo XVIII, el gran literato alemán detesta el cálculo infinitesimal a pesar de que su ansia de infinito no tiene sosiego. Goethe es decididamente escéptico a la idea de una completa matematización de la Naturaleza; las matemáticas, según él, tratan únicamente una faceta de lo real: la cuantitativa, pero la Naturaleza no sólo es cantidad sino también cualidad. En estos tiempos en que triunfa el mecanicismo newtoniano, esto es, la consideración de que la Naturaleza está determinada por leyes mecánicas matematizables, surge la rebelión romántica —movimiento del cual Goethe será uno de sus iniciadores— como reacción contra la filosofía del siglo de las luces, contra la razón matematizante.

Goethe, además de poeta y dramaturgo, pretende también ser un filósofo de la naturaleza y hace sus incursiones en disciplinas como la zoología y la meteorología. En 1810 publica una teoría sobre la luz y los colores en la cual intenta dar a la percepción un papel básico en la óptica, mezclando física y fisiología en un esfuerzo cualitativo que desconfiaba del carácter exclusivamente cuantitativo de la teoría de los colores de Newton.

Otros artistas y pensadores contemporáneos como Blake, Novalis o Schelling van a expresar su disgusto por «querer someter todos los misterios a la norma y a la línea recta». Pero en 1800 la ciencia newtoniana está en el máximo de su esplendor. Laplace ha perfeccionado la mecánica celeste de Newton y cuando Napoleón, fino conocedor de la actualidad científica de su tiempo, le pregunta el papel de Dios en aquel soberbio entramado, éste le contesta: «Señor, no tengo necesidad de esa hipótesis».

Goethe no simpatiza con este determinismo mecanicista y en el «Fausto» hace una reflexión sobre la ciencia y sobre el ansia de sabiduría y sus limitaciones. Fausto es el prototipo de la humanidad descontenta que ambiciona la posesión de todos los saberes. Goethe, muy probablemente, no conoció las facetas alquímicas y teológicas de Newton, celadas rigurosamente por los biógrafos interesados en presentarle como el racionalista por excelencia, el mayor científico de la edad moderna.

...O sí las conoció y entonces fue Isaac Newton el modelo de su doctor Fausto.●

*** Director de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia**

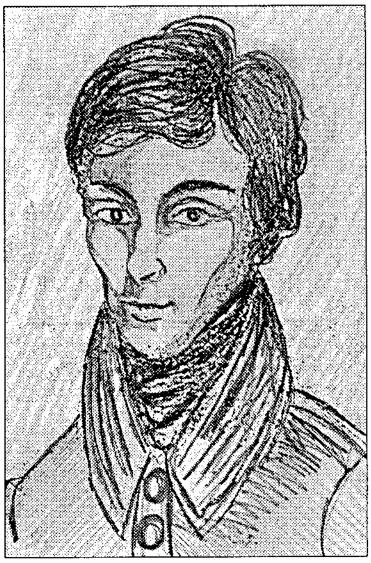
Matemáticos con compromiso social (1)

Rafael Pérez Gómez

El siglo XIX fue el de la libertad, el XX el de la búsqueda ansiosa de la igualdad y el XXI debería ser el de la fraternidad y la solidaridad. Con estas palabras puso de manifiesto Octavio Paz el largo camino que aún queda para alcanzar los ideales que gritaran aquellos revolucionarios franceses el 14 de julio de 1789 cuando el pueblo de París tomó la Bastilla, símbolo de la represión y sinrazón de la monarquía de la época, y que aún sigue resonando en nuestros días. Estamos en el 2000, un año que ha sido declarado Año Mundial de las Matemáticas. Creo oportuno evocar el compromiso social de personas que, profesionalmente, dedicaron sus vidas a las Matemáticas y que, por luchar con su testimonio y su palabra frente a lo que consideraron injusto, han sido objeto de persecución o represión política.

No estoy en condiciones de hacer una búsqueda exhaustiva en la Historia de las Matemáticas, ni es mi interés otro que el reflexionar sobre unos pocos casos para poner de manifiesto lo mucho que hemos de investigar en la Historia de las Matemáticas sobre situaciones que, por conveniencias ideológicas, son ignoradas o caricaturizadas.

Siempre me ha extrañado que desde las «Matemáticas del Islam» en donde destacan, y con razón, los al-Kwarizmi, ibn Qurra, Abul-Wafa, etc., se saltase a las «Matemáticas de la Europa Medieval» en donde, a lo sumo, figura la Ciencia Isidoriana como único referente de la ciencia en la península Ibérica. ¿No sucedió en ella nada reseñable durante los casi ocho siglos de civilización musulmana? ¿No hubo ningún andalusí que destacase matemáticamente? Parece ser que la «quema de libros del cardenal Cisneros» fue una estrategia ideológica totalmente eficaz. Baste un solo ejemplo como botón de muestra. Al-Qualasadi fue el último gran matemático granadino del siglo XV entre cuyas aportaciones cabe destacar el empleo de un simbolismo general para escribir ecuaciones. Representó una incógnita con la letra *s* primera de la palabra *say=desconocida;* para x^2 usó la letra *m,* abreviatura de *mal;* para x^3 la letra *k,* abreviatura de *ka'b;* para potencias superiores repite cuantas veces sea necesario cada una de las letras dichas y así, para x^4 escribe *mm,* para x^5 usa *mk,* etc. La Historia de las Matemáticas reconoce todo lo anterior a los renacentistas alemanes. Siempre se ha escrito que fue Michael Stifel, en su *Arithmetica integra* (1544), quien utilizó, por vez primera, abreviaturas de las palabras alemanas como *coss, cubus, zensus* y *zenzicensus* y, en una obra posterior, propuso, también por primera vez, la utilización de una letra sencilla para la incógnita y la repetición de esta letra para las potencias de la incógnita. Es obvio el desconocimiento de la obra de Qualasadi, un andalusí comprometido con su pueblo y cultura. Cuando le llegan noticias de que los reinos de Castilla y Aragón se han unido para lanzar el último ataque sobre lo que queda de al-Andalus, el Reino de Granada, su patria, como dice M. Souïssi, *«se emplea con coraje tratando de organizar la resistencia frente a los asaltantes. Parece poco probable, dada su edad, que tomase parte activa en los combates que sucedieron y que concluyeron con la toma de Granada. Parece ser que su partida hacia el Maghreb y l'Ifriqiya fue para buscar socorros...»* o, simplemente, comenzase su definitivo exilio a Béja, donde murió seis años antes de que la ciudad de Granada cayese en manos cristianas.



Galois

Con un carácter más revolucionario nos encontramos a los franceses Monge, Condorcet y Carnot. Los tres tuvieron un fuerte compromiso con la Revolución. El último tuvo que exiliarse en dos ocasiones. El segundo, creador de lo que hoy podríamos llamar «matemáticas aplicadas a la elección social» por sus estudios sobre la determinación de modelos de elección más justos como pone de manifiesto en su *Ensayo sobre la aplicación del análisis a las probabilidades de las decisiones debidas a la pluralidad de votos* (París, 1785). Llegó a ser diputado de la Asamblea Legislativa y, acusado de conspiración, cuando iba a ser detenido se suicidó (1823). En este período encontramos otra ocultación del compromiso social y el carácter de un matemático, me refiero a Evaristo Galois. Murió a los veinte años de edad dejando un legado matemático a la humanidad de gran calado. Siempre leí que había muerto en duelo *«por una pérfida coqueta»,* explicación que, la verdad sea dicha, es un tanto superficial.

Recientemente he leído el libro que F. Corbalán ha escrito sobre él y que arroja nuevas luces. Galois fue revolucionario hasta en la forma de hacer Matemáticas. Presentaba sus trabajos a la Academia de las Ciencias de París y, continuamente, eran desestimados bajo tal o cual explicación (alguna dada por el mismísimo Poisson) cuando la realidad era que no fueron entendidos como el tiempo ha venido a demostrar. Pero fue revolucionario en el sentido usual de la palabra, porque se comprometió políticamente militando en la Sociedad de Amigos del Pueblo, en la que participaron los hermanos Chevalier, quienes introdujeron a Galois en las doctrinas de Saint-Simon, pacifista y precursor del socialismo. Los continuos choques de Galois con las autoridades educativas, primero, de la Escuela Politécnica —a la que no llegó a entrar porque en el examen de ingreso tiró un borrador a la cabeza de uno de los examinadores por sus preguntas exasperantes y falta de inteligencia— y, después, de la Escuela Preparatoria en la que su director sostenía que allí *se iba sólo a estudiar y no a hacer política* (¿le son familiares estas situaciones?). Pues bien, he podido leer con auténtico placer en el referido libro de Corbalán, que hay otras posibilidades distintas a las de la coquetería para la muerte de Galois que pasan por su posicionamiento político.

En la actualidad, los más jóvenes han gozado desde su niñez de un ambiente pleno de libertad, bienestar y desarrollo, pudiendo pensar que es generalizable a otros sectores sociales y sociedades. Como consecuencia, encontramos personas inmersas en una gran incultura, con poca capacidad de crítica, fruto de la sociedad de consumo en la que han nacido. También en la Universidad hay muchas personas que piensan como aquel director francés, que en ella sólo hay que estudiar. Se echa en falta, en general, la rebeldía propia de la edad que se traduce en conformismo y falta de compromiso para con los más débiles y con las causas justas. Es por ello por lo que quiero finalizar este artículo recordando en este emblemático 2000 a profesores de Matemáticas españoles que debieron exiliarse en América por sus ideas republicanas y defensa del orden democrático legalmente establecido. Declaraba Adolfo Sánchez Vázquez a «El País» (21 de marzo de 1997), filósofo español exiliado en México, que el exilio *«crea una situación de desdoblamiento esquizofrénico. Cuando era imposible, queríamos volver y ahora que podemos, tenemos ya la familia y la vida en otro lugar».* Cuando menos, les debemos un respetuoso recuerdo a todos ellos. Afortunadamente estamos ya muy lejos de aquellos oscuros años. Tan lejos, que los más jóvenes desconocen aspectos que merece la pena recordar porque forman parte de nuestra Historia, en este caso de nuestra Historia Matemática hurtada por el franquismo y así lo haré.■

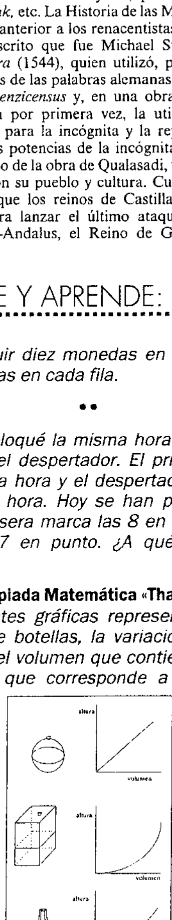
DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

1.- Distribuir diez monedas en cinco filas con cuatro monedas en cada fila.

••

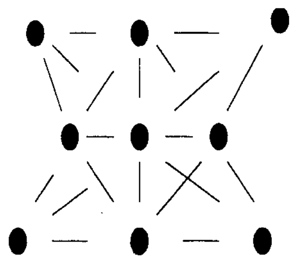
2.- Ayer coloqué la misma hora en mi reloj de pulsera y en el despertador. El primero adelanta un minuto a la hora y el despertador retrasa dos minutos cada hora. Hoy se han parado los dos. El reloj de pulsera marca las 8 en punto y el despertador las 7 en punto. ¿A qué hora los sincronicé?

3.- VIII Olimpiada Matemática «Thales». Andalucía.
Las siguientes gráficas representan, para distintos tipos de botellas, la variación de la altura del agua con el volumen que contiene ésta. ¿Cuál es la gráfica que corresponde a cada botella?



Soluciones a la semana anterior:

1.- Nueve monedas y diez filas



2.- El granjero empezó con quince huevos.

3.- La superficie es de cuatrocientos dm2.

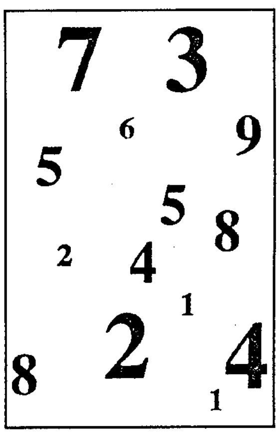
* * *

2000 Año Mundial de las Matemáticas.
Apartado 329.
38200 La Laguna
Tenerife

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca

Ninguno



¿Cuál eliges?

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 22 JULIO 2000 NUMERO 29

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

Matemáticas y educación en la Revolución Francesa

*Pedro M. González Urbaneja**

Esclareced las ciencias morales y políticas con la luz del Algebra. Condorcet.

EN el ámbito socio-político de la Revolución Francesa la ciencia y la matemática fueron fuerzas fundamentales inspiradoras de los profundos cambios de una época crucial para la historia de la humanidad, contribuyendo bajo la idea de progreso social al derrumbe del Antiguo Régimen, transformando profundamente las instituciones, la cultura, la educación y la vida. La revolución institucional que trajo consigo la revolución social y política, produjo otras profundas revoluciones: la «revolución educativa» con la creación de ejemplares centros de formación e investigación y la «revolución didáctica», con la elaboración de fecundos programas de formación científica y magníficos elementos de transmisión del saber con publicaciones y libros de textos.

Los científicos politizados veían en la enseñanza la forma de hacer realidad el ideal de una sociedad derivada de la razón, la ciencia y la técnica. La mayor parte de ellos se ocuparon del establecimiento de una nueva y moderna Educación, pública, libre y basada en principios científicos. Las dos figuras principales en este terreno fueron Condorcet como espíritu inspirador del Comité de Instrucción que fijó los estándares del nuevo sistema educativo francés (en el que la Matemática constituía una parte fundamental) y Monge como adalid de las instituciones de enseñanza superior: la Escuela Normal y la Escuela Politécnica, que tendrán la misión de formar un equipo de profesores, técnicos y científicos especializados, preparados para resolver los problemas que planteaba la nueva sociedad.

Para Condorcet la ciencia es el motor del progreso de la historia, artífice de la libertad política y del bienestar social. Como distinguido matemático intentó aplicar a las ciencias sociales las técnicas matemáticas que tanto éxito habían producido en la ciencia natural, siendo uno de los pioneros de la llamada Matemática Social, dando ejemplo, además, como pedagogo, con la publicación de «manuales del maestro» para facilitar el aprendizaje de los primeros rudimentos del cálculo aritmético.

Apareciendo por primera vez en la historia la responsabilidad del poder político en la protección de la ciencia y la educación, la Revolución, adoptando la ciencia y la técnica casi como una religión, crea el tipo de profesor científico, asalariado y público, capaz de vincular el desarrollo de la tecnología con la ciencia pura, alumbrando un horizonte científico socialmente útil. Los maestros de la Escuela Politécnica eran los más famosos matemáticos del momento (Monge, Lagrange, Laplace...), y entre sus diplomados estarán los más eminentes científicos de las generaciones siguientes (Lacroix, Chasles, Gay Lussac, Fresnel, N. Carnot...), así como los técnicos que construirían importantes piezas de ingeniería civil.

La Escuela Politécnica definía el Plan de Estudios desde la Enseñanza Primaria hasta la Superior, lo que suponía que todos los profesores quedaban obligados a plasmar sus investigaciones en publicaciones y a escribir libros de texto útiles para impartir las asignaturas, manuales que inundaron el panorama académico, sobresaliendo entre ellos los de Bézout, Monge, Lacroix, Legendre, Lagrange, Lefrançais y Biot, científicos que habían desarrollado auténticas «revoluciones geométricas y analíticas» en las Matemáticas.●

***Prof. del I.E.S. San José de Calasanz. Barcelona. Colaborador de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia.**

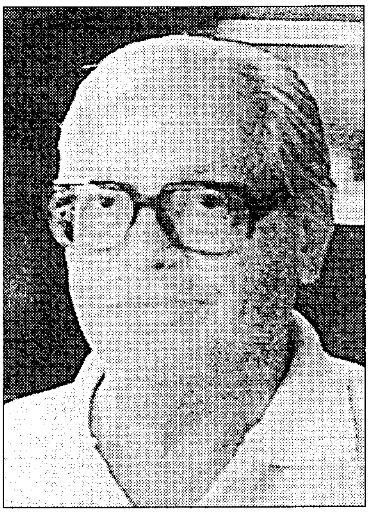
Matemáticas con **compromiso social** (y 2)

Rafael Pérez Gómez

¿LE suena el nombre de Luis Santaló? Yo estudié sus libros de Geometría Proyectiva en mis estudios de Licenciatura en la Universidad de Granada, sin saber que estaba exiliado en Argentina desde el año 1939. Es el único que aún vive de todos los matemáticos que en este artículo nombro y, personalmente, tuve el enorme placer de saludarle y conversar con él en Buenos Aires hace ya cinco años. Nació en Gerona el 9 de octubre de 1911 y comenzó a destacar como investigador matemático en el año 1934, en la Universidad de Hamburgo; a sus 25 años, dice Manuel Balanzat —otro exiliado también en Argentina—, su incorporación como catedrático a la universidad española era inmediata. Sin lugar a duda, Luis Santaló es una de las grandes figuras matemáticas de nuestro siglo y, como han escrito Claudi Alsina y Miguel de Guzmán *es, indudablemente, un ejemplo a seguir por los matemáticos españoles.* Más de 200 obras publicadas, un prestigio internacionalmente reconocido y un respeto profundo conseguido entre los argentinos por el trabajo desarrollado en el país que le abrió los brazos de par en par, así lo avalan. La Universidad de Sevilla tuvo el gran acierto de investirlo *Doctor Honoris Causa* en 1992.

Luis Santaló no fue el único matemático español que tuvo que exiliarse. El ya citado Balanzat, Pedro Pí Calleja, Alfredo de San Juan y Colomer, Marcelo Santaló Sors y Francisco Vera Fernández de Córdoba figuran en el libro titulado *La obra impresa de los intelectuales españoles en América, 1936-1945,* publicada por Stanford University Press en el año 1950. Con posterioridad, y por sufrir la represión del régimen militar, otras personas se vieron obligados a abandonar España. Quiero rendir recuerdo a dos matemáticos andaluces, los profesores José Gallego-Díaz, de Ubeda, y Gonzalo Sánchez Vázquez, de Málaga. Ambos decidieron viajar a Venezuela, donde desempeñaron una labor científica encomiable dejando una huella imborrable de sus enormes valores humanos.

El ingeniero José Gallego-Díaz Moreno, como le llama Rey Pastor en la presentación del libro *Norte de Problemas* del que ambos eran sus autores, *«brillante ex discípulo y esforzado*



Gonzalo Sánchez Vázquez

paladín de la enseñanza mediante problemas», publicaba soluciones originales a problemas en las revistas *Revue de Mathématiques spéciales, The Mathematical Gazette y The Mathematics Student.* En el prólogo que hace Antonio Flores a la primera edición de su famosísimo *Curso de Matemáticas en forma de problemas,* se dice de él que «no es un repetidor, en las clases, de una ciencia adquirida, sino que su verdadera vocación se ha ejercitado y se ejercita constantemente en problemas científicos que trascienden la reducida esfera de la clase». Tras múltiples zancadillas académicas, consecuencia de su forma de entender la vida y la política, consigue la cátedra de Física en la Escuela de Ingenieros Agrónomos de Madrid tras brillantísimo concurso-oposición. No obstante, ha de irse de España y lo hace a la Universidad de Maracaibo. Después se traslada a la de Caracas, ciudad donde fallece en accidente de automóvil el 16 de febrero de 1965.

¿Es la imagen habitual de un matemático la del director del periódico *La Hora,* órgano de expresión de las Juventudes Socialistas Unificadas durante la guerra civil española? ¿Y la del compositor de un romance que se recogió en el *Romancero de la Guerra Civil* junto a otros del mismísimo Alberti, o de Aleixandre, etc.? ¿O la del autor de un artículo titulado *Raza frente a cultura* publicado en la revista *Sur de Málaga?* No, realmente, no es este lado humanista el más conocido de muchos matemáticos que desde siempre han entendido que la cultura es un calidoscopio multicolor en el que la ciencia —en particular, las Matemáticas— es uno de sus bellos cristales. Gonzalo Sánchez era una de tales personas: matemático y poeta. Mas, ante todo, fue un hombre bueno, cargado de unas ganas por vivir que irradiaban entusiasmo y amor por cualquier causa digna. Estudió su Bachillerato en Málaga y la licenciatura de Matemáticas en Madrid en el año 1944. Por su pasado republicano, su horizonte profesional estaba limitado a impartir clases particulares preparatorias del examen de ingreso en Escuelas de Ingeniería. Coincidiendo con una ligerísima apertura del Régimen, en 1954 obtiene por oposición la cátedra de Matemáticas del Instituto Femenino de Oviedo, y colabora también en la Universidad de dicha ciudad. Desde Asturias se trasladó a Maracaibo, con el encargo de cátedra en la Universidad de Zulia, haciéndose cargo de las cátedras de Análisis Matemático, Geometría Métrica, Descriptiva y Proyectiva. En 1960 es nombrado jefe del Departamento de Matemáticas. Definitivamente, en 1962 se incorpora al Instituto «Murillo», en Sevilla, del que fue su indiscutido director —a pesar de que los vientos no eran propicios— hasta el momento de su jubilación. La Universidad de Sevilla le hizo entrega de su Medalla de Oro de manos del entonces rector Rafael Infante. He querido cerrar este recuerdo con la figura del profesor Gonzalo Sánchez Vázquez porque, además de tener el honor de haber colaborado con él en multitud de proyectos y contarme entre sus amigos, nos dejó uno de sus mejores proyectos: la Sociedad Andaluza de Educación Matemática *«Thales»,* de la que fue su fundador.

Siguiendo las palabras de Octavio Paz, en el último año del siglo XX y como deseo para el próximo, la comunidad matemática española se solidariza matemáticamente con todos ellos.●

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

1.- Distribuir veinticuatro monedas en seis filas con cinco monedas en cada fila.

••

2.- Para el ejercicio que le proponemos hoy necesita tener a mano una calculadora, pues si no los cálculos serían tan tedioso que abandonaría a la mitad o antes. También requerirá, una vez más, de su imaginación.

Se tiene un cuadrado de papel de un metro de lado. Se parte por la mitad. Después, los trozos resultantes se vuelven a partir por la mitad y así, de manera sucesiva se van partiendo por la mitad los trozos obtenidos la última vez. Ese proceso se repite 40 veces con lo que tendrá un conjunto de papelitos que vamos a amontonar uno encima de otro. De esta forma se tendrá una columna de papelitos cuyo tamaño queremos calcular. ¿Cree Vd. que será más gruesa que un listín telefónico? ¿Y que la Enciclopedia Espasa? ¿Y que el Everest?

Para realizar cálculos, supongamos que 10 papelitos tienen el grosor de un mm.

••

3.- VIII Olimpiada Matemática «Thales». Andalucía.

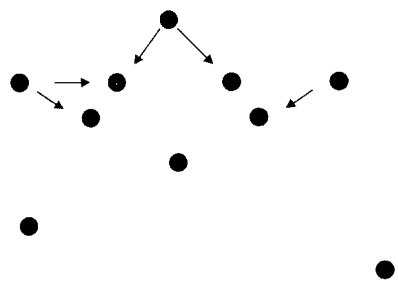
Antonio, Benito, Carlos, David y Enrique disputan una carrera. El resultado de ésta es como sigue:

a) Antonio llega tantos puestos por delante de Benito como David de Enrique.

b) Carlos no llegó el 3º ni el 5º, y Enrique tampoco llegó el 3º ni el 5º. ¿En qué lugar llegó cada uno de ellos, si no hubo empate?

Soluciones a la semana anterior:

1.- Diez monedas en cinco filas de cuatro.



2.- Los relojes se pusieron en hora a las 11:40 del día anterior.

3.- La primera gráfica corresponde a la botella en forma de prisma y la tercera es la de la esfera.

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca

Un grano

1 0

¿Qué tienes en el cuello?

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 29 JULIO 2000 NUMERO 30

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

La Matemática de la Revolución Francesa

Pedro M. González Urbaneja *

El avance y la perfección de las Matemáticas están íntimamente ligadas a la prosperidad del Estado.
Carta de Napoleón a Laplace de 1 de agosto de 1812 (en la campaña de Rusia).

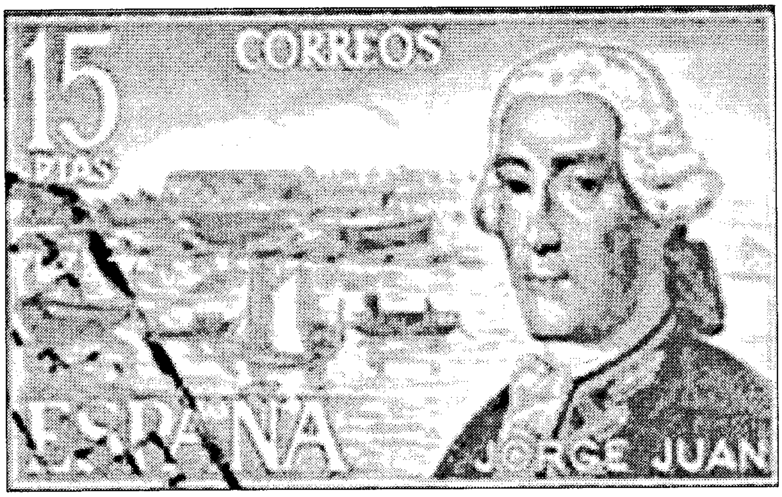
EL proceso revolucionario francés tuvo un papel esencial en la consolidación y difusión del hecho científico como motor del progreso social. Muchos científicos contribuyeron al engrandecimiento del acervo matemático en la época de la Revolución Francesa y el período napoleónico, pero la Historia de la Ciencia ha encumbrado a la pléyade formada por seis de ellos, llamados los matemáticos de la Revolución: D'Alembert, Carnot, Monge, Lagrange, Legendre y Laplace. D'Alembert es el padre (junto a Diderot) de *La Enciclopedia,* autor de su *Discurso Preliminar* y de sus artículos de contenido matemático; Monge es el artífice de la Geometría Descriptiva y del impresionante avance de la Geometría Analítica y de la Geometría Diferencial, así como el gran maestro por excelencia, adalid de las instituciones educativas y de los nuevos planes de estudios; Carnot es el matemático con mayor responsabilidad política y militar, consciente de los problemas de fundamentos y renovador de la Geometría Sintética; Lagrange es el creador de nuevas teorías, como el Cálculo de Variaciones, las integrales elípticas y la Mecánica Analítica y el gran sistematizador de la Matemática; Legendre es el apóstol del rigor y gran experto en Teoría de Números, y Laplace es el paladín de la Matemática Aplicada con su Mecánica Celeste y su Cálculo de Probabilidades. Todos ellos consolidan la Matemática no sólo como ciencia sino también como profesión tanto desde el punto de vista investigador como docente.

En Análisis Matemático, aparte del ingente desarrollo de la Teoría de Funciones, de las Series y las Ecuaciones Diferenciales, cobra una importancia esencial la cuestión de los fundamentos, espoleada por la crítica de Berkeley en *The Analist.* Lagrange en su *Théorie des fonctions analytiques* (donde introduce las notaciones, hoy universalmente aceptadas para las derivadas sucesivas $f'(x)$, $f''(x)$,..., $f^n(x)$ de una funcion $f(x)$, Carnot en sus *Réflexions sur la métaphysique du calcul infinitésimal,* D'Alembert en sus artículos *Différentiel, Limite* y *Série,* incorporados a *La Enciclopedia,* intentarán dar respuesta al problema, pero habrá que esperar a las nociones de límite y continuidad, en sentido actual, que introduce Cauchy en su *Cours d'Analyse,* para que se inicie la construcción con todo rigor del Análisis moderno.

La Geometría Analítica experimenta un desarrollo inusitado, sistematizándose de una forma definitiva similar a las exposiciones actuales (excepto en lo que se refiere al lenguaje vectorial). Se realiza la clasificación general de cónicas y cuádricas (Monge), se resuelven los problemas de distancias (Lagrange), así como multitud de lugares geométricos, aplicándose de forma habitual los determinantes. Aparece la Geometría Descriptiva de Monge, que produjo una revolución en la ingeniería militar y civil, con su aplicación a la construcción de máquinas y edificios. Con Monge, Meusnier y Dupin alcanza su plenitud lo que hoy llamamos Geometría Diferencial Clásica y con Carnot y Poncelet comienza a balbucear la Geometría Proyectiva moderna. Lagrange establece los fundamentos de la Teoría de Ecuaciones que conducirán tanto a la resolución definitiva mediante radicales por Abel como a la aparición de la Teoría de Grupos con Galois. Legendre da un paso de gigante en la Teoría de Números y Laplace establece los fundamentos de la Probabilidad.

La Matemática de la Revolución, con sus revoluciones geométrica y analítica, es la responsable del colosal desarrollo posterior de la Matemática, de la tendencia a la generalización y al rigor como elementos consustanciales de esta ciencia.●

Prof. del I.E.S. San José de Calasanz. Barcelona. Colaborador de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia



Jorge Juan

Primer sello de España

El sello Jorge Juan

José Conrado González García (Jacobo)

PARECE razonable en Filatelia que cada país edite sellos con sus personajes más populares. Personas que hayan descollado en cualquiera de las actividades humanas. Así hay sellos de científicos, políticos, músicos, etc. Sin embargo, en nuestro país es curioso que sólo se haya editado un sello dedicado a un matemático. Se trata de Jorge Juan y Santacilia, cosmógrafo, astrónomo y marino, nacido en Novelda (Alicante) en 1713 y que muere en Madrid en 1773. Como guardia marina estuvo once años haciendo diversas mediciones geográficas en Colombia y Ecuador. Luego de ascender a capitán de navío el Estado le encargó varios trabajos científicos importantes como el proyecto y realización de los arsenales de Cartagena y Ferrol, diques, bombas de fuego y diseños de barcos. Posteriormente, ya como capitán de la compañía de guardias marinas, estableció el Observatorio Astronómico de San Fernando. Fue autor de varias obras de Política, Navegación y de Astronomía. También fue uno de los promotores de la futura Academia de Ciencias de Madrid. El sello que se le dedica fue emitido en 1974 como un recordatorio un tanto tardío (un año después) del bicentenario de su nacimiento.

El sello Julio Rey Pastor como homenaje al Año Mundial de las Matemáticas

Por otro lado, para los amantes de los sellos, en general, este año es también un momento adecuado para comenzar una colección de España por cuanto se cumple el 150º aniversario del sello español. En efecto: el primer sello de España se emitió el 1 de enero de 1850, con la efigie de la reina Isabel II, tatarabuela de nuestro actual rey.

Finalmente, a título de comentario citaré que, en España, siguiendo una moda iniciada en Francia, Holanda y Bélgica hace ya veinte años, se vienen editando sellos de personajes de cómic. Personajes como el Capitán Trueno, Jabato, Mortadelo y el Guerrero del Antifaz ya han salido en los sellos. Sólo que en Francia, por ejemplo, han salido también sellos de Descartes, Newton, Laplace, Lagrange y otros matemáticos. En España, parece que, ¡por fin!, tenemos un sello de un matemático.

Hasta la próxima. Si se te ocurre algún comentario o quieres alguna ampliación sobre este tema escribe a: Jacobo. C/ Francisco de Paula, 34. La Laguna. D.P. 38205.●

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

1.- *En un lejano país, lejano en el tiempo y en el espacio, ocurrió lo que te vamos a contar:*

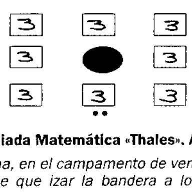
Una señora quedó viuda estando embarazada. Según las leyes, estaba obligada a repartir con lo que naciese la herencia que le había dejado su marido consistente en 3.500 monedas de oro. Si la criatura era niño, entonces debía recibir la mitad de la parte del hijo. Si nacía una niña, la madre recibiría el doble que la hija. Cuando por fin llegó el momento del parto resulta que nacieron dos mellizos: una niña y un niño.

¿Cómo habrá que repartir la herencia para cumplir con la ley?

••

2.- *En el centro están «Las Joyas de la Corona». Se trata de un valioso tesoro que hay que vigilar permanentemente desde las garitas que se han colocado alrededor. El oficial de la guardia ha colocado tres vigilantes en cada garita, por lo que ha usado 24 vigilantes para cubrir el servicio.*

Ahora bien, los vigilantes se han dado cuenta de que el oficial, cuando va a comprobar si la guardia está o no en orden lo que hace es contar si en cada fila hay 9 vigilantes. Si es así se queda satisfecho. Esta forma de comprobarlo permitió que cuatro vigilantes se ausentaran una noche y el oficial no lo notara. ¿Cómo lo consiguieron?



••

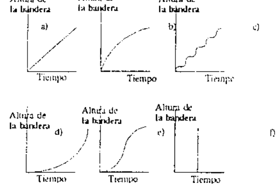
3.- IX Olimpiada Matemática «Thales». Andalucía

Cada mañana, en el campamento de verano, el boy scout más joven tiene que izar la bandera a lo alto del mástil.

a) Explica con palabras qué significaría cada una de las siguientes gráficas.

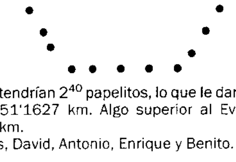
b) ¿Qué gráfica muestra la situación de forma más realista?

c) ¿Qué gráfica es la menos realista?



Soluciones a la semana anterior:

1.- En principio parece imposible pues 6x5=30. Pero mediante una pequeña astucia se consigue:



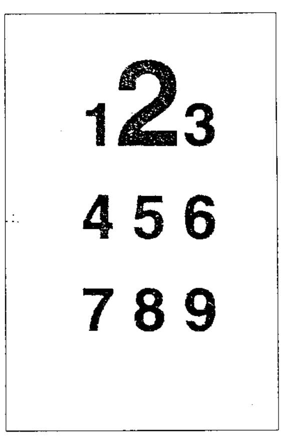
2.- Se obtendrían 2^{40} papelitos, lo que le daría una columna de 109951'1627 km. Algo superior al Everest que no llega a los 9 km.

3.- Carlos, David, Antonio, Enrique y Benito.

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca

Variados



¿Cómo quieres los pasteles?

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 5 AGOSTO 2000 NUMERO 31

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

MATEMATICAS
Y ROMENTICISMO (I)

Jacob Steiner, un geómetra romántico

*Anne Boyé**

LA ciudad de Jena es un lugar importante en la historia del Romanticismo alemán. Allí se encuentran Novalis y Goethe, el lingüista Karl Wilhelm von Humboldt y los filósofos Fichte y Schelling. En octubre de 1806, Napoleón Bonaparte inflige una contundente derrota a las tropas prusianas en las afueras de Jena. Von Humboldt y Fichte, en un ambiente de profundo abatimiento nacional, responsabilizan al sistema educativo y proponen una radical reforma del mismo, influida por las ideas del pedagogo suizo Johann Heinrich Pestalozzi.

Para este pedagogo, la intuición es el fundamento de la educación, mediante la cual «aprehender el sentido profundo de las cosas, que se oculta bajo las apariencias, y la unidad del mundo enmascarada tras su diversidad». En particular, en la enseñanza de las matemáticas, hay que privilegiar a la geometría, transmitida de una manera «natural», ejercitando el espíritu en la búsqueda de las relaciones que ligan las figuras geométricas. Este conocimiento debe ser producido y descubierto por el propio alumno, guiado por el profesor a la manera socrática. Porque «es preferible la ignorancia a un conocimiento cargado de prejuicios... Llegar al conocimiento lentamente, a través de la propia experiencia es mejor que aprender de memoria los hechos que otras personas saben y con la mente llena de palabras, perder las facultades individuales y de libre observación... El objetivo superior de la enseñanza es el de preparar al individuo a utilizar libremente y con confianza en sí mismo, las facultades que el Creador le ha dado, y dirigir estas facultades a mejorar la vida humana».

Con estos principios, los reformadores Fichte y Humboldt piensan poder formar ciudadanos útiles al Estado. Si desde la enseñanza elemental se acostumbra a los jóvenes a usar sus poderes creativos, entonces apreciarán el valor de la República y la necesidad de combatir para conservar la libertad. Así pues, en Berlín, a principios del siglo XIX, se conjugan el «espíritu de las luces» y la «pasión romántica».

Jacob Steiner es uno de estos muchachos que estudia en el Instituto de Pestalozzi en Yverdon (Suiza). Steiner será el creador de la geometría sintética, contrapuesta a la geometría analítica. Esta última puede desarrollarse sin necesidad de recurrir a las figuras, como un saber neutro, deductivo y carente de poder creativo, una geometría sumisa al álgebra y al análisis matemático. La geometría sintética, por el contrario, necesita de las figuras y de los postulados ligados a nuestra percepción, en la que los objetos geométricos son considerados en el espacio y cuyos principios permiten al alumno acceder a las concepciones más avanzadas sin haber recibido una formación especializada.

Steiner nace en el cantón suizo de Berna en 1796. Es el quinto hijo de una familia de campesinos pobres. En 1814 es admitido gratuitamente en el Instituto de Pestalozzi y un año y medio más tarde es ya profesor de matemáticas en el mismo Instituto. Se establece en Berlín, donde será profesor de enseñanza secundaria y posteriormente de la Universidad de Berlín. Aquí será el maestro de una generación de sabios alemanes, entre ellos de B. Riemann, y tendrá un destacado papel en la creación y actividad del «Journal de Crelle», la primera revista especializada de matemáticas. De su concepción de las matemáticas y de sus ideas pedagógicas hablaremos la próxima semana...●

*** Profesora de matemáticas en el Lycée de La Baule (Francia) y colaboradora de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia**

José Luis Fernández: un canario en la cumbre de la matemática española

El profesor José Luis Fernández Pérez es uno de los matemáticos españoles de más prestigio. Sus investigaciones se publican en las revistas matemáticas de más alta exigencia científica, habiendo creado un activo grupo de investigación en el que se integran jóvenes matemáticos. Durante los últimos años el profesor Fernández se ha interesado por el uso de las matemáticas en finanzas, campo que ha encontrado atractivo debido a «la directa aplicabilidad de las matemáticas puras en un contexto empresarial de utilidad inmediata. Está resultando muy enriquecedor».

Además de sus contribuciones a la investigación matemática, el profesor Fernández ha destacado por su intensa actividad en el seno de la comunidad matemática española, a la que representa ante la Unión Matemática Internacional. Es presidente del Comité Español del Año Mundial de las Matemáticas 2000 y ha impulsado la edición de revistas matemáticas españolas de alta calidad. Junto con Antonio Córdoba dirige la prestigiosa «Revista Matemática Iberoamericana», cuyo alto nivel de influencia científica es reconocido internacionalmente. También, junto a Manuel de León, dirige «La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española».

José Luis Fernández nació el 13 de julio de 1956 en Santa Cruz de Tenerife. Estudió en las Escuelas Pías. De esos años recuerda especialmente a sus profesores don Ceferino Bermejo y al padre Montenegro.

¿Por qué estudió matemáticas?

Se me daban bien. Sabía si las entendía o no, si los argumentos eran correctos, y eso me daba seguridad. Estudiar matemáticas era una opción radical y un tanto romántica. Eran otros tiempos.

El primer año lo hace en La Laguna. Lo recuerda como «un año magnífico, intenso, entusiasta por parte de los profesores (creo) y de los alumnos. Había un gran compañerismo. Mantengo recuerdos hermosos. Martinón, Pepe Méndez, Montesinos, Alamo, Barrios...». Luego marcha a Zaragoza, donde

finaliza la licenciatura.

Al acabar la carrera, ¿que hizo?

No sabía qué elegir. Fui a Barcelona y hablé con Simó y a Madrid y hablé con Guzmán. Al final fui a Madrid. Pasé un año en la Complutense, en el departamento de Guzmán. Luego marché a Estados Unidos, a la Washington University en St Louis. Allí hice la tesis con Albert Baernstein, un extraordinario experto en análisis complejo. Me formó como matemático, me educó el gusto, la exigencia de excelencia...

Tras pasar seis meses en el Instituto Mittag-Leffler en Suecia, José Luis Fernández va a Wisconsin, en Madison. ¿Cómo recuerda aquellos años?

Allí se encontraba Walter Rudin, todo un patriarca. Pasé dos años allí, años espléndidos, activos. Había muchos matemáticos que visitaban la universidad y semanalmente había un activo seminario. En aquel tiempo De Branges probó la conjetura de Bieberbach y Rudin, Askey y yo explicamos la solución. Todos estos años trabajé en problemas de variable compleja clásica, en lo que se conoce como Teoría Geométrica de Funciones.

Después de Madison estuvo en el MSRI de Berkeley y en la Universidad de Maryland. Su hijo había nacido en St Louis y su hija en Madison. Había que decidir entre quedarse en Estados Unidos o regresar a España. Pasó seis meses en Barcelona y decidió quedarse en España, aunque «sólo me desvinculé de la universidad americana cuando ya era catedrático aquí. Creo que fue una buena decisión personal y familiar».

¿Qué nos cuenta de estos años en España?

Aquí he intentado aportar algo a la sociedad. He estado todos estos años en la Universidad Autónoma de Madrid, que tiene un buen departamento de matemáticas, con mucha actividad investigadora. Sin duda, la actividad más gratificante ha sido la de formar y colaborar con nuevos matemáticos.

¿Qué matemáticos han tenido especial influencia en su trabajo?

Mi figura de referencia fue Lars Ahlfors. Llegué a conocerlo, a tenerlo en mi seminario, a discutir matemáticas con él. Ya era mayor. Cambió constantemente de enfoque investigador. Cada 10 años desde unos tempranos 20 hasta sus 60 produjo artículos que abrieron nuevas vías. Era muy original y creativo. He aprendido mucho al colaborar con amigos como Juha Heinonen, Christian Pommerenke, Stephen Rohde, Kari Astala, entusiastas y creativos. Una recompensa de investigar en matemáticas es esa colaboración internacional.

¿Cómo ve las matemáticas en este final de siglo?

Es un momento de transición que llega hasta la concepción de las matemáticas. Su aplicabilidad no cesa de crecer, se hacen más necesarias en todo tipo de análisis de la realidad, ya sea científica, tecnológica o económica. Irónicamente, nos hallamos ante una situación en que el interés de la sociedad en general por las matemáticas en la educación, en la formación de maestros o en los estudios universitarios se encuentra en un mínimo.●

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

***1.-** Para lo que vamos a proponer hoy se necesita una gran dosis de intuición y otro tanto de paciencia, pero no se rinda antes de tiempo y procure conseguir respuestas. Se consideran los dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9. Sin alterar ese orde de menor a mayor, agrupándolos como desee para formar cifras y utilizando los signos más (+) y menos (—) que necesite, debe conseguir que el resultado final sea 100, ni más, ni menos. Observe el ejemplo que le proponemos: 12+3—4+5+67+8+9=100. ¿Cuántas soluciones será capaz de conseguir? Intente encontrar las que pueda y nos las hace llegar. A ver cuántas conseguimos entre todos.*

••

***2.-** Recuerdas a los 24 vigilantes que custodiaban la semana pasada «Las Joyas de la Corona». En esa ocasión se ausentaron 4 vigilantes, el oficial comprobó que había 9 en cada fila y quedó tranquilo. Pues bien, hoy se van a ausentar 6 vigilantes y el oficial seguirá yéndose tranquilo porque seguirá contando 9 vigilantes por fila. ¿Cómo?*

3	3	3
3	●	3
3	3	3

••

***3.-* VIII Olimpiada Matemáticas «Thales». Andalucía.**

Vamos a jugar con Alberto, Bernardo, Carlos, Daniel y Enrique a un juego en el que cada uno de ellos será o rana o caimán.

Entre ellos se reparten los papeles de ranas y caimanes,

Nosotros debemos averiguar quién es rana y quién es caimán con la información que ellos mismos nos facilitan, teniendo en cuenta que las ranas siempre mienten y los caimanes siempre dirán la verdad.

Las informaciones que nos facilitan son las siguientes:

—Alberto: «Bernardo es un caimán».

—Carlos: «Daniel es rana».

—Enrique: «Alberto no es rana».

—Bernardo: «Carlos no es caimán».

—Daniel: «Enrique y Alberto son animales diferentes».

¿Cuántas ranas hay?

(¡Razona la respuesta!).

Soluciones a la semana anterior:

1.- Deberán cumplirse las dos condiciones al mismo tiempo, por lo que a la madre le corresponden 1.000 monedas, al hijo 2.000 y a la hija 500.

2.-

4	1	4
1	●	1
4	1	4

3.- I.- A la vista de las gráficas podemos decir lo siguiente de cada una de ellas:

a) La bandera es izada a una misma velocidad todo el tiempo.

b) Al principio se iza la bandera muy rápido y al final muy lento.

c) Se va izando la bandera a pequeños tramos y parándose en cada uno de ellos.

d) Al principio va muy lento y al final muy rápido.

e) Al principio va lento, luego va muy rápido y al final va de nuevo lento.

f) Se iza instantáneamente la bandera.

II.- Normalmente la bandera se iza como indica la gráfica c) que es la más realista.

III.- La menos realista es la que nos indica la gráfica f), pues no se suele izar la bandera de forma instantánea.●

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca

Hay uno sincero

10
10
10
10
1

¿Todos mienten?

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 12 AGOSTO 2000 NUMERO 32

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

MATEMATICAS
Y ROMENTICISMO (II)

Jacob Steiner, un geómetra romántico

*Anne Boyé**

LAS directrices pedagógicas de Steiner, su concepción de las Matemáticas y sus trabajos de investigación están estrechamente ligados. Si el saber romántico está caracterizado por la crítica de la ciencia oficial, el rechazo de las normas establecidas, la defensa de la imaginación creadora, de la intuición y del sentimiento, entonces, sin duda, podemos decir que la obra de Jacob Steiner es verdaderamente romántica.

Mientras que la pedagogía tradicional actúa desde fuera hacia dentro, quizás para asegurar la integración de los jóvenes en la sociedad adulta, la pedagogía de Pestalozzi y de Jacob Steiner, exige el sentido inverso, de lo interno del individuo a lo externo, para que éste pueda construir su propia identidad y descubrir una cierta forma unitaria del saber. Creador de la geometría sintética, Steiner piensa que la geometría pura es una disciplina formadora del espíritu, de la capacidad de descubrimiento del individuo, mientras que el álgebra no «descubre» más que lo que ya se sabe de antemano. De su obra *Teoría General de los contactos e intersecciones de círculos y esferas* emana una impresión de equilibrio y de orden; aquí resuelve con gran simplicidad, entre otros, el problema de Malfatti que consiste en trazar tres círculos tangentes dos a dos, de manera que cada uno de ellos toca dos lados de un triángulo dado.

En 1832, publica su obra más importante: *Desarrollo sistemático de la interdependencia de los conceptos geométricos.* En el prólogo de esta obra dice: «...se trata de descubrir el organismo en el cual los fenómenos heterogéneos del mundo del espacio están ligados unos a otros. De producir un puñado de relaciones fundamentales completamente simples, que delinean la osatura del organismo y a partir de los cuales se deducen los teoremas sin dificultad... de esta forma se pone orden en el caos aparente y se ve cómo todas la partes se articulan las unas a las otras... y se llega a la posesión de los elementos de los que procede la Naturaleza, y se puede con un máximo de economía enseñar las innumerables características de las figuras». Se trata, claro está, de la Naturaleza Romántica, unidad orgánica diversificada al infinito; es el postulado unitario de la *Naturphilosophie* alemana.

Impresiona la simplicidad que emana de la obra de Steiner. La visión del espacio y su representación, su correspondencia con el mundo interior —el del alma del hombre—, están en el corazón de la vida y de la obra de nuestro matemático.

Para terminar, quiero ligar a Friedrich, el gran pintor romántico alemán de comienzos del XIX —que escribió: «cierra tu ojo físico para que veas primero con el ojo de tu espíritu»— con el viejo Jacob Steiner que se quejaba a su amigo Shläffi de la fatiga que le impedía trabajar, pues «cuando él cerraba los ojos para ver, se dormía».●

*** Profesora de matemáticas en el Lycée de La Baule (Francia) y colaboradora de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia**

Pitágoras de Samos

*Sergio Toledo**

ENTRE los personajes históricos de la cultura griega, quizá ninguno se convirtió en un personaje de leyenda tanto como Pitágoras; la veneración de que fue objeto por parte de sus discípulos ya en vida se fue acrecentando después de muerto y se le atribuyeron rasgos biográficos típicos de las figuras divinizadas: nacer de madre virgen, hacer milagros, poseer el don de la ubicuidad, alcanzar la inmortalidad. Esto ocurrió en la época de auge del neopitagorismo (s. I-II d.C.) y del neoplatonismo (s. III-V d.C.); el filósofo Jámblico publicó una «Vida de Pitágoras» que lo presentaba más como un mago que como un filósofo.

Pitágoras nació en Samos, isla jonia próxima a la costa de Asia Menor —actual Turquía— hacia el año 570 a.C., de donde emigró por problemas con el tirano Policrates en el 532 a.C. Parece ser que realizó algunos viajes que lo pudieron conectar con sabios de Mileto, Mesopotamia y Egipto. Hacia el 525 a.C. se estableció en Crotona, colonia griega al sur de Italia, en la magna Grecia, donde funda una secta-escuela y donde murió alrededor del 500 a.C. En efecto, el grupo pitagórico no es sólo una escuela filosófico-matemática, sino también una secta religiosa que impone un modo de vida: rituales de purificación, normas dietéticas y de higiene, examen de conciencia, regla de secreto. Había dos tipos de miembros: los matemáticos, que estudiaban con el maestro, y los acusmáticos, que se limitaban a recibir adoctrinamiento.

La doctrina más famosa de los pitagóricos es la reencarnación del alma. Las almas de los seres vivos —humanos, animales, plantas— proceden del alma del mundo y cuando muere el cuerpo en que están encarnadas regresan a su lugar de origen para purificarse, antes de volver a encarnarse en otro cuerpo. Esta doctrina tiene un claro contenido ético —amén de religioso— pues según haya sido buena o mala la conducta de cada ser vivo su alma se reencarnará posteriormente en otro ser vivo de mayor o menor categoría; en el caso del hombre que alcanza la excelencia su alma se libera del ciclo de la reencarnación y permanece en el empíreo, morada de los dioses, tal como se atribuyó a Pitágoras.

El pitagorismo es una doctrina de salvación: se le concede a cada persona un alma inmortal genérica para estimularlo a que alcance la inmortalidad individual cumpliendo el código moral de la secta. Una consecuencia derivada de esta creencia es el profundo respeto pitagórico por los seres vivos: no celebraban sacrificios animales, siendo sus ofrendas leche, miel, aceite y otros productos vegetales; según algunas fuentes eran vegetarianos.

Desde la perspectiva filosófica, la gran aportación pitagórica consistió en interpretar que la matemática era la esencia del universo, y por tanto, un saber sagrado. A su estudio dedicaron sus mejores esfuerzos, y cuando la secta fue expulsada de Crotona por problemas políticos, hacia el 450 a.C., sus miembros se diseminaron por las principales ciudades helenas, llevando consigo ese saber y contribuyendo decisivamente a la extensión y consolidación de las matemáticas como parte fundamental de la cultura griega. La tradición cuenta que Pitágoras se interesó por las matemáticas a raíz de su descubrimiento de que los sonidos armónicos en instrumentos de cuerda se producían cuando la relación entre la magnitud de las cuerdas podía ser expresada como razón entre números: 1:2, 2:3, 3:4. De ahí debió deducir la tesis de que «las cosas son números», es decir, que las magnitudes matemáticas son los constituyentes fundamentales de los seres naturales. Pensaba que éstos se hallan formados por «hòros», unidades físicas elementales, de dimensión infinitesimal; las propiedades de los seres naturales dependen de la cantidad de hòros y de su disposición geométrica. Esta teoría se vino abajo cuando el pitagórico Hipaso de Metaponto descubrió la existencia de magnitudes inconmensurables, o sea, que no podían ser expresadas como razón entre números: por ejemplo, la relación entre los lados de un cuadrado o de un pentágono regular y sus respectivas diagonales.

Para los pitagóricos el universo está formado por dos principios: lo limitado y lo ilimitado, es decir, los cuerpos y el vacío. Mantienen una posición hilozoísta: el universo es un ser vivo y los cuerpos se nutren respirando el aire ilimitado. Pitágoras fue el primer griego que sabemos que afirmaba que la Tierra es redonda. La secta elaboró una tabla cosmológica de valores formada por diez parejas de opuestos, siendo los primeros términos superiores a los segundos: límite/ilimitado, uno/múltiple, impar/par, recto/curvo, reposo/movimiento, luz/oscuridad, derecho/izquierdo, masculino/femenino, bien/mal, cuadrado/oblongo.

En aritmética estudiaron la divisibilidad, desarrollando los conceptos de números primos y compuestos, números amigos, perfectos, deficientes y abundantes; ligaron la aritmética con la geometría a través de los números poligonales. Se atribuye al propio Pitágoras la demostración del teorema que lleva su nombre, ya conocido en la práctica por los egipcios; desarrollaron la geometría plana y estudiaron al menos tres sólidos regulares: cubo, tetraedro y octaedro. El pitagorismo tuvo gran influencia en la cultura griega posterior, especialmente sobre los atomistas y el platonismo; su nombre ha quedado entre nosotros como símbolo de la creencia en la inteligibilidad matemática de la realidad física.●

*** Profesor de Filosofía y miembro de la Fundación Orotava**

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

1.- De un depósito lleno se extrae la mitad. Más tarde se vacía la cuarta parte de lo que queda. A continuación se sacan las tres quintas partes de lo que quedaba y nos encontramos con un resto al final de 90 litros. ¿Cuál es la capacidad del depósito lleno? Intentar hacerlo sin usar ecuaciones.

••

2.- ¿Recuerdas a los 24 vigilantes que custodiaban «Las Joyas de la Corona»? Pues bien, hoy han venido cuatro amigos de los vigilantes, se distribuyen adecuadamente y el oficial, cuando vino a comprobar la guardia, observó que había, como siempre, nueve en cada fila por lo que no se dio cuenta de que había 4 vigilantes más. ¿Cómo lo consiguieron? ¿Y si en lugar de cuatro amigos vienen ocho o doce, lo podrían conseguir?

3	3	3
3	●	3
3	3	3

••

3.- IX Olimpiada Matemática «Thales». Andalucía

Los hermanos Al Caparroni intentan abrir la caja de caudales del Banco Peseta. La combinación es una serie creciente de tres cifras (no nulas). Dentro del bolsillo del cajero maniatado, descubren las dos indicaciones siguientes:

** Las sumas de las cifras es 17.*

** El producto de dos cualesquiera de ellos aumentado con el tercero es un cuadrado perfecto.*

¿Cuál es la combinación de la Caja?

Soluciones a la semana anterior:

2.- Hay 9 vigilantes por fila pero sólo 18 en lugar de los 24 que tenía al principio.

5		4
	●	
4		5

3.- La clave de este juego está en Daniel. Supongamos que dice la verdad, por tanto sería caimán. Pero si Enrique y Alberto son animales diferentes, como Enrique dice que Alberto no es rana (luego es caimán), y por tanto, él es también caimán. (Animales iguales). Si suponemos que Enrique no dice la verdad (rana), Alberto sí es rana (animales iguales); luego Daniel no dice la verdad, por lo cual:

Daniel es rana, eso implica que:
Carlos es caimán
Bernardo es rana
Alberto es rana
Enrique es rana.
Así pues, hay 4 ranas y un caimán.

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca

Ciclismo

1001
1501
S
10000

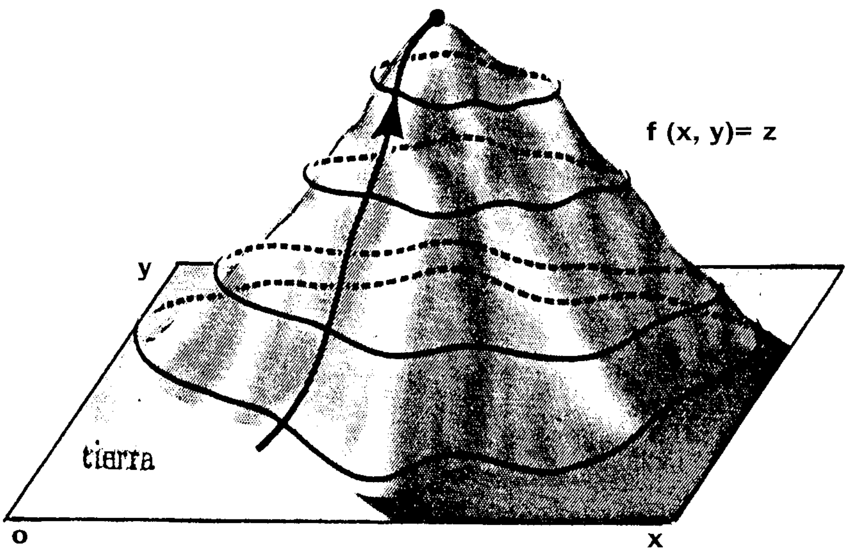
¿Qué deporte practica?

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 12 AGOSTO 2000 NUMERO 32

Metáforas en la enseñanza de las matemáticas

José Angel Dorta Díaz
María Candelaria Espinel Febles
Inés del Carmen Plasencia Cruz



EN nuestra vida cotidiana apenas podríamos hablar sin metáforas. Al electricista en muchas regiones de España se le suele llamar «chispa». Este suele llamar «culebra» a la cinta de enhebrar los cables de la luz. Sustituir el nombre de una cosa por el de otra semejante en algún aspecto, no es sólo, ni en primer lugar, un instrumento decorativo de la poesía, sino una de las principales estrategias lingüísticas a nuestra disposición para dar sentido a nuestro mundo. La palabra metáfora viene del griego, «metaphora», que significa transporte. Ha sido considerada tradicionalmente como una comparación o analogía abreviada. La palabra «analogía» no era, en principio, un término gramatical o lingüístico, sino que tenía el significado matemático de proporción.

Los profesionales reflexivos, involucrados en los procesos de enseñanza de la matemática, saben que en la práctica no se pueden restringir al uso del lenguaje matemático formal cuando se comunican con los estudiantes, debido a que éstos desconocen muchas veces ese lenguaje, además de la dificultad que presenta su comprensión. Por tanto ante un alumno que no entiende algo, el profesor debe presentar otros métodos, o recurrir a otras alternativas, recursos o estrategias. Uno de esos recursos posibles es la metáfora.

Para construir las ideas matemáticas y transmitirlas, pensamos que debemos relacionar ideas, comparar conceptos, buscar analogías, etc. y, por ello, las metáforas nos colocan en el camino para comprender. Algunos conceptos matemáticos, aparentemente simples, están sujetos a definiciones, en general, complejas; pensemos en los de recta, dirección, derivada, gradiente, superficie, grafo, etc. Euclides decía que una recta es: «Longitud sin anchura» (Elementos). ¿Es ésta una definición clara de lo que es una recta? Nótese que define recta usando conceptos más complicados que aquel que deseaba exponer. Por ello, en matemáticas, para dar una primera idea, muchas veces, recurrimos a la metáfora; algunos ejemplos serían:

recta = horizonte, líneas de luz,
dirección = autopista recta con varios carriles,
derivada = cambio, variación,
superficie = montaña, valle,
gradiente = brújula (dirección de máxima variación),
grafo = red de carreteras.

Veamos un caso en el que el uso de la metáfora está justificado de una forma «natural». En los primeros cursos de Facultades y Centros Superiores, cuando queremos introducir el concepto de gradiente de una función escalar de dos variables y su interpretación física, algunos profesores suelen recurrir al símil siguiente:

«Imaginemos que f[(x,y)] = z representa una montaña; el vector gradiente de f en cada punto del plano OXY, señala la dirección en la que la inclinación de la montaña es máxima».

Así pues, el gradiente de f en cada punto nos señala el camino (es como una brújula que nos guía) que tendríamos que seguir para subir una montaña por el camino más corto. De igual forma, si nos situamos en la cima de una montaña un día lluvioso, el agua se desplazará montaña abajo siguiendo el sentido opuesto del vector gradiente. La naturaleza, con su «lógica sabiduría», ha formado los cauces de los ríos o nuestros «barrancos», siguiendo el camino señalado. Obsérvese que en estas ideas matemáticas hay implicadas tres metáforas: montaña (superficie), inclinaciones (derivadas direccionales) y brújula (vector gradiente).

Lo expuesto constituye una muestra de cómo los profesores intentamos comunicarnos no sólo a través de una simbología formal y rigurosa, sino sobre todo con la palabra, con el verbo. Las personas «somos» en todos los ámbitos de la vida y, en especial en el de la enseñanza, lo que logramos trasmitir por medio de la palabra; y en este sentido la comunicación y la metáfora van juntas de la mano. Los profesores de matemáticas somos como un fragor de símbolos, gráficos, y sobre todo de palabras compartidas. Como dice Rosa Montero: «es que para sobrevivir, los humanos dependemos tanto de la metáfora como del aire».●

Matemática. Nombre de mujer

Felipe Martín Martín

ROZANDO los treinta años de docencia y la mitad de éstos dedicado a la educación de las personas adultas, ¡cuántas cosas he aprendido de éstas!

Cuando las alumnas adultas llegan a los centros, vienen con unos miedos terribles, se creen incapaces de aprender, sobre todo matemáticas. Comienzan diciendo que hace mucho tiempo que no estudian, que apenas fueron a la escuela y sobre todo que nunca se les han dado los números. ¿Amas de casa a las que no se les dan los números? ¡Imposible! ¿Quién administra la economía del hogar como ellas? ¿Quién hace como ellas tantas operaciones matemáticas: sumas, restas, multiplicaciones, divisiones, proporciones...? Por una tacita de arroz, dos de agua. ¿Cuántas incógnitas despejan, hasta hallar la solución, para llegar a final de mes? Cuando se dan cuenta de que eso es matemática, y la importancia de su utilidad, la cosa cambia. Llegan con el concepto de que son poco inteligentes, de que sólo sirven para cuidar a los hijos, hacer de comer, fregar y estar ahí, ¡casi nada! ¡Como si eso fuera poco! Es hermoso ver que, poco a poco, jugando, van descubriendo ese otro rostro de las matemáticas, hasta ahora para ellas desconocido. Es como el que vive continuamente con alguien y nunca ha profundizado en su conocimiento, sólo superficialmente.

Como en el cuento de la cebolla, tenemos que ir quitando capa a capa, hasta llegar a su mismísimo corazón. Pasito a pasito las personas adultas se van introduciendo en su conocimiento. ¡Cómo aumenta su autoestima, cuando se dan cuenta de que esa desconocida no lo era tanto, de que esa que se esconde detrás de unos signos, unos símbolos, unas operaciones, no les resulta tan extraña! Cada día se entusiasman más con ella y muchas salen a la pizarra, ¡cosa impensable al principio de su aprendizaje! Se llenan de orgullo, cuando explican a los otros compañeros sus logros.

Las personas adultas, todo lo absorben con una delicadeza increíble. Es gratificante para el profesor ver la cara de esas personas cuando dicen: «¿Sabe? ayer la expliqué a mis hijos las matemáticas y les ayudé a hacer sus ejercicios». Se nota que su autoestima ha subido muchos peldaños. Empiezan a creer en sus posibilidades, y eso, amigo mío, es toda una gozada.●

*** Profesor de personas adultas**

LAS MATEMATICAS DE CADA DIA (12)

Matemáticas y ...campanas

Claudi Alsina

EN las torres de las iglesias, antes de la llegada de tecnología electrónica, se situaban unas estupendas campanas. Estas tenían diversas misiones eclesiástico-sociales anunciando a través de un sencillo código sonoro, bodas, bautizos, fallecimientos, entierros, misas, llegadas de personalidades, fuego, etc. Pero lo que aquí nos interesa comentar son las formas características de estas sonoras campanas.

La geometría esencial de una campana grande consiste en una parte superior en forma de casquete esférico y una parte lateral alabeada... son curvas que se aproximan a medias ramas de hipérbola (hiperboloide hiperbólico). Antonio Gaudí estuvo mucho tiempo estudiando las campanas y su máxima sonoridad, llegando a la conclusión de que para su gran proyecto, la Sagrada Familia de Barcelona, deseaba campanas perfectamente hiperbólicas con unas medidas y ángulos que él mismo determinó. Y la cosa tiene su lógica. La campana, al ser movida, permite que la pieza central oscilante choque contra la pared interior. De ahí salen a conquistar mundo las ondas sonoras. En su primer intento de huida del interior de la campana, estas ondas se estrellarán en la otra parte, que ya se le está acercando, y así rebotando verán cómo la forma hiperbólica «les da salida» en todas direcciones. La forma contribuye también al cometido de avisar, de que el sonido sea enviado en todas direcciones, algo a lo que unas formas cilíndricas o parabólicas no contribuirían en absoluto, pues concentrarían el sonido, a retener sonoridad.

Pero si miran más allá de las campanas pero con ojos campaneros pronto empezaran a observar que el truco de las campanas también es usado en todos los finales de los instrumentos de viento, ¿cómo acaban las trompetas, los trombones de varas, clarinetes... etc.? De nuevo formas abiertas hiperbólicas al servicio de la sonoridad. Pero también cuando gritamos a pleno pulmón nuestros labios adquieren inconscientemente una cierta forma hacia delante convirtiendo a nuestra boca en una improvisada campana de gritos.

¿Por quien tocan las campanas?, diría Heminway... hoy han tocado para usted.●

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 19 AGOSTO 2000 NUMERO 33

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

CAUCHY y la Escuela Matemática francesa de comienzos del siglo XIX

*Xavier Lefort**

1789 es el año en que comienza la Revolución francesa, que cambiará el curso de la historia europea, pero es también el año en que nace Augustin Cauchy, uno de los más grandes matemáticos del siglo XIX. Su fama se debe tanto a la importancia de los puestos que ocupó en la Academia de Ciencias y en la Escuela Politécnica de París como al acierto y amplitud de sus trabajos: escribió 789 memorias y artículos que abarcaban todos los dominios matemáticos. No en vano, muchos conceptos y teoremas llevan hoy su nombre...

Desde su infancia deja París para huir, con su familia, de los acontecimientos de aquel final de siglo, y tiene la suerte de encontrar a algunos de los más célebres matemáticos de la época: Lagrange, y sobre todo Laplace, autor de la famosa *Mecánica Celeste.* Cauchy entra en la Escuela Politécnica con dieciséis años para estudiar ingeniería militar, y trabaja de 1810 a 1813 en el dragado y fortificación del puerto de Cherburgo. En esa misma época envía a la Academia de Ciencias de París su primera memoria (de Geometría), donde fue leída por Legendre.

En 1816, cuando cae el imperio napoleónico, el nuevo régimen realista reorganiza la Academia y cesa a algunos sabios considerados demasiado cercanos a Napoleón. Entre ellos Monge, famoso por sus trabajos en Geometría. Es el momento en que Cauchy entra en esta institución a la vez que es nombrado profesor de la Escuela Politécnica. Allí impartirá un curso de Análisis que será una referencia durante largo tiempo y que será publicado en 1821. Nombrado por el gobierno de los Borbones, Cauchy les es fiel hasta el punto de exiliarse en 1830, cuando los disturbios parisinos deponen al rey Carlos X en favor de Luis Felipe.

En 1838 vuelve a Francia donde es tenido en gran estima por la comunidad matemática y sus escritos son altamente considerados. Es uno de los principales autores que contribuyen a los «Anales de Gergonne», revista de la comunidad matemática francesa. Muchas memorias y trabajos le son presentadas para obtener su aprobación; sin duda, demasiadas, puesto que algunas se perderán, como un trabajo del joven Evaristo Galois. Las ideas de este matemático, muerto en un estúpido duelo a los 21 años, revolucionarán la teoría de las ecuaciones.

A su muerte, en 1857, Cauchy dejará una obra muy importante, que abrirá una etapa de preocupación por el rigor, característica de las matemáticas de finales del siglo XIX.●

*** Profesor de matemáticas en la Universidad Politécnica de Saint Nazaire (Francia). Colaborador de la Fundación Canaria Orotava**

El último teorema de **Fermat**

Ruymán Cruz Barroso

EN 1963, cuando tenía 10 años, Andrew Wiles ya se sentía fascinado por las matemáticas. Un día, caminando distraído de casa al colegio, el pequeño Wiles decidió entrar en la biblioteca de la calle Milton. Allí lo atrajo un libro con un solo problema sin solución: The last problem (El último problema). En él, su autor, Eric Temple Bell, relataba la historia de un problema matemático que hundía sus raíces en la antigua Grecia y había alcanzado su mayor desarrollo en el siglo XVII. Fue entonces cuando Pierre de Fermat lo convirtió en un desafío para el resto del mundo. El problema parece sencillo porque se basa en el Teorema de Pitágoras:

En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma del cuadrado de los catetos.

Encontrar números enteros que resolvieran la ecuación de Pitágoras (ternas pitagóricas) era relativamente sencillo, pero con sólo cambiar el exponente 2 de la ecuación por cualquier otro número, la solución con números enteros pasa de ser relativamente sencilla a resultar de una dificultad delirante. De hecho, el gran Pierre de Fermat, francés del siglo XVII, proclamó la sorprendente afirmación de que nadie había hallado soluciones posibles porque no las hay; es decir, la ecuación

$$x^n+y^n=z^n$$

no tiene solución con números enteros cuando n es mayor que 2.

Pierre de Fermat nació el 20 de agosto de 1601 en la ciudad de Beaumont-de-Lomagne, al suroeste de Francia. En 1631 fue nombrado conseiller au Parlement de Toulouse, concejal en la Cámara de Peticiones. Dedicó toda la energía ahorrada a las matemáticas. Mientras estudiaba el libro II de la Aritmética de Diofanto, Fermat llegó a una serie de observaciones relacionadas con el Teorema de Pitágoras. En el margen de su Aritmética, junto al problema 8, escribió una nota con su observación:

«Es imposible escribir un cubo como la suma de dos cubos o escribir una cuarta potencia como la suma de dos cuartas potencias o escribir, en general, cualquier potencia mayor que dos como la suma de dos potencias iguales. Poseo una prueba en verdad maravillosa para esta afirmación a la que este margen viene demasiado estrecho».

En el siglo XVIII Leonhard Euler fue quien logró el primer progreso hacia la demostración del último teorema de Fermat. Partió con ventaja porque descubrió una pista desconocida en los apuntes de Fermat, quien había escrito una prueba para el caso específico n=4, y la había incorporado a la demostración de un problema totalmente distinto. El 4 de agosto de 1753 Euler demostró el Teorema para el caso n=3 usando la técnica que había usado Fermat para el caso n=4.

A lo largo de los siglos se ha disuadido a las mujeres de que estudien matemáticas. A comienzos del siglo XIX Sophie Germain vivió una época de discriminación y decidió asumir una identidasd falsa. En 1825 elaboró un método que permitió a posteriores matemáticos demostrar el Teorema de Fermat para diversos valores particulares de n. Germain había enseñado a los matemáticos cómo eliminar todo un conjunto de casos.

En 1908, Paul Wolfskehl, un industrial alemán, fue rechazado por la mujer que amaba y decidió suicidarse. Al terminar de ajustar sus asuntos financieros y escribir su testamento aún restaban algunas horas para la hora prevista del suicidio. Entonces, decidió pasar por la biblioteca y curiosear entre las publicaciones matemáticas. Ojeando un artículo del matemático Kummer (quien demostró que el Teorema de Fermat no se podía resolver con las técnicas matemáticas de la época) y después de toda una noche, encontró un error en un paso lógico. Las malas noticias eran que la prueba de Kummer había sido reparada. Las buenas eran que la cita con el suicidio había pasado. A su muerte se leyó el nuevo testamento y su familia quedó sorprendida al descubrir que su fortuna sería para aquel que demostrara el Teorema.

En 1954, un joven matemático de la universidad de Tokio, Goro Shimura, buscaba un libro en la biblioteca y cuál fue su sorpresa cuando descubrió que alguien se lo había llevado. Era Yutaka Taniyama. Shimura le escribió y decidieron reunirse para compartir sus ideas. Ambos se dieron cuenta que las formas modulares y las ecuaciones elípticas estaban muy relacionadas. Aunque no lograron demostrarlo, conjeturaron que estaban totalmente relacionadas. Lo sorprendente fue que en 1984, Gerhard Frey demostró que si la conjetura de Taniyama-Shimura era cierta, automáticamente quedaba demostrado el último teorema de Fermat.

Habían pasado dos décadas desde que Wiles descubrió en la biblioteca el libro de Bell cuando abandonó todo trabajo que no estuviera relacionado con la prueba del Teorema. Recluido en su estudio del ático, y tras siete años de esfuerzo, demostró, usando técnicas creadas por él mismo, la conjetura Taniyama-Shimura, y consecuentemente, el último teorema de Fermat. Era el momento de contárselo al resto del mundo. La conferencia, Funciones L y Aritmética, se celebraba en el Isaac Newton Institute. Nadie sabía lo que exactamente iba a exponer, aunque eran diversos los rumores y suposiciones. Después de tres días de exposición y un razonamiento gigantesco, la conferencia llegó a su fin con un prolongado aplauso. Tres meses después, en agosto de 1993, el Dr. Katz detectó un error. Wiles tardó 14 meses en repararlo y de esta forma concluyó la demostración del último teorema de Fermat.■

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

1. *- En un edificio de cinco viviendas, la comunidad de vecinos está formada por los cinco dueños que, para simplificar, llamaremos A, B, C, D y E. Hay que formar una comisión de tres vecinos para administrar el edificio.*

El vecino A dice: Propongo elegir a tres vecinos indicando quién creemos que debe ser el presidente, quién el secretario y quién el tesorero.

El vecino B opina: Creo que no. Debemos elegir a tres vecinos y punto.

A lo que el vecino C señala: Me parece que da igual un método que otro.

¿Opina Vd. lo mismo que el C?

••

2. *- Una maestra tiene un grupo de 30 alumnos y alumnas, entre los que quiere repartir 10 regalos. Se le ocurre el siguiente procedimiento: coloca a los estudiantes formando un círculo y les asigna un número del 1 al 30 consecutivamente. A continuación los va contando de 13 en 13 empezando por el 1 de forma tal que al que le corresponda, recibe su regalo y se sale del coro. ¿Cuáles son los números de los estudiantes a los que corresponde un premio?*

••

3.- X Olimpiada Matemática; Aragón

Comparando coches: *Cuatro amigos comparan la edad, el color, y la velocidad de sus coches de carreras del «Scalectrix» y obtienen las siguientes conclusiones:*

1. El de Alberto es más oscuro que el de Santiago, pero más rápido y más viejo que el de Juan.

2. El de Juan es más lento que el de Luis.

3. El de Luis es más nuevo que el de Alberto.

4. El de Alberto es más viejo que el de Santiago.

5. El de Santiago es más claro que el de Luis.

6. El de Juan es más lento y más oscuro que el de Santiago.

¿Cuál es el más viejo, cuál es el más lento y cuál es el más claro de los coches?

Soluciones a la semana anterior:

1.- El depósito es de 600 litros.

2.- Con cuatro amigos:

2	5	2
5	●	5
2	5	2

Con 8 poner 7 en las garitas centrales y con 12 poner 9 también en la central.

3.- Haciendo todas las series crecientes de tres cifras posibles que sumen 17 obtenemos las siguientes:

179 - 269 - 278 - 359 - 368 - 458 - 467.

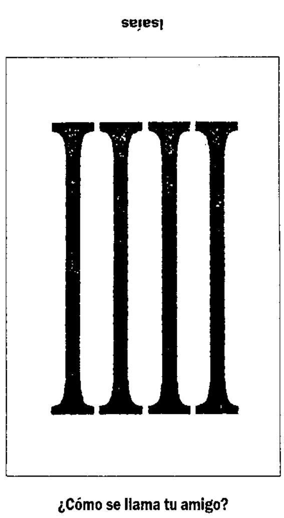
Si comprobamos la segunda indicación en estas siete series es fácil ver que sólo la primera cumple esos requisitos, ya que:

9 x 7 + 1 = 64
9 x 1 + 7 = 16
7 x 1 + 9 = 16

Por tanto la combinación de la caja es 179.

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca



¿Cómo se llama tu amigo?

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 26 AGOSTO 2000 NUMERO 34

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

El intuicionismo: Brouwer (I)

*José L. Montesinos**

EL Intuicionismo es un intento de reconstrucción de la Matemática en el que se va a poner el veto al infinito, específicamente al uso del infinito actual; y el representante más radical de esa filosofía de las Matemáticas es Jan Brouwer. En los últimos decenios del S. XIX, las Matemáticas de la era moderna alcanzaban su apogeo y cumbre con la entronización de la teoría de conjuntos y el dominio y clasificación de los infinitos obtenida por el matemático alemán Georg Cantor.

El más notable logro de Cantor consistió en demostrar, con rigor matemático, que la de infinito no era una noción indiferenciada. No todos los conjuntos infinitos son de igual «tamaño»; por consiguiente es posible establecer comparaciones entre ellos. Pero un conjunto actualmente infinito no puede alcanzarse al término de un proceso de numeración que por definición no tiene fin; debe alcanzarse con un acto instantáneo mediante el cual uno se instala de pronto fuera del mundo de la experiencia y de las operaciones humanas.

Cantor, con esa libertad de creación que reivindicaba para las matemáticas, crea un Paraíso de posibilidades, del que posteriormente Hilbert no querrá prescindir, y en el que los números transfinitos, a su vez una serie infinita de ellos, serán construidos a partir de esos «actos instantáneos». Una áspera disputa, que durará 50 años, se entabla entre los constructivistas-intuicionistas: Kronecker, Poincaré, Borel, Brouwer, H. Weyl, de una parte y los formalistas-logicistas: Dedekind, Cantor, Peano, Hilbert, Russell... de la otra. La pretensión de reducir las matemáticas a la lógica, y la manera de «certificar» la existencia de los entes matemáticos, de esos entes infinitos actuales, van a ser los temas centrales en la disputa, que arrecia cuando los «excesos» formalistas conducen a las antinomias de la teoría de conjuntos y hacen tambalear todo el edificio matemático.

Para Brouwer la ciencia oficial consiste en la clasificación sistemática de secuencias causales de fenómenos y, en particular, las matemáticas serían la rama del pensamiento científico que se ocuparía de estudiar la estructura de los fenómenos. La visión matemática de estos fenómenos estaría motivada por la voluntad del hombre de autoconservarse y la elección de las estructuras a considerar estaría determinada por las exigencias del individuo en relación a la sociedad.

En la concepción «dinámica» que Brouwer tiene de las matemáticas, éstas evolucionan a lo largo de la historia, y son el producto de la mente humana con todos los defectos que ello conlleva en cuanto a su falibilidad. En esta evolución las leyes de la lógica aparecen como el resultado histórico de la lucha del hombre por organizar agregados de un número finito de objetos. Sucede que estas mismas leyes pueden ser aplicadas a conjuntos infinitos. con una excepción, la ley del tercio excluso (tertium non datur). Los intuicionistas consideran la creencia en la validez universal del principio del tercio excluso en matemáticas como un fenómeno del mismo tipo que la creencia en la racionalidad de π ó la de la rotación del firmamento en torno a la Tierra. Según Brouwer, la aplicación incorrecta del principio del tercio excluso está causada históricamente por los siguientes hechos: a) La lógica clásica es una abstracción conseguida a partir de las matemáticas de subconjuntos de un conjunto finito. b) Se adscribe a esta lógica clásica una existencia «a priori» independiente de las matemáticas. c) Merced a este apriorismo el principio del tercio excluso es aplicado injustificadamente a las matemáticas de conjuntos infinitos.●

Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia

Karl Friedrich Gauss, genio universal

Domingo Chinea Miranda

KARL Friedrich Gauss es considerado, junto con Arquímedes y Newton, uno de los tres más grandes matemáticos de todos los tiempos. Nació en Brunswick (Alemania) en 1777. Su padre, Gerhard Diederich, era un obrero que consideraba inútil que su hijo recibiera una educación adecuada. Sin embargo, su madre, Dorothea, honrada mujer de carácter, más inteligente y sensata, siempre animó a Gauss en sus estudios, y gracias a su apoyo evitaron la pretensión de su marido de mantener a su hijo tan ignorante como él mismo.

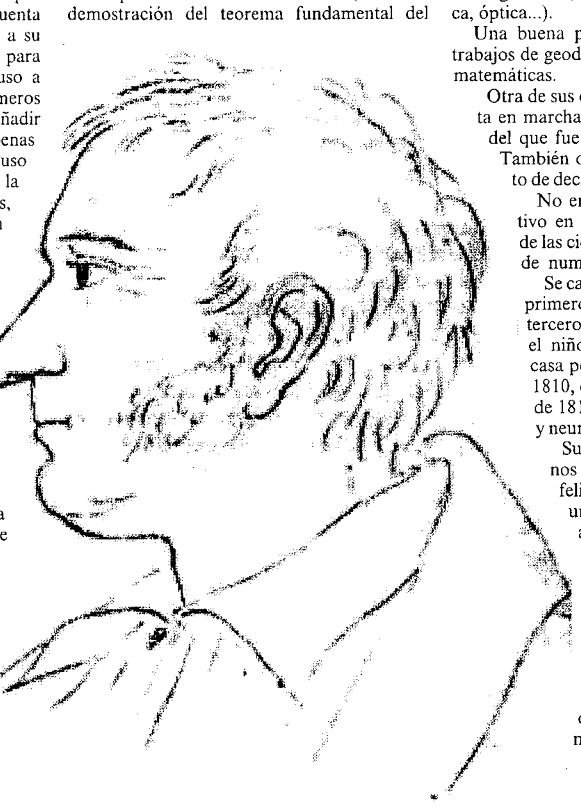
En toda la historia no se ha encontrado un matemático que se acerque a la precocidad de Gauss cuando era niño. Antes de cumplir los tres años corrigió a su padre en la cuenta de la paga a los trabajadores que tenía a su cargo. Apenas con diez años su maestro, para tener entretenido a sus alumnos, propuso a la clase el problema de sumar los cien números que, partiendo del 81.297, resulten de añadir al anterior la cantidad fija de 198. Apenas había terminado el enunciado, Gauss puso su pizarra en la mesa del profesor con la solución correcta, mientras que los demás, después de una hora de cálculo, no dieron con la misma.

Con sólo doce años se cuestionaba los fundamentos de la geometría euclídea, a los dieciséis ya ponía los cimientos de una geometría distinta de aquella, y un año más tarde se propuso la difícil tarea de completar las investigaciones que estaban a medio hacer en el campo de la teoría de números.

Gauss gozó de la protección del duque de Brunswick quien, al reconocer su talento, le envió a estudiar, primero a un colegio y posteriormente a la Universidad de Gotinga, en 1795, donde adquirió una formación clásica y científica superior al resto de los estudiantes. A sus diecinueve años, duda todavía entre la filosofía y las matemáticas, decidiéndose finalmente por éstas tras uno de sus brillantes descubrimientos: la construcción del polígono regular de 17 lados con sólo regla y compás. Es de observar que desde la época de los griegos se sabía construir con regla y compás polígonos regulares de 3, 4, 5, 6, 8, 10 y 15 lados, y es fácil de construir a partir de ellos otros polígonos regulares con el doble número de lados. Además, Gauss probó que era imposible tal construcción para polígonos regulares de 7, 9, 11, 13... lados, intento que se venía realizando desde hacía más de 2000 años.

Gauss cultivó diferentes ramas de la ciencia, y en todas ellas hizo importantes contribuciones. Su aportación matemática se extendió a casi todas las áreas (álgebra, análisis matemático, estadística, geometría...), y quizás las más relevantes hayan sido en álgebra y en geometría. Toda su obra se caracteriza por su rigor y perfección.

Después de leer su tesis en 1798, sobre la demostración del teorema fundamental del álgebra, en 1801 Gauss publica su obra fundamental: las «Disquisitiones Arithmeticae», la cual se usó de modelo en los estudios posteriores de la teoría de números. En 1827 aparecen publicadas sus investigaciones sobre la teoría general de superficie en su trabajo «Disquisitiones generales circa superficies curvas», obra maestra en geometría clásica de superficies. También, Gauss fue el primero en desarrollar una geometría no euclídea y en darle tal denominación. Estos trabajos geométricos de Gauss, continuados por B. Riemann, fueron fundamentales para el desarrollo de la Teoría de la Relatividad de A. Einstein.



Gauss tuvo grandes contribuciones en el campo de la física y la física-matemática (electromagnetismo, astronomía, mecánica, acústica, óptica...).

Una buena parte de su vida la dedicó a trabajos de geodesia, donde también aplicó las matemáticas.

Otra de sus obras fue la edificación y puesta en marcha del observatorio de Gotinga, del que fue su director durante 40 años.

También ocupó frecuentemente el puesto de decano de la Facultad de Gotinga.

No era un hombre muy comunicativo en la vida, aunque en el campo de las ciencias siempre estuvo rodeado de numerosos alumnos y discípulos.

Se casó en 1805 con Johanne y tuvo primero dos hijos, pero al nacer el tercero muere Johanne, en 1809, y el niño sólo vive algún tiempo. Se casa por segunda vez con Minna, en 1810, con la que tuvo tres hijos. Desde 1818 su esposa sufre tuberculosis y neurosis histérica y muere en 1831.

Sus últimos días estuvieron llenos de honores, pero no fue tan feliz como merecía. Gauss tenía una salud delicada, padecía de asma y del corazón. A partir de 1850 su estado de salud empeora y muere finalmente en 1855, aunque para las matemáticas vivirá siempre este genio universal. Su enorme fama aumentó aún más después de su muerte al descubrirse una gran cantidad de importantes resultados de él no publicados.●

Departamento de Matemática Fundamental
Universidad de La Laguna

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

1.- *Si Eva, la del Paraíso, hubiese sabido lógica, tal vez hoy fuésemos felices e inmaculados...*

Y es que una vez que fueron creados los cielos y la tierra, la astuta serpiente del Paraíso se propuso cumplir con su misión. Los martes, jueves y sábados mentiría irremisiblemente. Los otros días de la semana diría la verdad.

—Eva, Eva, ¿por qué no pruebas la manzana? —le dijo la serpiente con su melodiosa voz.

—No. No puedo, me lo tienen prohibido —respondió Eva.

—¡Bah! —le señaló la serpiente—, puedes aprovechar a comerla porque hoy es sábado y El está descansando.

—No, no y no; hoy no —le insistió la primera dama—, y agregó: —tal vez la pruebe mañana.

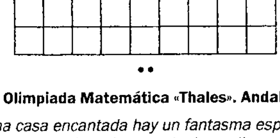
—Mañana es miércoles y será muy tarde —le aclaró la serpiente.

Y de ese modo, Eva cayó en el engaño y ya sabemos lo que pasó.

¿Qué día de la semana ocurrió la conversación entre Eva y la serpiente?

••

2.- *El rectángulo de la figura tiene 36 cuadraditos. ¿Cómo lo debe cortar para que con las dos piezas que obtenga pueda formar un cuadrado?*



••

3.- II Olimpiada Matemática «Thales». Andalucía.

En una casa encantada hay un fantasma especial. Aparece cuando el reloj comienza a dar la medianoche, y desaparece con la última campanada. El reloj tarda seis segundos en dar seis campanadas. ¿Cuánto tiempo dura la aparición del fantasma?

Soluciones a la semana anterior:

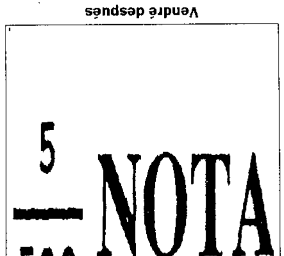
1.- No. No da lo mismo hacer la elección según indican A y B. Según el criterio de A es posible 60 formas y según B sólo 10.

2.- El premio corresponde a los que ocupan los lugares 7, 8, 9, 12, 13, 22, 23, 25, 26 y 30.

3.- El coche más viejo es de Alberto, el más lento de Juan y el más claro de Santiago.

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca



¿Te vas definitivamente?

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 2 SEPTIEMBRE 2000 NUMERO 35

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

El Intuicionismo: Brouwer (II)

José L. Montesinos

NACE Brouwer el 27 de febrero de 1881; es el mayor de los tres hijos de un maestro de escuela que le convierte en un niño prodigio que irá siempre adelantado varios años en los estudios. A los 16 años se matricula en la Universidad de Amsterdam para estudiar matemáticas, lo que no le impide seguir cultivando la lectura de los clásicos y de sus filósofos preferidos: Kant y Shopenhauer. En 1900 corren vientos de rebeldía en las universidades holandesas y en la joven «intelligentsia» prenden tendencias neo-románticas de una vuelta a la naturaleza.

En 1905 plasmará en su escrito juvenil *«Vida, Arte y Misticismo»* su concepción de la vida y del mundo. El manifiesto es ferozmente anti-científico y anti-intelectual. La causalidad es condenada como esencialmente inmoral:

«El intelecto ha rendido a la humanidad un maligno servicio al ligar esas dos fantasías que son la causa y el efecto...».

Aunque Brouwer, en general, desprecia la filosofía académica, va formándose en él lo que llama su «filosofía de la vida» que impregnará después su concepción de la matemática. Especialmente importante para ésta serán sus ideas sobre el *Lenguaje* y sobre el *Tiempo*. Para Brouwer, pensar es un acto exclusivo del hombre individualmente considerado y hablar es una actividad del hombre social, un instrumento para provocar la acción de otros.

En 1907 Brouwer presenta su tesis doctoral sobre *Los Fundamentos de las Matemáticas*. La búsqueda de la génesis de la matemática comienza con un examen crítico de las filosofías de las matemáticas existentes en ese momento. El logicismo de Russell, el formalismo de Hilbert, el pre-intuicionismo de Poincaré son expurgados, siempre sobre la base de su particular filosofía.

En 1912 Brouwer es nombrado profesor en la Universidad de Amsterdam; para entonces, ha realizado importantes trabajos en Topología y publicado artículos de renombre internacional en la prestigiosa revista alemana *Mathematischen Annalen* dirigida por Hilbert. Pero una vez demostrada su pericia en el manejo de la matemática «oficial» y conseguido su objetivo de ser profesor en la Universidad, Brouwer vuelve al tema de los fundamentos y en su lección inaugural titulada *Intuicionismo y Formalismo* muestra su preocupación por la Teoría de Conjuntos y critica particularmente la axiomática de Zermelo. Durante estos años se concentra en el problema del continuo y la necesidad de acomodar los números reales, de una manera constructiva, en el continuo geométrico.

Los puntos fundamentales de la concepción brouweriana del continuo pueden resumirse de la siguiente forma:

1.- El único «elemento a priori» del continuo es el *Tiempo*.

2.- El continuo Matemático es un concepto creado mediante la abstracción matemática, *existente únicamente en la mente del hombre*.

3.- El continuo es un concepto *primitivo*, directamente extraído de la conciencia del tiempo.

4.- El continuo *no puede ser identificado como una totalidad construida de puntos*. Estos tienen un papel en el análisis del continuo como extremos de los intervalos en que éste puede descomponerse, pero no son partes constituyentes del mismo.●

Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia

Tomás Sánchez Giralda: un algebrista canario en Valladolid

TOMAS SANCHEZ GIRALDA nació en 1947 en Las Palmas, ciudad en la que su padre estaba destinado como funcionario. Recuerda «los días de playa con mis primas mayores. También los viajes a Tenerife en aquellos barcos que para mí tardaban una eternidad». Tomás comienza a estudiar en el Colegio Corazón de María. En 1956 la familia se traslada a Tenerife, al conseguir su padre el ansiado destino, e inicia el bachillerato en el Colegio San Ildefonso, concluyéndolo en 1964.

—¿Fue un bachillerato agradable?

«Guardo buen recuerdo de los profesores, sobre todo del Hermano Félix. De mis antiguos compañeros también los recuerdos son agradables. He perdido el contacto con ellos salvo en contadas excepciones, como es Antonio Pérez, con el que me veo de forma regular».

—¿Por qué decide estudiar matemáticas?

«Al acabar el Preu, me sugieren participar en la I Olimpiada Matemática. Como uno de los ganadores me conceden una beca para seguir los estudios de la Licenciatura en Exactas. El curso 1964-65 realizo el llamado Selectivo en La Laguna».

—¿Qué nos cuenta de aquel año en la Universidad de La Laguna?

«Residí en el Colegio San Fernando. Recuerdo mis esfuerzos para convencer a mis padres de que pasar ese año en La Laguna era algo bueno. La experiencia fue muy satisfactoria. Los profesores Cascante, Hayek y Zalote tienen una fuerte influencia sobre mí, haciéndome abandonar la idea de estudiar una ingeniería y me decido, finalmente, por seguir Matemáticas en la Universidad Complutense de Madrid. De mis antiguos compañeros de curso guardo buen recuerdo. Con Luis Balbuena y Guillermo Fleitas mantengo contacto».

—Entre 1965 y 1969, años complicados para la universidad española, usted completa sus estudios de Matemáticas en Madrid. ¿Cómo fueron esos años?

«Vivíamos de forma muy intensa. El cierre de Facultades potenció la faceta de autodidactas en nosotros. Había una gran solidaridad. Con buen número de aquellos compañeros sigo conservando contacto, como por ejemplo Guillermo Fleitas. Hubo también algún compañero que por su personalidad era persona poco recomendable y de la que sé que ha tenido problemas. De los profesores guardo buen recuerdo. Por su especial personalidad, Germán Ancochea; por su humanismo, Francisco Botella y Javier Etayo. Por supuesto Pedro Abellanas, que fue mi director de Tesis doctoral y que ha fallecido recientemente. Ahora puedo entender el gran esfuerzo que realizaban para enseñarnos».

Acabada la licenciatura, Tomás da clases en la Universidad Complutense. Poco después, en 1971, se casa con Olga Pérez Renshaw, nacida en Santa Cruz de Tenerife. De ella dice que «ha sido mi constante ayuda y apoyo. Sobre todo en los momentos difíciles».

Con una beca estudia en la Universidad de París-Orsay con el profesor Giraud, alumno del célebre Grothendieck. En 1976 lee su tesis doctoral, dirigida por Abellanas. Le gusta reconocer la ayuda de sus compañeros, «especialmente de Vicente Córdoba». A partir de ahí gana la plaza de Profesor Agregado en Murcia (1978) y luego se traslada a Valladolid, universidad en la que obtiene la cátedra de Algebra en 1981.

—Usted reconoce la importancia de sus maestros, pero también usted ha sido maestro.

«He dirigido varias tesinas de licenciatura y seis tesis doctorales, teniendo ahora otras dos en preparación. Entre las tesis está la de Margarita Rivero, defendida en la Universidad de La Laguna, en la que actualmente es profesora titular de Algebra».

El profesor Sánchez Giralda ha tenido una intensa actividad investigadora, habiendo dirigido y participado en numerosos proyectos de investigación, impartido cursos y conferencias, tanto en España como en el extranjero. Sus publicaciones matemáticas son muy numerosas.

—¿Qué tal es el nivel matemático en nuestro país?

«¡Cómo ha cambiado en apenas 30 años! Cuando terminé los estudios era difícil encontrar autores españoles en revistas internacionales. Ahora, una de cada 20 publicaciones internacionales en revistas matemáticas son de españoles».

Tomás Sánchez Giralda tiene un fuerte compromiso universitario. Ha sido director de Departamento, vicedecano... Los demás reconocen en él a un universitario completo, razón por la que el claustro de la Universidad de Valladolid le ha nombrado Defensor de la Comunidad Universitaria.●

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

1.- *Tiene 2 kg. de azúcar que hay que dividir en bolsas de 200 g. cada una. Para hacerlo tiene una balanza de platillos y dos pesas, una de 500 g. y otra de 900 g. Elabore una estrategia para conseguir el objetivo pedido.*

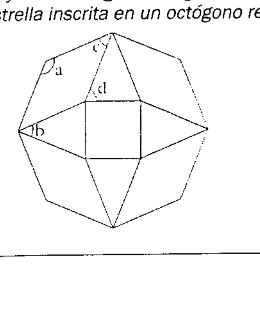
••

2.- *Cierto día salí de casa a dar un paseo. El viaje de ida lo hice a 60 kms./h. El de vuelta a 30 kms./h. ¿A qué velocidad media hice el viaje?*

••

***3.-* X Olimpiada Matemática. Aragón, 1999.**

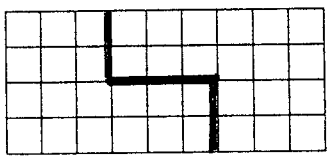
Va de ángulos: *Averigua el valor de los ángulos a, b, c y d en la siguiente figura que representa una estrella inscrita en un octógono regular:*



Soluciones a la semana anterior:

1.- Fue un jueves. Resulta evidente que la serpiente está mintiendo pues dice hoy es sábado y mañana miércoles. No puede ser sábado pues estaría diciendo verdad y tampoco martes pues diría verdad al decir mañana es miércoles.

2.- Se puede formar un cuadrado de 6x6.

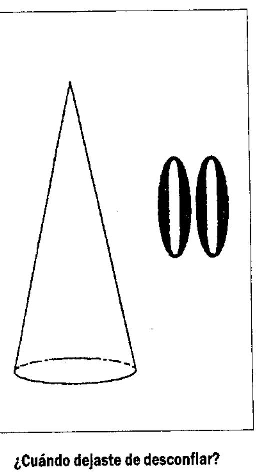


3.- El fantasma habrá estado visible 11 segundos.

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca

Después de conocerse



¿Cuándo dejaste de desconfiar?

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 2 SEPTIEMBRE 2000 NUMERO 35

El sorprendente número π

Antonio Core

INDUDABLEMENTE, el número irracional más popular es el número π. Está muy extendida su identificación con 3'14. Realmente lo anterior no pasa de ser una aproximación ya que el citado número posee infinitas cifras decimales no periódicas. Esto significa que podríamos estar millones de años escribiendo sus cifras decimales y no terminaríamos. Pero no solamente eso, significa, también, que no lograríamos encontrar un bloque de cifras que se repitiera periódicamente, como sucede por ejemplo al expresar de modo decimal

13/7 = 1, 857142 857142 857142 857142...

El carácter familiar de π se debe a la conocida propiedad que afirma: «Dada una circunferencia cualquiera el cociente entre su longitud y su diámetro da como resultado el número π». Todos tenemos como recuerdo asociado a la infancia que la longitud de la circunferencia es $2\pi r$.

Hecho este recordatorio, paso a exponer tres sorprendentes resultados en los que también aparece involucrado el número π y que son mucho menos conocidos. Están relacionados con el concepto de probabilidad, así que antes vamos a familiarizarnos un poco con el uso matemático intuitivo de esta idea.

Cuando afirmamos que la probabilidad de que al lanzar un dado salgo un número par es 0'5 estamos indicando que, si lo lanzamos muchas veces, el cociente entre el número de veces que ha salido par y el número de lanzamientos es esperable que sea aproximadamente 0'5. La probabilidad de un determinado suceso, correspondiente a determinada experiencia aleatoria, es un número comprendido entre 0 y 1 que se asigna a dicho suceso (por razones en las que no entraré). Por ejemplo, en la experiencia de lanzar un dado y observar el número que sale, el suceso «resultado par» tiene probabilidad 0'5.

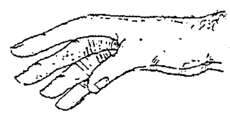
La probabilidad, en la práctica, es un número que nos indica las veces que es esperable que se verifique el suceso cuando repetimos la experiencia numerosas veces. Dicho de otra forma, si consideramos que la probabilidad de un suceso es 0'7 y repetimos la experiencia mil veces es normal esperar que alrededor de 700 veces se haya verificado el suceso considerado. Una vez familiarizados un poco con la idea intuitiva de probabilidad, paso a enunciar los tres sorprendentes resultados anunciados.

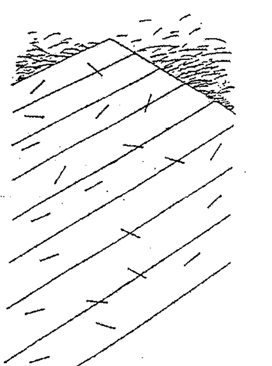
Para presentar el primer resultado, recordemos que los números naturales son

1, 2, 3, 4...

y que dos de esos números son «primos entre sí» cuando su único divisor común es 1. Se verifica que la probabilidad de que dos números naturales, elegidos al azar, sean primos entre sí es

$$\frac{6}{\pi^2}$$





Podemos entretenernos un rato pidiendo a algunos amigos que escriban aleatoriamente, sin conocer la finalidad, pares de números naturales. A continuación contaremos cuántas de las parejas escritas están constituidas por números primos entre sí. Si dividimos este último número por el número total de parejas observaremos que el resultado es aproximadamente $6/\pi^2$.

Pasamos al segundo resultado. Tratamos de triángulos obtusángulos, que son los que tienen un ángulo mayor que 90º. Se verifica que la probabilidad de que dos números positivos que llamaremos a y b, ambos menores que 1, constituyan, junto con 1, una terna de números (1, a, b) que puedan ser las medidas de los lados de un triángulo obtusángulo es

$$\frac{\pi-2}{4}$$

Hay que observar que elegidos a y b al azar, menores que 1, puede suceder que exista un triángulo de lados a, b y 1 ó que no exista y, caso de existir, puede suceder que el triángulo sea obtusángulo o no. Por ejemplo, 0'2, 0'3, 1, evidentemente, con la unidad de medida que queramos, no pueden ser lados de un triángulo. En cambio, sí que existe un triángulo obtusángulo de lados 0'8, 0'15 y 1. Si los números elegidos son 0'9 y 0'8 podemos comprobar que existe un triángulo de lados 0'9, 0'8 y 1 pero no es obtusángulo. En la práctica, si elegimos al azar mil parejas de números positivos menores que 1 lo normal será que, aproximadamente, 285 de ellas (sale de multiplicar 1.000 por $(\pi-2)/4$) sean, junto con 1, lados de un triángulo obtusángulo.

Para terminar, tomamos una cartulina rectangular, dibujamos líneas rectas paralelas a uno de sus lados y separadas cada una de las contiguas 5 cms. Lanzamos, al azar, agujas de 2'5 cms. de longitud. La probabilidad de que una aguja toque a una de las rectas es

$$\frac{1}{\pi}$$

¡A que es sorprendente! A mí, al menos, eso me parece.●

Un **sueño** imposible

Eugenio Hernández

LAS formas que tiene un colectivo para tomar la mejor decisión a partir de las opiniones, a veces muy dispares, de sus individuos ha sido una preocupación constante de la sociedad. Estas formas, conocidas comúnmente como votaciones, es la base de las sociedades democráticas. La teoría de la *elección social* trata de explicar estos procesos.

No es fácil convertir las preferencias de cada individuo en un resultado satisfactorio para el grupo completo. Pocas personas conocen que los resultados pueden ser muy distintos según el método de votación que se utilice. Tan distintos como para que un candidato que ganaría con uno de ellos podría perder con otro.

El primer tipo de votación que se nos ocurre es el método de la *mayoría absoluta:* cada votante vota a una de entre dos opciones y es declarada ganadora la que obtenga más de la mitad de los votos emitidos. Este método es efectivo si solamente hay dos opciones o dos candidatos, pero deja de serlo si hay tres o más: pudiera suceder que ninguno superara la mitad de los votos emitidos.

Durante los dos últimos siglos se ha propuesto una gran variedad de procedimientos para que un colectivo pueda elegir de entre una lista de varias opciones. Entre éstos están la *mayoría simple* (la opción ganadora es la que más votos obtenga), la *segunda vuelta* (entre las dos opciones más votadas se elige la ganadora por mayoría absoluta) y *la eliminación del perdedor* (se elimina la opción menos votada y se procede igualmente con el resto de las opciones; cuando solamente queden dos opciones el ganador es el que obtenga la mayoría absoluta).

Se presenta un ejemplo. Un partido político elige a su presidente nacional mediante votación entre 55 delegados que previamente han sido elegidos por los militantes del partido. Hay cinco candidatos: A, B, C, D, E. Cada delegado tiene una lista de prioridades para elegir a los candidatos. Hay 5!=120 posibles listas, pero la formación de coaliciones permite expresar las preferencias de los votantes en la siguiente tabla:

	Número de delegados					
Preferencia	18	12	10	9	4	2
1ª	A	B	C	D	E	E
2ª	D	E	B	C	B	C
3ª	E	D	E	E	D	D
4ª	C	C	D	B	C	B
5ª	B	A	A	A	A	A

Si se utiliza el método de la mayoría simple el ganador es A. Con el método de la segunda vuelta gana B. Si se elige el método de eliminación del perdedor es el candidato C el vencedor. Los candidatos D y E también pueden ser ganadores. Si se usa el método del *recuento Borda* (a cada candidato se le asigna la puntuación de 5, 4, 3, 2 ó 1 según que la preferencia del elector sea la primera, la segunda, la tercera, la cuarta o la quinta y se declara ganador al que obtenga más votos) el ganador es D. El candidato E saldría vencedor con el método de *Concorcet* (el ganador es el candidato que haya vencido a todos los restantes en enfrentamientos por parejas).

Este cuadro de preferencias nos deja un sabor amargo. ¿Cómo es posible que el método influya tanto en la toma de decisiones? Y anima a emprender la búsqueda del método perfecto. Pero no busquemos por mucho tiempo: las matemáticas han resuelto este problema.

Las matemáticas es una colección de afirmaciones (teoremas) que se deducen de unas premisas básicas (axiomas, hipótesis) utilizando unas cuantas técnicas (algoritmos y razonamiento lógico) que permiten resolver los problemas. A veces estas técnicas conducen a mostrar que un resultado deseable no puede alcanzarse.

Esto fue lo que logró en 1951 el economista Kenneth J. Arrow, Premio Nobel de Economía en 1972. Propuso tres propiedades elementales (axiomas), que son las propiedades deseables que debería cumplir todo método de votación. Una de ellas es la siguiente: si todos los votantes prefieren la opción A sobre la B de entre una lista de varias opciones, el método de elección social debe también preferir A sobre B. Las otras dos son tan de sentido común como ésta. Kenneth J. Arrow probó a continuación que *ningún método de votación puede satisfacer estas propiedades.*

Todos los métodos de votación tienen fallos inherentes y exhibirán, a veces, algunas deficiencias. Este teorema de *imposibilidad* de Arrow destrozó el sueño de encontrar el mecanismo justo para aplicar en las votaciones: *un sueño imposible que tan ansiadamente se había estado buscando durante más de un siglo.*

El brusco despertar que produjo el teorema de Arrow no fue obstáculo para que la teoría de la elección social siguiera desarrollándose. Ya sabemos que cualquier método incumplirá alguna de las propiedades deseables. Corresponde a los políticos decidir la menos importante en cada caso y a las matemáticas ayudar a buscar el mejor método que satisfaga las otras dos. Las matemáticas siguen siendo útiles.●

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 9 SEPTIEMBRE 2000 NUMERO 36

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

Bertrand Russell y la Matemática

*Carlos Martín Collantes**

POCAS veces sucede que la vida de un hombre ilustre se dilate durante un siglo, y menos aún que acreciente a sus coetáneos y a sí mismo en tantas facetas como lo hizo Russell. Nació aristócrata de cuna, pues fue conde de Russell y vizconde de Amberley. De noble porte y aún más noble corazón, este anciano casi centenario, delgado y fumador de pipa (esa es la imagen que ha quedado más extendida) padeció una niñez desgraciada de orfandad, al cuidado de abuelos severos y educado por tutores. En esa soledad infantil buscó el refugio de las matemáticas, a las que dedicó buena parte de su vida y de sus fuerzas. Ellas le condujeron a la filosofía, y ambas vocaciones le llevaron a Cambridge donde recibió la graduación de matemáticas y de ciencias morales. Dos años después estudió economía en Berlín donde se interesó por la filosofía alemana.

Tras conocer el sistema lógico-matemático de Peano comienza su labor de fundamentación de la matemática a partir de la lógica. Para desarrollarla comienza por mejorar el sistema de formalización y tratar con él las relaciones lógicas. Así, publica en 1903 «Los principios de la Matemática»; pero aún quedaban problemas por resolver, entre ellos la noción de clase, que conducía a la paradoja de Russell (aquella en la que se cuestiona si la clase de todas las clases que no son miembros de sí mismas es o no un miembro de sí misma). La búsqueda de una solución le obligó desarrollar la teoría de tipos, tanto simple como ramificada, que quedó expuesta en la obra más importante de su creación lógico-matemática: «Principia Mathematica» (1910-1913), tres volúmenes escritos en colaboración con el también filósofo y matemático Whitehead. En ella expuso su versión para una lógica proposicional y de predicados, de clases y de relaciones, de múltiples órdenes, con un tratamiento formal de la descripción. Este era el aparato necesario para presentar su posición logicista, de la que Frege fue digno predecesor, en la que sostenía que los conceptos matemáticos derivan de conceptos lógicos y que los teoremas matemáticos pueden deducirse de axiomas lógicos. En aquel momento se enfrentaba a las concepciones formalista e intuicionista.

En filosofía defendió el llamado atomismo lógico con el que planteaba el análisis del lenguaje hasta llegar a los elementos proposicionales mínimos. En la medida en que el lenguaje refleja la realidad, los hechos del mundo también pueden descomponerse hasta encontrar sus componentes mínimos: los hechos atómicos.

Tan conocida como su faceta matemática y filosófica fue su actividad pública como defensor del voto femenino, antibelicista y liberal. Rechazó las dos guerras mundiales y sus críticas al aliado americano le costaron la cárcel en una ocasión y la expulsión de la universidad de Nueva York en otra. Los soviets tampoco escaparon de su reprobación. Su postura escéptica en lo religioso, y liberal en lo moral, le enemistó con los círculos más tradicionalistas, aunque tras la Segunda Guerra Mundial acabó consiguiendo la vuelta al Trinity College, el Nobel de Literatura en 1950 y la fundación en 1966, junto con Sartre, del Tribunal Internacional de Crímenes de Guerra («Tribunal Russel») con el que denunció los excesos de Vietnam. Se extinguió en Gales un febrero de hace treinta años.●

*** Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia**

Toneles, barriles y **medidas de capacidad** en la vendimia y el comercio del vino

Jose Manuel González Rodríguez

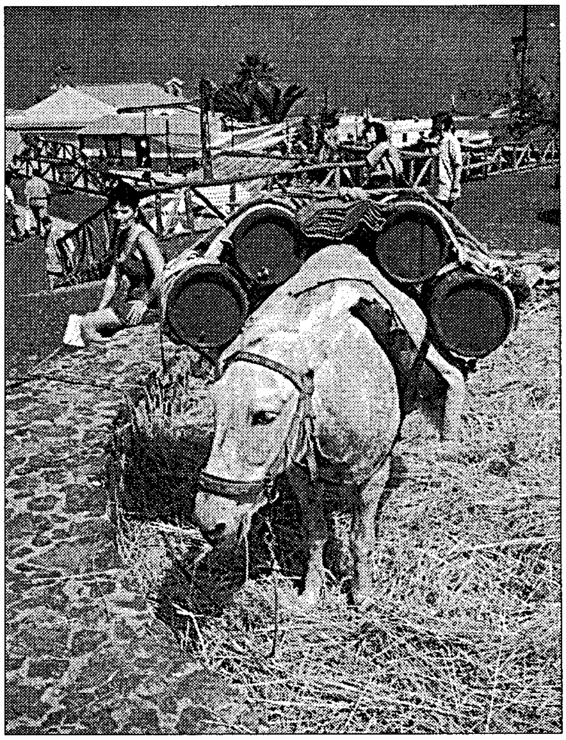
EN Canarias se entiende por barril todo recipiente que pueda contener menos de 100 litros, siendo los más comunes los de 32-33 litros de capacidad, los «de a siete» y «de a cinco», que agrupados en parejas conforman el «juego», «carga» o «camino» de mosto, y el «barril de cuenta», que afora 40 litros.

Cada recipiente admite usos específicos y diferenciados, que se asocian a las distintas fases en el cultivo de la vid y en la elaboración y comercialización del vino. Mas, en todo caso, la conjunción de todos estos barriles posibilita la configuración de completos sistemas de medidas, con patrones perfectamente identificados, con múltiplos y divisores distribuidos en escalas duodecimales y dicotómicas invariables y con factores de conversión entre subsistemas perfectamente operativos.

En el comercio y trasiego del vino, los barriles, la pipa de 480 litros y la arroba de veinte conforman un modelo de medidas perfectamente estructurado muy similar a las catalanas, levantinas; e incluso argentinas. Los barriles de a 5 miden 22 pulgadas de longitud, mientras que los de a 7 alcanzan las 27 pulgadas, siendo entonces la capacidad total del camino o juego de barriles de mosto de unos 110 litros, de los cuales el bodeguero se queda con el 10% (por «la merma») y el comerciante sólo paga al cosechero 100 litros por cada carga, esto es, 2 barriles y medio de los «de cuenta». Así, queda estructurado el siguiente modelo de medidas de capacidad.

Medidas canarias asociadas con el comercio del vino:

Unidad	Conversión en litros	Conversión en unidades de acarreo
Pipa	480	
Carga, camino o juego	110-120	2,5 barriles de cuenta
		Carga de cestos
		Abarcados
Barril de cuenta	40	Cesto Abarcado de racimos
Arroba	20	
Cuarto de arroba	5	
Cuartillo	1	
Medio cuartillo	0,5	



Juego o camino de barriles. Pinoleres, La Orotava, 1998

Este modelo metrológico es exclusivo de Canarias, pues, si bien las unidades del cuadro anterior recogen denominaciones que se reconocen en otros sistemas de medidas tradicionales, y, en particular, en el sistema castellano, sus conversiones en unidades métricas no coinciden con las de ningún otro.

El juego de barriles también se usa en otro modelo de conversión entre medidas que relaciona el mosto con la cantidad de racimos; pero, su sistema de subunidades no concuerda con el ya descrito. En Arafo (Tenerife) se conoce el *cántaro*, que afora una capacidad comprendida entre los 16 y 17 litros. Este patrón se elabora en madera, de forma troncocónica (aunque se construye también en forma de barrilete) y se usa en el trasiego del vino. La conversión entre el cántaro y los barriles se establece en dos cántaros por barril grande; y, de este modo, el sistema del vino en esta localidad sureña queda como sigue:

Sistema de medidas para el vino de Arafo (Tenerife)

Pipa = 480 litros.
Carga = Entre 96 y 100 litros.
Barril grande = 32 litros.
Cántaro = 16 litros.

Este nuevo sistema coincide con el que se conoce en El Hierro, pues las denominaciones y factores de conversión entre la carga y el barril son similares, aunque sus capacidades difieren ligeramente. Mas, siempre se mantienen invariantes las relaciones de múltiplos y divisores y ambos modelos admiten un ordenamiento matemático similar, que, curiosamente, contiene el factor 5, factor que sólo se conoce entre las medidas de capacidad guipuzcoanas.

La coexistencia de los dos sistemas de medida para los recipientes donde se trasiega el mosto y el vino en sus procesos de elaboración y comercialización provoca no pocos equívocos entre oficiantes de toneleros y bodegueros. En concreto, en la comarca de Tacoronte-Acentejo se conocen ambos modelos metrológicos, que, opinión de D. Valentín del Castillo (tonelero de El Sauzal), quedan unificados, por cuanto la pipa de 480 litros se corresponde exactamente con 12 barriles «de los de cuenta» y 16 barriles de 32 litros. Vemos que esta conversión no muestra proporciones precisas, pues, más bien, habría de aportar una equivalencia de 1 pipa por 15 barriles de 32 litros.

En todo caso, tales desavenencias metrológicas se pueden entender a tenor de las necesidades prácticas de toneleros y bodegueros a la hora de armonizar sus antiguos patrones premétricos, distribuidos siempre en ordenamiento dicotómico, con las nuevas especificaciones propias del vigente SMD.●

Universidad de La Laguna

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

1.- *¿Qué número es el más soso?*

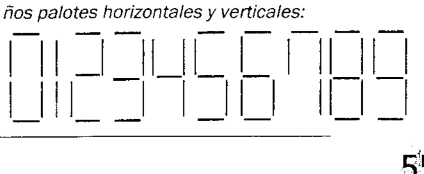
••

2.- *Una costurera tiene una pieza de tela de 7 m. de largo y quiere cortarla en cinco trozos: dos de dos metros de largo y tres de un metro. Si tarda 15 segundos en cortar cada trozo, ¿cuántos segundos tardará en cortar los cinco trozos?*

••

3.- X Olimpiada Matemática. Aragón, 1999

Palotes: *Como sabes, los números en las pantallas de las calculadores y también en relojes digitales, vídeos, etc., se forman usando pequeños palotes horizontales y verticales:*



El número 88 está formado por 14 palotes exactamente. ¿Existe algún otro número de dos cifras en el que se usen también 14 palotes?

¿Cuántos números de tres cifras, que contengan el 8, hay que se puedan escribir con los 14 palotes? ¿Cuál es el mayor?

¿Cuál es el número mayor que se puede escribir con los 14 palotes?

Soluciones a la semana anterior:

1.- Una forma de hacerlo. Se coloca en un platillo la pesa de 900 g. Y en el otro la de 500 a la que se le va añadiendo azúcar hasta equilibrar la balanza. El azúcar vaciado pesa 400 g. Se separa en los dos platillos hasta que se equilibre en 200 g. y luego deje uno como contrapeso.

2.- No es a 45 km./h. La velocidad media fue de 40 km./h.

3.- El ángulo a vale 135º, b y c valen 45º y d es 67º 30'.

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca

sopuew sns

2 6 3
9 1 s 7+

¿Quiénes arrestaron a esos soldados?

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 16 SEPTIEMBRE 2000 NUMERO 37

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

Cantor: A la conquista del infinito

*José Ferreiros**

DAVID Hilbert dijo que el análisis (esa llave para la comprensión de los fenómenos) es una gran sinfonía del infinito, y su discípulo Hermann Weyl llegó a escribir que la matemática es la ciencia del infinito. Hermosas aproximaciones a una definición, siempre esquiva, de esa magnífica disciplina que supone toda una aventura del pensamiento y la imaginación. El tema del infinito recorre la historia del pensamiento matemático: si la actitud de los griegos era la de un respeto casi religioso por lo inabarcable, a partir de 1600 los modernos se atrevieron cada vez más a adentrarse en un terreno lleno de dificultades y paradojas, aparentemente fuera del alcance de nuestras mentes finitas.

En el habla común trivializamos mucho. Con gran ligereza llamamos a cualquier cosa infinita o inmensa (sin medida), mas el matemático no suele sentir interés por esas cantidades muy grandes, pero siempre finitas. Aquí, como entre los filósofos, se habla del infinito en sentido literal: lo que un Galileo concebía como imposible de enumerar mediante los números naturales. Galileo fue consciente de las paradojas del infinito, y en uno de sus libros comenta como a cada número 1, 2, 3... le corresponde un par 2, 4, 6... o incluso un cuadrado 1, 4, 9 ¡y sin embargo los pares (no digamos los cuadrados) son sólo parte de los números! ¡El axioma euclídeo «el todo es mayor que la parte» pierde su validez en el paradójico dominio del infinito!

Para muchos, argumentos como éste revelaban los límites de la razón humana, pero otros se atrevieron a ir más allá del límite aparente. En 1872, Richard Dedekind convirtió la paradoja de Galileo en definición de lo infinito, diciendo que un conjunto es infinito si tiene un subconjunto con «tantos elementos» (correspondencia biunívoca) como el conjunto mismo. Otro alemán, Georg Cantor, convirtió en la obra de su vida la exploración sistemática de las propiedades del infinito. Cantor había nacido en San Petersburgo en 1845, aunque su familia no tardó mucho en volver a Alemania, hacia 1900 había realizado ya todas sus grandes contribuciones, si bien la muerte le llegó en el último año de la Primera Guerra Mundial (hoy, Cantor llega incluso a aparecer en obras literarias como la novela de Jorge Volpi, *En busca de Klingsor*. Lástima que en sus páginas se cuelen errores y se perpetúen leyendas acerca del gran matemático, que los historiadores han demostrado incorrectas).

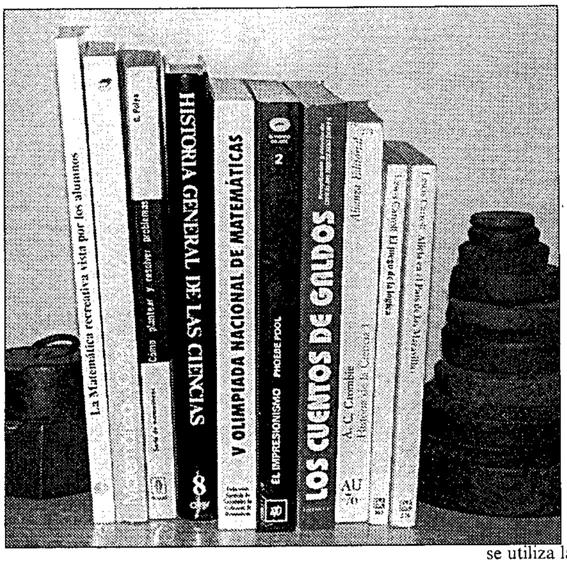
En 1874, teniendo 29 años, Cantor realizó una contribución inmortal. Si consideramos los números naturales y los números reales como totalidades dadas y completas, resulta que hay muchos más (infinitamente más) números reales que naturales. (Cantor lo demostró empleando las propiedades topológicas de la recta real, y también, más tarde, por medio de un original método denominado *diagonalización*). Contra todo lo que habrían esperado Aristóteles, Galileo, o incluso Leibniz, resultaba que hay que distinguir diversos «tamaños», *potencias o cardinalidades* entre los conjuntos infinitos. En 1891, Cantor llegó incluso a demostrar que siempre pueden alcanzarse potencias infinitas más grandes: ¡hay *infinitos* infinitos distintos!

Desde su primer gran descubrimiento, Cantor exploró múltiples aspectos de los conjuntos infinitos, y sus contribuciones probaron ser útiles en el campo del análisis y del álgebra. Su revolucionaria obra alteró de modo importante la faz de las matemáticas, arrebatando a los filósofos un terreno que se había considerado exclusivo de ellos. Cantor enfrentó también las implicaciones filosóficas de su trabajo y, como espíritu romántico que era, fue aún más allá. Los *números transfinitos* (que introdujo para analizar las potencias infinitas) le parecían una inmensa escalera que conducia a las puertas mismas de la divinidad, y creyó incluso que sus novedosas ideas harían posible una comprensión renovada de la Naturaleza en su armonía y su carácter orgánico.●

*** Profesor del Departamento de Filosofía y Lógica de la Universidad de Sevilla y colaborador de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia**

Mis amigos los ordinales

Margarita Marín



ESTANDO una soleada mañana de primavera sentada en un banco de un parque, contemplando cuánta geometría sabía la naturaleza, vino a compartir asiento conmigo un extraño personaje que al poco tiempo se puso a lanzar quejidos y gemidos. Intrigada, me acerqué a preguntarle qué le pasaba y he aquí nuestro extraordinario diálogo:

— Buenos días caballero, está vd. muy apenado, ¿puedo ayudarle en algo?

— ¡Ay señora!, simplemente escuchándome ya me ayudaría mucho, pero, ¿sabe vd. algo de matemáticas?

— Bueno, un poco sí, soy profesora de instituto.

— ¡Ah, entonces por supuesto que comprenderá mi relato! Pertenezco a una familia llamada a la extinción en España, en donde cada vez nos ignoran más o, lo que es peor, nos confunden con otros elementos como me ha sucedido. Yo soy un ordinal, en concreto decimoquinto, pero acabo de leer en un libro, y además de matemáticas, que soy nombrado como «el quinceavo capítulo», ¿se da cuenta?, ¡¡confundirme con una fracción!!, yo, como cualquier miembro de la familia ordinal, indico un orden, una sucesión, mientras que «el otro» indica un reparto, una división, ¿por qué nos confunden entonces?

— Tiene toda la razón, en la actualidad, y sobre todo por los medios de comunicación, se tiende generalmente a utilizar sólo los diez primeros ordinales y a partir del undécimo emplear el cardinal correspondiente, así se puede escuchar: «la treinta edición de...», en vez de «la trigésima...», «llegó en la posición veintiocho» en vez de «vigésima octava posición», o equivocarse completamente utilizando el partitivo «avo» como en el «onceavo premio...», con las repercusiones sociales a las que esta equivocación conlleva. Pero, creo que no siempre ha sido así.

— Efectivamente, hubo un tiempo en que los ordinales éramos conocidos y utilizados correctamente, por ejemplo, si va a San Fernando (Cádiz) y pasea por su calle Real, puede leer en el edificio del Colegio de San Juan Bautista de La Salle, dos placas conmemorativas de la llegada a la población de la Institución, con diferencia de veinticinco años, en la primera aparece escrito «quincuagésimo aniversario» y en la segunda «el 75 aniversario», en ellas se observa claramente nuestra caída en desuso.

— Y como este caso habrá muchos más escritos. Ahora bien, y le ruego que no se ofenda, debe reconocer que los adjetivos ordinales son más difíciles en nuestra lengua que en otras, como la inglesa o francesa cuyas reglas de formación son facilísimas.

— Posiblemente tenga razón, pero esto no justifica que los profesores de matemáticas y lengua no enseñen en las escuelas la correcta utilización de los mismos, por lo que se entra en un círculo vicioso: los escolares con anumerismo ordinal se convierten en adultos que no los utilizan, por tanto, desde sus respectivos trabajos y relaciones sociales, provocan con su ejemplo que tampoco los usen los niños y adolescentes en formación que les rodean.

— Oiga, oiga, yo sí los enseño, los utilizo en clase y procuro concienciar a mi alumnado de su importancia y significado, pero, no sé si fuera de clase los seguirán usando, pues para ellos es una cursilería ser el decimonoveno de la lista.

— ¡¡Qué pena me producen sus palabras!!, la utilización correcta de un concepto y su expresión oral y escrita comparables a una cursilería.

— También hay otro agravante para su mala utilización, piense vd. que los ordinales cuarto, quinto, sexto, séptimo, octavo, noveno y décimo comparten su nombre con las fracciones que tienen por denominador 4, 5, 6, 7, 8, 9 ó 10. Así decimos un sexto (1/6) o tres décimos (3/10) y cómo a partir del número 11 en el denominador ya se utiliza la terminación «avo» (1/11 un onceavo, 3/14 tres catorceavos), pues «por extensión» se utiliza la misma regla para nombrar a los ordinales, siendo vd. tan perjudicado, decimoquinto.

— Prométame que a partir de esta conversación va a explicar a todos sus alumnos y alumnas nuestra situación y les va a pedir colaboración, porque ¡¡no nos queremos extinguir!!, ¡¡ayúdenos!!

El grito desgarrado con el que emitió su última palabra me sobresaltó en el banco y de pronto tomé conciencia de que estaba sola, de que todo había sido producto de una somnolencia pasajera producida por la soleada mañana, pero, sueños aparte, realmente los ordinales están en desuso y tanto nosotros, como nuestros colegas de lengua y cualquier persona con un poco de cultura deberíamos de empezar a utilizarlos y denunciar a los medios de comunicación que no los empleen correctamente, aunque sea simplemente delante de nuestros alumnos. ¡¡El lunes comenzaré la clase preguntando cómo ha quedado el decimotercer partido con los rivales visitantes!!●

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

***1)** Este problema se publicó por primera vez en 1920 y desde entonces, todas las generaciones lo han intentado resolver y alguna lo ha conseguido. Esperamos que Vd. también lo logre. Dice así:*

Un mercader de ganados acude a la feria de un pueblo y con 500 ptas. compra 100 cabezas de ganado entre pollos a una peseta el ejemplar, conejos, a 10 ptas. y cabras a 50 ptas. ¿Cuántos compró de cada especie?

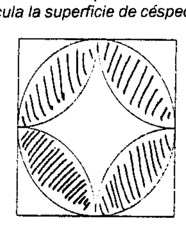
••

***2)** Un cubo de un metro de lado es, obviamente, un metro cúbico (m^3). Ahora piense en los milímetros cúbicos que hay en ese m^3. Debe hacer dos cosas: a) calcular cuántos son y b) si los coloca uno encima de otro, la columna que se forma ¿tiene un tamaño superior al de la Torre Eiffel?*

••

3) X Olimpiada Matemática. Aragón, 1999

La plaza de un pueblo tiene un parterre con la forma de la figura, estando la parte sombreada sembrada de césped. Calcula la superficie de césped.



Soluciones a la semana anterior:

1) El cinco mil cincuenta, ¡con palotes!

2) No sea impulsivo. No tarda 75 segundos. Tarda 15x4=60 segundos.

3) Elaboramos la siguiente tabla que permite ver los palotes necesarios para construir cada una de las cifras del 0 al 9:

Cifra	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Nº Palotes	6	2	5	5	4	5	6	4	7	6

Así podemos deducir:

1. No existe otro número de dos cifras en el que se utilicen 14 palotes, pues esta suma sólo se puede conseguir usando los números de la segunda fila de la tabla, como 7 + 7, lo que corresponde al 88.

2. Como con la cifra 8 gastamos 7 palotes, las otras dos cifras sólo pueden ser aquellas que reúnan entre ambas 7 palotes. Esto es posible con:

1 y 2	1 y 3	1 y 5
128	138	158
182	183	185
218	318	518
281	381	581
812	813	815
821	831	851

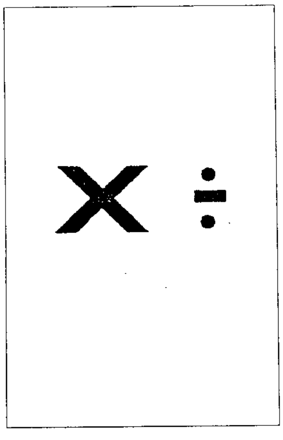
El mayor de todos es 851.

3. El número mayor que puede escribirse con los 14 palotes es 1.111.111, ya que con cualquier otra cifra que no sea el 1 gastaremos más de dos palotes y por tanto será necesario reducir el número total de cifras del número.

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca

Ni más ni menos



¿Es así como lo querías?

Leonhard Euler (1707-1783): las matemáticas del siglo XVIII

Antonio Marcé

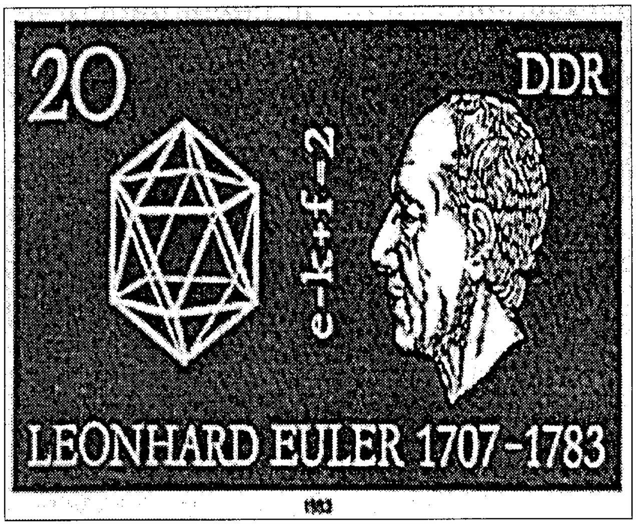
LA figura matemática de Leonhard Euler llena prácticamente todo el siglo XVIII, no sólo por haber vivido sus 76 años en ese siglo, sino porque su influyente y amplísima obra brota incesante y de forma regular hasta su muerte.

Euler es el autor más prolífico de la historia de las matemáticas. Se ha estimado que un tercio de todo lo que se escribió de matemáticas entre 1725 y 1800 fue obra de él. Sus trabajos están recogidos en 70 gruesos volúmenes y tocan todas las especialidades. Hizo contribuciones de enorme importancia en las diferentes ramas de la física, tales como las órbitas planetarias, artillería y balística, navegación, movimiento de la luna, mecánica, elasticidad, acústica, hidráulica... Desde luego, también en las matemáticas: geometría analítica, trigonometría, cálculo diferencial y cálculo integral, teoría de números...

Euler poseía una gran preocupación por la enseñanza de las matemáticas. Su obra más divulgada fue «Introductio in Analysim Infinitorum» en la que explicaba el cálculo infinitesimal que Newton y Leibniz habían creado en los últimos decenios del siglo XVII.

Leonhard Euler nació en Basilea (Suiza) el 15 de abril de 1707. Tuvo una amplia descendencia, trece hijos, de los que superaron la infancia tan sólo cinco. Era persona de muy buen carácter, pese a los graves problemas que tuvo con la visión: cuando contaba unos treinta años perdió un ojo y sobre los sesenta quedó completamente ciego. Murió en San Petersburgo, en Rusia, el 18 de septiembre de 1783.

Se inició en el estudio de las matemáticas con uno de los miembros de la familia Bernoulli, Johann, y muy pronto se pudo



apreciar las extraordinarias cualidades del joven Leonhard para esta ciencia. A los veinte años se traslada a San Petersburgo al ser nombrado miembro de su Academia y poco después logra ser catedrático de matemáticas. En 1741 va a Berlín, donde permanece hasta 1766, año en el que vuelve de nuevo a Rusia.

Escribiendo números como sumas

Uno de los descubrimientos de Euler tiene que ver con el número de formas de escribir un número como suma de varios. Pensemos en el número 6. Este número puede escribirse de cuatro formas como suma de números naturales diferentes:

$$6= 5+1 = 4+2 = 3+2+1$$

Escribiremos S (6) = 4 para expresar que el 6 puede escribirse de 4 formas como suma de números diferentes. Si ahora nos preguntamos de cuántas maneras puede escribirse 6 como suma de números impares, pudiendo repetirse ahora los sumandos, vemos que hay también 4 formas:

$$5+1= 3+3= 3+1+1+1= 1+1+1+1+1+1$$

Para indicar esto escribimos I (6) = 4 y se obtiene que S (6) = I (6). Pues bien, esto que ocurre con el número 6 pasa con cualquier otro número natural n que se quiera elegir:

$$S(n)= I(n).$$

Es decir, el número S(n) de formas en que el número n puede escribirse como suma de números diferentes es igual al número I(n) de formas en que ese número puede escribirse como suma de impares, diferentes o no. En la demostración dada por Euler se exhibe su destreza en el uso de las sumas y productos infinitos.

Una curiosa suma y el número π

Euler poseía una extraordinaria habilidad para usar sumas y productos infinitos de una forma que hoy nos parece poco rigurosa, pero con la que él casi siempre obtenía un resultado cierto. De los muchos descubrimientos de Euler sobre sumas infinitas vamos a ver uno especialmente espectacular. Pensemos en la suma de los inversos de los cuadrados de los números naturales

$$S = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \cdots + \frac{1}{k^2} + \cdots$$

Se sabía desde mucho tiempo atrás que la suma S debería ser menor que 2. Euler, que poseía una extraordinaria capacidad para los cálculos determinó las primeras cifras de S y pudo escribir

$$S=1'6449...$$

Este número no resultaba familiar en absoluto. Por eso resultó muy sorprendente la presencia del número π en la expresión de S que descubrió Euler:

$$S = \frac{\pi^2}{6}$$

Las notaciones de Euler

Muchos de los símbolos que hoy usamos en matemáticas fueron introducidos por Euler. Por ejemplo, la habitual notación para funciones f(x) fue usada en primer lugar por él. También e como base de los logaritmos naturales, la letra i para la unidad imaginaria, π para el cociente de la longitud de la circunferencia y su diámetro, así como el símbolo Σ para escribir de forma abreviada una suma.■

El 153 de la pesca milagrosa

En la Biblia se utiliza un conjunto bastante amplio de números y, como es sabido, éstos han producido cierta fascinación desde tiempos muy remotos. Hay quien piensa que si Dios escogió alguna cifra determinada en sus decisiones fue por algo, nunca gratuitamente.

Pero una de las cifras a las que resultaba difícil encontrarle explicación es la que figura en el evangelio de San Juan, capítulo XXI, versículo 11, en el que se dice, textualmente:

«Subió al barco Simón Pedro y sacó a tierra la red, llena de ciento cincuenta y tres peces grandes. Y en medio de ser tantos no se rompió la red».

Es la famosa pesca milagrosa en el lago Tiberiades. Pero ¿por qué 153?

Los numerólogos han estado muy confundidos con la elección de este número. «Menos mal» que recientemente se ha llegado a la conclusión de que por aquella época sólo se conocían 17 especies de pescados y resulta que 1 + 2 + 3 +... + 16 + 17 = 153.

¿Fue esa la razón por la que Cristo eligió el número 153?

Los «camellos» de los números

Los mal llamados números «árabes», que son los que usamos hoy, fueron traídos por ellos desde la India e introducidos después en Europa. Sin embargo, a pesar de las evidentes ventajas del nuevo sistema de escribir cifras, su difusión no fue tan rápida como cabría suponer.

Una ventaja inmediata que trajo consigo fue la de acabar con la confusión entre letras y números. Los números romanos se escriben usando las letras I, V, X, L, C, D y M.

Como las cifras árabes son distintas de cualquier letra (excepto el cero), se superó esa dificultad, que ya venía de los griegos y, por otra parte, convirtió la numerología en una estupidez en la que sólo creían y creen aún los pobres de espíritu, porque el que «vive de ella» sabe de sobra que es un «camello».●

CONCURSO 2000

Participar es fácil. Basta con:

1.– Elaborar la respuesta de lo que se pide añadiendo en ese papel tus datos personales.
2.- Recortar la cabecera del periódico con la fecha de hoy.
3.- Introducirlo en un sobre y enviarlo a: ***Concurso 2000 - Apartado 329 CP 38205 - La Laguna - Tenerife***
Entre los que respondan se sortearán el día 12 de diciembre, los siguientes premios:
- Un viaje para dos personas a cualquiera de los destinos de Air Europa a la Península (Halcón Viajes, S.A.).
- Dos viajes de ida y vuelta para dos personas:
Los Cristianos-Gomera con vehículo (TRASARMAS).
Tenerife-Santa Cruz de La Palma (Naviera Armas).
Tenerife-Las Palmas (Naviera Armas).
Un lote de libros (Librería Lemus).

4.– Para participar no es necesario responder a todas las sesiones. Cada respuesta recibida entrará en el sorteo.

PROPUESTA PARA ESTA SEMANA

Observe las fachadas de los edificios de la calle, barrio, pueblo, etc. donde Vd. vive habitualmente. Debe buscar en ellas un polígono que no tenga cuatro lados; una vez localizado lo dibuja en un papel sin preocuparse mucho de la calidad del dibujo, pues ya sabemos que no todo el mundo maneja ese arte. Una vez dibujado, añada en el mismo papel una nota identificativa del edificio (calle en la que se encuentra, número, pueblo o ciudad, etc.), recorte la cabecera del periódico con la fecha y sin olvidarse de adjuntar sus datos, lo introduce todo en un sobre y nos lo envía. Que tenga suerte en el sorteo.

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 23 SEPTIEMBRE 2000 NUMERO 38

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

Mito, rito, dialéctica y algoritmo

*Carlos Mederos Martín**

EN los orígenes de nuestra cultura, las interpretaciones del mundo se hacían por medio del mito, cuya función consiste en instituir un acto inaugural que da razón a la existencia de la colectividad. Estas interpretaciones míticas, fuertemente jerarquizadas, tenían asociado un rito que se repite periódicamente, de manera que todo acontecimiento que tenga lugar hoy es entendido como repetición del acontecimiento inaugural. De esta manera, lo inesperado (lo incomprendido) se incluye dentro de un ciclo eterno en el que todo es repetición.

Posteriormente, estas interpretaciones míticas de la realidad son sustituidas por otras, con un orden débilmente jerarquizado basadas en la idea de proporción, equilibrio y acuerdo; lo que algunos llaman el paso del mito al logos. En este contexto es donde surge la dialéctica como respuesta a la necesidad de convencer.

Pero, aunque muchos no lo crean, el manto del logos no cubre todos los aspectos de la existencia de la colectividad. Quedan resquicios ocupados por lo incomprendido, para cuya explicación se vuelve a recurrir a la repetición de una serie de pasos, independientemente de que hayan sido asumidos por el logos o no; o sea, se recurre a un algoritmo, cuya repetición hasta la saciedad hará que sustituyamos el conocimiento racional por «la costumbre» (la tradición), produciéndonos, de paso, un cierto equilibrio psicológico ante lo desconocido, y, sobre todo, una sensación de seguridad basada en nuestra capacidad para «entender» el mundo que nos rodea. Esto último es lo que algunos llaman «fe». No podemos negar que una de las características fundamentales de nuestra cultura es la fe en la ciencia. Fe que surge a partir de la reiterada aplicación de los algoritmos que, para cada caso, determine la autoridad (¡científica, claro!); de la misma manera que cada mito tiene asociado el rito establecido por la correspondiente autoridad espiritual.

Es decir, el algoritmo es a la dialéctica lo que el rito es al mito. ¿Será éste el motivo por el que algún conocido profesor afirma que la matemática (la ciencia en general) es la nueva religión y los profesores que la enseñan sus sacerdotes?.

De esta manera, es decir, aplicando un algoritmo, el matemático Aquiles se convence (cree, tiene fe...) de que podrá alcanzar a la tortuga, o, lo que es lo mismo, se convence de que podrá explicar todo lo que le rodea; pero, ¿realmente la alcanzará..?●

***Profesor de Matemáticas del I.E.S. Viera y Clavijo y colaborador de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia**

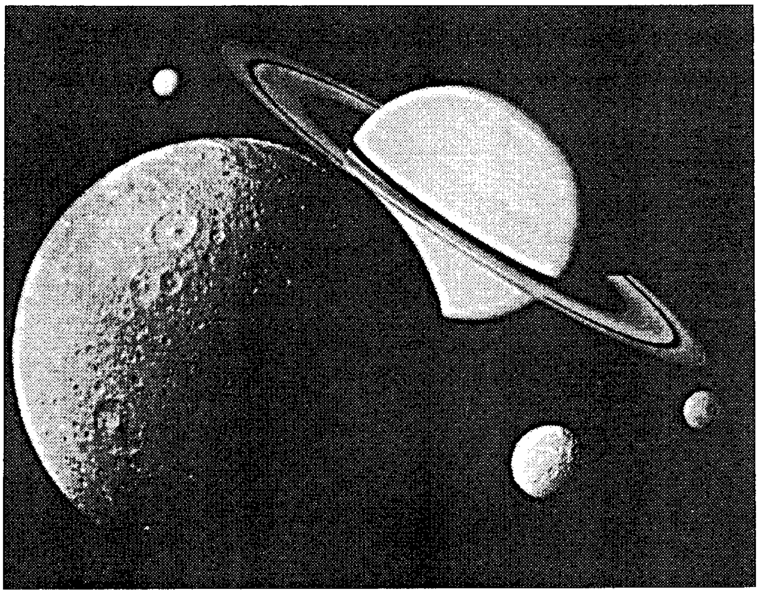
¡«NEPTUNO» A LA VISTA!

Luis Balbuena

EL día 23 de septiembre de 1846 se produjo una de las proezas más impresionantes de la historia de la astronomía.

Pero empecemos su narración un poco antes para comprender mejor por qué hablamos de proeza.

Allá por 1781, el inglés William Herschell (1738-1822), gracias a su telescopio, vio un objeto que brillaba en el cielo y que se movía sobre un fondo de estrellas estáticas. Se puso contento pensando en que había descubierto un cometa que, según el uso, llevaría su nombre. Además parecía ser un cometa importante. Pero con esa paciencia típica de los astrónomos siguió observando «su» cometa y pronto comprobó que aquello no podía ser un cometa. No tenía las características de un cometa. El disco era demasiado nítido, así que empezó a pensar sobre el asunto y llegó a la conclusión de que lo que realmente había descubierto era ¡nada menos que un planeta! La noticia fue acogida con entusiasmo, pues, hasta aquel momento, sólo se conocían los seis planetas de «toda la vida»: Mercurio, Venus, la Tierra, Marte, Júpiter y Saturno. Había que ponerle un nombre que no podría ser el suyo; ya que, teniendo los otros nombres mitológicos, parecía que lo razonable era ponerle un nombre de algún dios griego. Se le puso Urano. Y ahora empezamos la otra historia.



Conocida su existencia, rápidamente se inició el estudio del planeta recién descubierto. Una de las primeras cosas que se hizo fue tratar de marcar su trayectoria, que es un estudio típico de la llamada «astronomía de posición». Pero los datos que se iban acumulando denunciaban que allí pasaba algo raro. Las tablas que se habían hecho señalando su futura e inexorable trayectoria hubo que tirarlas a la basura. Urano era un rebelde que no respetaba la ya consolidada e indiscutida ley de la gravitación universal de Newton.

Así las cosas, entra en la historia un francés llamado Urbain Le Verrier (1811-1877), quien hizo una hipótesis arriesgada, pero que le parece coherente con lo que estaba observándose con Urano: ¿Y si existiese otro planeta que estuviese perturbando la trayectoria de Urano, aunque aún no se haya sido capaz de localizarlo? Naturalmente, tal hipótesis había que transformarla en tesis y para ello era necesario hacer cálculos y más cálculos. Poco a poco, Le Verrier va «dando forma» a su hipotético planeta perturbador. Sus operaciones le indican qué tamaño debe tener, qué trayectoria seguirá para que produzca en Urano el efecto que produce y, sobre todo, indican sobre el papel cuál debe ser su posición exacta.

Como carece de medios técnicos suficientes, escribe a un amigo suyo que trabaja en el Observatorio de Berlín. Se llama Johann Gottfried Galle (1812-1910) y le pide en su carta que enfoque su telescopio en la dirección que le indican sus sesudos estudios.

La noche del 23 de septiembre de 1846, Galle, sin demasiado entusiasmo al principio, enfoca su telescopio como le pide su amigo y al poco tiempo de observación se frota bien los ojos, mira de nuevo con más entusiasmo y menos incredulidad ante lo que está viendo; pide las cartas correspondientes a aquel día y a aquella zona para saber exactamente qué debería estar en el cielo, y comprueba, ya casi fuera de sí, que allí está lo que Le Verrier le indica, casi en su punto exacto.

¡Ya puede concebirse el impacto que produjo el acontecimiento! Máxime cuando se trataba del triunfo de la ciencia, del estudio y análisis de datos a los que se aplicaron aspectos y cuestiones aparentemente «teóricas».

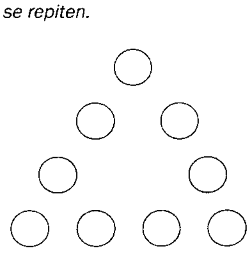
Pero esta historia tiene otro capítulo que ya le contaremos otro día.●

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

1.- *Sobre trasiego de líquidos hay una abundante batería de situaciones, que, como verá, se resuelven mediante tanteos. Claro, que la solución idónea es aquella en la que el número de tanteos es el menor posible. A ver cuántos trasiegos necesita hacer para resolver la siguiente situación: se tiene una lechera de 4 litros llena de leche, vd. desea dividirla en dos partes exactamente iguales, pero para hacerlo dispone de una jarra de 2,5 l. Y otra de 1,5 l., ambas vacías. Póngase a trasegar leche hasta conseguir separar dos litros de leche.*

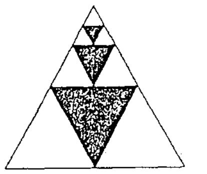
••

2.- *En el triángulo, que tiene nueve posiciones, debe colocar las cifras del 1 al 9, de forma tal que los números de cada lado sumen 20. Se supone que no se repiten.*



3.- X Olimpiada Matemática. Aragón, 1999.

Sabiendo que el área del triángulo grande es de 4 m², encontrar la suma de las áreas de los triángulos equiláteros pintados de negro.



Soluciones a la semana anterior

1.- Sólo es posible una solución: 60 pollos, 39 conejos y una cabra.

2.- Son 1.000.000.000 mm³ y la columna tendrá una altura de 1.000 kms. de alto, ¡mucho más que la Torre Eiffel!

3.- La superficie con césped es de 57 m².

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca

Un seísmo

610000

¿Qué desgracia ocurrió?

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 23 SEPTIEMBRE 2000 NUMERO 38

Un juego andino para pensar: el zorro y las ovejas

*Martha Villavicencio Ubillús**

EN la parte inferior de la ilustración 387 del Tomo II de la obra «El Primer Nueva Corónica y Buen Gobierno», escrita en el siglo XVII por el cronista Guaman Poma de Ayala, se presenta un tablero similar al que se utiliza en el juego «El zorro y las ovejas», cuya copia se muestra a la derecha de este texto.

Nosotros nos enteramos por primera vez sobre la práctica de este juego a través de un estudio que hicimos en 1981 acerca del conocimiento de las relaciones numéricas y geométricas de los habitantes quechuas y aimaras del altiplano puneño, ubicado al sur de los Andes del Perú, en la frontera con Bolivia. Rufino Chuquimamani, uno de los profesores quechuas que participaron en el estudio, entre otros datos nos alcanzó un texto manuscrito en el cual nos contaba que había observado que los pobladores de las comunidades rurales de Sillota, Mañazo y Chaupi Sahuacasi practicaban el juego de estrategias «El zorro y las ovejas».

Desde entonces hasta la fecha, este juego ha sido difundido inicialmente en uno de los libros para los niños de Educación Bilingüe Intercultural en el marco del Proyecto Experimental de Educación Bilingüe de Puno (1978-1988), y posteriormente en otras publicaciones del Ministerio de Educación de Perú y del Ministerio de Desarrollo Humano de Bolivia, puesto que como buen juego de estrategias se puede utilizar en la escuela para ayudar a los alumnos y alumnas a aprender a pensar.

He considerado importante describir el juego «El zorro y las ovejas» en este Suplemento. Asimismo, en esta oportunidad invito a los lectores a resolver dos problemas que plantearé, y a formular otros.

Tablero y piezas del juego

El tablero del juego «El zorro y las ovejas» consta de:

—Un cuadrado, que representa el campo en el cual pastan las ovejas; y

—Un triángulo, que representa la guarida del zorro.

En el interior de estas figuras están trazados los «caminos», que son horizontales, verticales y diagonales.

Las piezas son trece y de dos tipos:

—Una que representa el zorro, que es de mayor tamaño que las otras piezas.

—Las doce restantes tienen características físicas similares y representan a las ovejas.

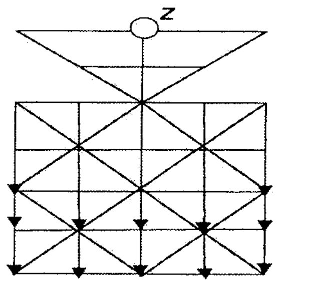
Objetivo

A través de una estrategia que implica una serie de desplazamientos, las ovejas deben «cercar al zorro dejándolo sin posibilidad de movimiento» o el zorro debe «comerse todas las ovejas».

Reglas del juego

Inicio: la pieza que representa al zorro se ubica en el punto medio del lado desigual del triángulo que representa la guarida del zorro.

Las piezas que representan a las ovejas se colocan en los vértices de la primera fila de cuadrados de su campo y de los dos triángulos que están en los extremos de la segunda fila del mismo campo (ver ilustración).



Movimientos

—Las ovejas y el zorro pueden moverse de una intersección a otra contigua (vecina, adyacente) por turnos.

—El zorro puede comer a una oveja saltando sobre ella hasta una intersección que esté libre contigua a la oveja; pero no puede comer a dos ovejas en un sólo movimiento, aún cuando otra intersección contigua estuviese libre. Las ovejas no pueden comer al zorro, y éstas sólo pueden avanzar sin retroceder.

Si bien se pueden plantear muchos problemas, les invito a resolver estos dos: ¿Cuál es el menor número de movimientos para cercar al zorro?, y ¿cuál es el menor número de movimientos que permiten al zorro comerse todas las ovejas?●

***Presidenta de la Sociedad Peruana de Educación Matemática**
Lima, Perú

CONCURSO 2000

Participar es fácil. Basta con:

1.– Elaborar la respuesta de lo que se pide añadiendo en ese papel tus datos personales.
2.– Recortar la cabecera del periódico con la fecha de hoy.
3.– Introducirlo en un sobre y enviarlo a: ***Concurso 2000 - Apartado 329 CP 38205 - La Laguna - Tenerife***
Entre los que respondan se sortearán el día 12 de diciembre, los siguientes premios:

- Un viaje para dos personas a cualquiera de los destinos de Air Europa a la Península (Halcón Viajes, S.A.).
- Dos viajes de ida y vuelta para dos personas:
  - Los Cristianos-Gomera con vehículo.
  - Tenerife-Santa Cruz de La Palma.
  - Tenerife-Las Palmas.
- Un lote de libros.

4.– Para participar no es necesario responder a todas las sesiones. Cada respuesta recibida entrará en el sorteo.

PROPUESTA PARA ESTA SEMANA

Una compañía naviera decide conectar todas las islas de Canarias, incluida La Graciosa, mediante unas líneas de barco, de tal forma que disponga de un barco para cada trayecto de ida y vuelta, es decir, un barco para la línea Tenerife-La Graciosa-Tenerife. Otro para San Sebastián-Arrecife-San Sebastián, etc. Debe averiguar cuántos barcos necesitaría esta compañía para conseguirlo. Una vez que los tenga, calcule cuántos serán necesarios si eliminamos La Graciosa, pero dejándola conectada sólo con Arrecife. Envíenos su solución, si está explicada, mejor. ¡Suerte!

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 30 SEPTIEMBRE 2000 NUMERO 39

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

Cuadrados vegetales, democracias aritméticas (I)

*Emmanuel Lizcano**

¿QUIEN No ha hallado alguna vez la raíz de un cuadrado (o raíz cuadrada)? Aunque, bien pensado, ¿la «raíz» de un cuadrado? ¿Pero no son los cuadrados seres abstractos que habitan el lugar ideal de las formas puras y eternas, tan alejado de ese otro lugar en el que se crían vulgares lechugas y melones, éstos sí con raíces? La respuesta está en la lengua: «la raíz del cuadrado». Sí, el cuadrado tiene raíz, su raíz es su lado. Como las lechugas y los melones, de ella extrae el cuadrado su alimento y su potencia. Efectivamente, el lado es la sustancia del cuadrado (su substantia lo llamaban los matemáticos latinos), el lado engendra el cuadrado al desplegar toda su potencia (su dynamis, decían los matemáticos griegos). El cuadrado es la potencia (potencia cuadrada) del lado, lo que el lado puede engendrar. El matemático portugués Pedro Nunes hablaba de «lado criando cuadrado». La matemática es a veces enternecedora: un ladro criando y sustentando maternalmente al cuadrado que engendró, transmitiéndole su vigor y potencia. El lado es la madre del cuadrado.

Para los antiguos todo estaba vivo, incluso los cuadrados. También para nosotros. En el fondo, nunca hemos sido modernos. Vemos el mundo como ellos al usar sus mismas metáforas sin darnos cuenta, precisamente por no darnos cuenta. Habitamos su mundo cuando sus metáforas nos habitan. No sólo hablamos de —y calculamos— las raíces del cudrado sino que pensamos según la lógica que esa metáfora nos impone. Así, nos parece «natural» afirmar que la raíz de un número negativo no puede ser «real». ¿Cómo va a ser real una madre (lado o sustancia) que engendra y cría algo que no es nada, que es incluso «menos que nada»? A esa escena irreal, Descartes la llama número imaginario, «porque sólo puede existir en la imaginación». Para Leibniz se trata de un «centauro ontológico, a medio camino entre el ser y el no ser». Sólo una madre monstruosa (¿histérica?) criaría al hijo que nunca pudo tener. Sin embargo, a los matemáticos italianos del siglo anterior tales números no les extrañaban, como no extrañaban a la sensibilidad minierista ni los trucos imaginarios de los trampantojos visuales ni la sintaxis monstruosa de Rabelais.

Los conceptos y las operaciones matemáticas, al ser metáforas (aunque hayamos olvidado que lo son), están sujetos a los mismos avatares de la sensibilidad que la pintura o la literatura: van cambiando su significado según las épocas, se rechazan o se crean según criterios estéticos y culturales. Cuando la llamada posmodernidad ha venido acabando con la ilusión de fundamentación y de verdad con que la modernidad había protegido sus discursos fuertes, sólo el discurso de las matemáticas parecía resistirse. El desplome de la fortaleza matemática le ha privado de su aura de verdad necesaria... pero ha mostrado ese vigor poético que siempre tuvo y que nunca debió perder.●

*** Profesor de Sociología de la U.N.E.D. y colaborador de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia**

Henri Poincaré

José Sabina de Lis

Henri Poincaré es uno de los impulsores más importantes de la matemática del siglo XX. Nació en Nancy (Francia) en 1854 y murió en París en 1912. Fue primo hermano de Raymond Poincaré, presidente de la República Francesa de 1913 a 1920. Se graduó en l'Ecole Polytechnique (1875) y en l'Ecole des Mines (1879), estudios que simultaneó con la licenciatura (1876) y doctorado (1879) en matemáticas por la Sorbona. Como los grandes matemáticos del XVIII y principios del XIX, Newton, Euler, Lagrange y Gauss, Poincaré abarcó en su obra la práctica totalidad del espectro de las matemáticas, incluyendo además importantes áreas de la física como la mecánica celeste, mecánica de fluidos, óptica, electricidad y electromagnetismo (junto con Lorentz se le considera uno de los precursores de la teoría de la relatividad). Escribió del orden de quinientos artículos de investigación y numerosos textos sobre física matemática —disciplina de la que fue catedrático en la Sorbona— destacando «Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste» que reeditó la NASA en la década de los sesenta. Junto con D. Hilbert (1862-1943) fue el lider de la matemática de finales del XIX y principios del XX. En la matemática hay un «antes» y un «después» de H. Poincaré.

Un rasgo característico de su obra es la habilidad para descubrir en los problemas relaciones insospechadas entre ramas desconexas de la matemática. Profundizaba en éstos hasta revelar las facetas universales; las que permiten reproducir la misma estrategia para atacar otras cuestiones aparentemente diferentes. Por ejemplo, la noción de función es el modelo matemático para «ley» que explica cómo un cierto tipo de efectos se sigue de una cierta clase de causas. Sin ir más lejos, la misión de la ciencia es encontrar las «funciones» que describen los fenómenos de la naturaleza. Poincaré fue el mejor especialista en teoría de funciones de su tiempo. Seguidor de las ideas seminales del B. Riemann (1826-66), utilizó la teoría de funciones para resolver problemas en campos tan distantes como la geometría algebraica o la teoría de números.

Defendió el valor de la intuición frente al del formalismo lógico. Poseía asimismo un extraordinario talento en la exposición —íntima y directa— de las ideas matemáticas. A principios de siglo se convirtió en el primer divulgador de los avances científicos. Sus libros: «La ciencia y la hipótesis», «El valor de la ciencia» y «Ciencia y método», auténticos best-seller de su época, son tres clásicos en filosofía de la ciencia de gran valor literario.

La sistematización de los métodos del «análisis situs» (la actual topología) fue una de sus contribuciones más importantes. Sus métodos permitieron tratar el «mapa de carreteras» de los espacios de n dimensiones (B. Riemann fue el precursor en este campo) lo que más tarde resultó ser crucial para acceder a la noción de espacio-tiempo en la teoría de la relatividad. Poincaré se ocupó asimismo del estudio «no euclídeas» que fueron también determinantes para la cimentación del edificio matemático en el siglo XX.

Ilustración de José Sabina Illana

La piedra angular de la obra de Poincaré son sus trabajos en dinámica y ecuaciones diferenciales, la herramienta fundamental de la física y matemática aplicada para describir el comportamiento de sistemas físicos, biológicos, económicos y sociales (por ejemplo, el vuelo de una astronave, el transporte de masa y energía desde un foco emisor, los ciclos biológicos de comunidades de animales y plantas, etc.).

El problema fundamental que atacó es el que se conoce en mecánica como el «problema de los n cuerpos»: n masas (planetas) que interactúan gravitatoriamente entre sí, describiendo una gran variedad de movimientos (órbitas). Se trata de establecer cuándo hay órbitas cerradas, determinando su «estabilidad». Esto significa medir cómo podría ser una «perturbación» exterior capaz de «destruir» el equilibrio de las órbitas cerradas causando que los cuerpos colisionasen entre sí, por atracción gravitatoria, tras la ruptura de sus órbitas cíclicas. En otras palabras saber si, por ejemplo, el paso de un cometa cerca del sol puede llegar a desestabilizar el sistema solar.

Poincaré recopiló sus ideas revolucionarias sobre el problema en una memoria que consiguió el primer premio de un certamen internacional de matemáticas. Este había sido convocado en 1889 por el Rey Oscar II de Suecia, quien a la a sazón había cursado estudios de matemática. Curiosamente, el trabajo vino a poner de manifiesto que, incluso en el caso sencillo de tres cuerpos (por ejemplo, un planeta y dos satélites), cuando se perturba la órbita cerrada de un cuerpo la gama de movimientos posibles por los que puede optar éste es, en algunas condiciones, sumamente compleja e intrincada. El problema de la estabilidad de dichas órbitas resulta entonces virtualmente imposible de decidir. Cien años de experiencia en el tema y simulaciones por ordenador del movimiento de los cuerpos no han hecho sino confirmar sus conclusiones.

Estos aspectos de la obra de Poincaré se han revalorizado a partir de la década de los sesenta dando lugar a un nuevo paradigma en la física y matemática conocido como teoría del caos, que es uno de las áreas de actividad del recientemente fundado «Análisis no Lineal».●

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

1) *Jaimito salió de la casa con un determinado número de cromos. Cuando regresó a su casa no tenía ninguno.*
Su madre le preguntó:
—¿Qué hiciste con los cromos que llevabas?
—Pues los repartí. A cada amigo que encontraba le iba dando la mitad de los cromos que tenía en ese momento más uno.
—¿Con cuántos amigos te encontraste?
—Con seis.
¿Con cuántos cromos salió Jaimito?

2) *A un hotel llegan 11 clientes pidiendo habitación individual. El conserje comprueba que sólo hay 10 libres.*
—Es imposible, les dijo.
Pero uno de los clientes, con el fin de ayudarlo se acercó a él y le dijo:
—Vamos a resolverlo: en la primera habitación alojamos al primero que llegó y le pide permiso para que deje entrar allí al último que llegó. Como ya hay dos colocados ponemos al 3º en la habitación 2; al 4º en la 3; al 5º en la 4; al 6º en la 5; al 7º en la 6; al 8º en la 7; al 9º en la 8, y al 10º en la cama 9. Como ves, te queda libre la habitación 10.
Dile ahora al cliente que dejaste en la primera habitación que se pase a ésta y asunto resuelto. ¿Resuelto? ¿Cómo?

3) **X Olimpiada Matemática. Aragón, 1999**
Tenemos un cubo de un material que, bajo los efectos del calor, se dilata mucho. La longitud de sus aristas aumenta en un 50%. ¿En qué porcentaje aumentará su superficie lateral? ¿Y su volumen?

Soluciones a la semana anterior:
1) Se puede hacer en 7 trasiegos.
2) El triángulo admite varias soluciones.
3) El triángulo negro grande es igual a 1/4 del total: luego, su área es de 1 m². Y reiterando esa idea, la suma de las áreas será 1,325 m².

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca

Restaura cuadros

384
-23
361
UR

¿Cuál es su oficio?

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 30 SEPTIEMBRE 2000 NUMERO 39

LAS MATEMATICAS DE CADA DIA

Matemáticas y ... peatones

Claudi Alsina

Por algún motivo que desconozco la parte de los semáforos dedicada a los coches tiene tres códigos cromáticos (verde, ámbar y rojo) pero la parte dedicada a los peatones sólo tiene dos. Recientes estudios estadísticos realizados en Japón demuestran que el 19,9% de los accidentes de tráfico donde se ven involucrados coches y peatones tienen lugar cuando los peatones están cruzando una calle. Los mismos estudios demuestran que la inmensa mayoría de peatones creen poder cruzar las calles en un tiempo notablemente inferior al que realmente necesitan luego para cruzar. Esta falta de realismo peatonal y la afición de los conductores por el verde provoca los inevitables choques.

Cuando el tráfico es regulado a mano por policía municipal se da una sensibilidad hacia los peatones más lentos, pero los semáforos, por definición, son insensibles a coches y personas. Excepto en Nápoles, donde los semáforos se consideran sólo indicativos, en la mayoría de lugares los tiempos peatonales son regulados de acuerdo con la anchura objetiva de las calles, pero la velocidad peatonal «se supone» normal. Sería más razonable usar unos «peatones ancianos» para regular dichos tiempos, pero ello no acostumbra a hacerse. La mayoría de accidentes no los sufren ancianos prudentes sino peatones más jóvenes que sobrevaloran su ritmo. Los ancianos saben mucho de esta vida y no confiando en nadie, mucho menos confían en los conductores, por lo que acostumbran a medir con realismo sus posibilidades. Los peatones daltónicos también obran así.

En la educación vial escolar debería ser ineludible que los jóvenes, andando y cronometrando trayectos, medidos tuvieran constancia de sus velocidades. Observarían entonces que la supuesta velocidad peatonal de 3 metros por segundo es muy exagerada: en 1 minuto recorrerían 180 metros, y en una hora 10.800 metros o sea más de 10 kilómetros.

Dos vivencias de cruces peatonales me han impresionado. Una es una avenida de Buenos Aires que tiene catorce carriles y que sólo peatones olímpicos pueden sobrevivir. Otra es «el» semáforo de un pueblo de Málaga que siempre está en ámbar al haberse constatado que con el rojo y el verde el tráfico se colapsaba.

No es preciso que usted lleve la calculadora para cruzar calles con semáforo, pero haga sus cuentas a ojo antes de cruzar y sea pesimista sobre su rendimiento motor. Los del motor de verdad, tienen el pie en el acelerador.●

Garfield y Pitágoras

Luis Balvuena

Si se busca Garfield en una enciclopedia se encontrará con que se trata de alguien de nombre James Abram, que llegó a ser el vigésimo presidente de los Estados Unidos. Previamente había defendido ardientemente la causa del presidente Lincoln en defensa de los negros. Se alistó en el ejército nordista combatiendo en él hasta 1863. En 1876 se convirtió en líder del Partido Republicano y tras ser senador federal por el Estado de Ohio en 1880, accedió a la presidencia de la nación el año siguiente. Concretamente, tomó posesión el 4 de marzo. Como curiosidad, constatar que fue el primer presidente que invitó a su madre a tan solemne acto. Además, manejaba perfectamente sus dos manos, siendo capaz de escribir al mismo tiempo con una mano en griego y con la otra en latín (fue profesor de lenguas antiguas). Hoy hubiese ganado en uno de esos tantos concursos televisivos.

Pero su presidencia duró, desgraciadamente, muy poco, pues el 2 de julio de ese mismo año fue tiroteado por la espalda por un despechado oficial. Sucumbió a la infección que se le produjo el día 19 de septiembre de 1881.

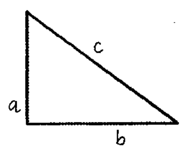
Si ahora busca Pitágoras encontrarás cosas que ya tal vez conozca. Le vamos a refrescar la memoria en sólo una de ellas: el teorema que lleva su nombre. En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos, esto es:

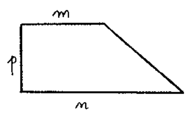
$$c^2 = a^2 + b^2$$

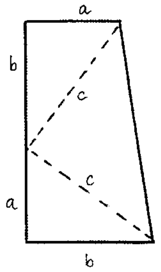
¿Y qué tienen que ver estos dos personajes tan distantes en el tiempo y en el espacio? Pues sencillamente que Garfield hizo una demostración del teorema de Pitágoras. Debemos indicar, no obstante, que existen decenas de demostraciones. La del presidente (publicada en el New England Journal of Education el 1 de abril de 1876) hace uso de la fórmula que da el área de un trapecio: producto de la suma de las bases por la altura dividido por dos, es decir:

$$A = (m + n)\,p / 2$$

Ahora, ingeniosamente, construye un trapecio con tres triángulos rectángulos, como indica la figura







Area del trapecio

$$(a + b).(a + b) / 2$$

Area de los tres triángulos

$$a.b / 2 + a.b. / 2 + c.c / 2$$

Como ambas áreas son iguales se tiene:

$$(a + b)\,(a + b) / 2 = a.b / 2 + a.b / 2 + c.c / 2,$$ es decir

$$(a + b)\,(a + b) = a.\,b + a.b + c^2$$

$$a^2 + b^2 + 2ab = 2ab + c^2$$

Simplificando 2ab se obtiene, finalmente

$$c^2 = a^2 + b^2$$

CONCURSO 2000

Participar es fácil. Basta con:

1.– Elaborar la respuesta de lo que se pide añadiendo en ese papel tus datos personales.
2.- Recortar la cabecera del periódico con la fecha de hoy.
3.- Introducirlo en un sobre y enviarlo a: ***Concurso 2000 - Apartado 329 CP 38205 - La Laguna - Tenerife***
Entre los que respondan se sortearán el día 12 de diciembre, los siguientes premios:
- Un viaje para dos personas a cualquiera de los destinos de Air Europa a la Península.
- Dos viajes de ida y vuelta para dos personas:
  - Los Cristianos-Gomera con vehículo.
  - Tenerife-Santa Cruz de La Palma.
  - Tenerife-Las Palmas.
- Un lote de libros.

4.– Para participar no es necesario responder a todas las sesiones. Cada respuesta recibida entrará en el sorteo.

PROPUESTA PARA ESTA SEMANA

Hoy le pedimos que haga una pequeña indagación en su entorno habitual. Con toda seguridad que habrá oído hablar en alguna ocasión de unidades antiguas que no pertenecen al sistema métrico decimal, que es el que estudiamos en la escuela, pero que son unidades que se siguen usando y, en algunos lugares, de forma cotidiana. Pues bien, lo que le pedimos es que trate de enterarse de una de ellas. Da igual la que usted elija. Pregunte a alguna persona mayor, a alguien que sepa que las utiliza o conoce. No le pedimos una tesis doctoral sobre la unidad que decida. Sólo que nos diga el nombre y algún dato que permita identificarla (si es de capacidad, de superficie, la equivalencia en el sistema métrico si lo consigue, etc.).

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 7 OCTUBRE 2000 NUMERO 40

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

Cuadrados vegetales, democracias aritméticas (II)

*Emmanuel Lizcano**

TODAS las matemáticas están habitadas por metáforas que nos vienen de otras épocas, de otras mentalidades. Cada una de esas mentalidades ha dejado su impronta en las matemáticas posteriores, prestándoles vigor, pero también imponiéndoles sus presupuestos culturales. Lo veíamos a propósito de la maternal «raíz del cuadrado», pero los ejemplos podrían multiplicarse.

Cuando «restamos» números naturales, extraemos números como quien extrae bolitas de un saco. A esa operación los griegos la llamaban aphaíresis, del verbo aphaíreò, que significaba «sacar» o «extraer». Pero si lo que restamos son números enteros (positivos y negativos), lo que hacemos es enfrentar dos ejércitos de bolitas/guerreros que se van destruyendo entre sí (xian xiao, decían los matemáticos chinos) hasta resultar victorioso el ejército que más bolitas/guerreros tenía (el resultado de la operación, decimos hoy, es positivo o negativo según cuál de los números/ejércitos fuera mayor). En el primer caso hemos operado como los antiguos griegos; en el segundo, como lo hacían los chinos de la época de los Han. Aunque mejor sería decir que son ellos quienes así operan en nosotros.

Tras las huellas de algún pensador maldito, como Spengler o Wittgenstein, la sociología y la antropología están hoy desenterrando las raíces culturales y lingüísticas que han ido dando su forma a las matemáticas. Textos como «Conocimiento e imaginario social» de David Bloor o mi «Imaginario colectivo y creación matemática» avanzan en esa línea. Y ya empiezan a constituirse los primeros foros internacionales sobre el tema.

Pero el trasvase de metáforas no sólo tiene lugar en el sentido que muestran los ejemplos anteriores. Si los antiguos griegos biologizaron la geometría y los chinos proyectaron sobre la aritmética las categorías taoístas de lo yin y lo yang, también ocurre el trasvase inverso: numerosos ámbitos de la vida, la cultura y la sociedad se perciben hoy al modo matemático. El prestigio que ha adquirido la matemática en nuestros días ha hecho de ella una fuente habitual de metáforas. Cuando unas elecciones se ganan «por mayoría aplastante», ¿no proyectamos el poder del número sobre la sociedad, hasta el punto de que no nos choca que quienes cuentan en menor número queden aplastados? (Juan de Mairena impugnaba la democracia censitaria al impugnar la metáfora matemática que la sustenta: «por más vueltas que le doy —decía— no hallo manera de sumar individuos»). Cuando sociólogos, políticos, sindicalistas o periodistas hablan de «sectores sociales», ¿no están reduciendo la rica e ingobernable heterogeneidad de las gentes a puntos indistintos de un círculo homogéneo, susceptible de trocearse en sectores circulares como las raciones de una tarta que entre ellos se reparten?

Los conceptos matemáticos, que parecían habitar en otro mundo, pueden ser la clave para entender el modo en que pensamos este mundo... y el modo en que otros nos piensan.●

*** Profesor de Sociología de la U.N.E.D. y colaborador de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia**

Aritmética sin números: las cuentas de nuestras venteras y pescadoras

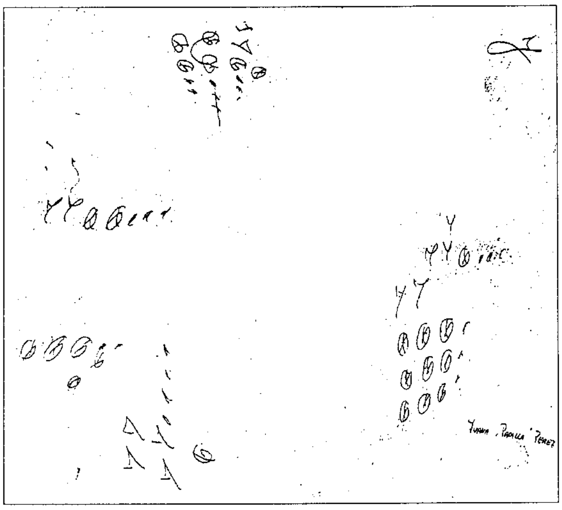
José Manuel González Rodríguez

NO existe acuerdo en la interpretación del desarrollo material alcanzado por los antiguos pobladores del Archipiélago Canario ni en la exacta valoración de sus conocimientos en materia de Ciencias y de Matemáticas. Los pocos criterios aportados por los primeros cronistas fueron distorsionados en posteriores estudios de viajeros ilustres interesados en mostrar una visión idealizada del aborigen isleño, más próxima al mito de «buen salvaje», presunto descendiente de imaginarias civilizaciones perdidas. Sólo en los trabajos recientes de investigadores vinculados a distintas disciplinas científicas queda enmarcada con justeza la enjundia y la trascendencia de los conocimientos de nuestros antepasados. Sin embargo, quedan abiertos no pocos interrogantes, que conducen a la formulación de conjeturas poco contrastadas y justifican cierta disposición argumental fantasiosa o idealizada.

Con todo, en el amplio repertorio de nuestra cultura tradicional podemos entrever ciertas prácticas primitivas que aún son ejecutadas por campesinos, pastores y pescadores isleños y, con su ayuda, podemos avanzar algunas hipótesis sobre el alcance real de la herencia de nuestros aborígenes.

En concreto, las inscripciones realizadas en tarjas, taras o tájaras, primitivas máquinas de cálculo y los signos de nuestras venteras y pescadoras, auténticos grafismos de reminiscencias numéricas, nos permiten esclarecer en cierta forma su legado matemático.

Es opinión de muchos autores que estas «tarjas» o «taras» fueron conocidas por los antiguos isleños. Mas no existe evidencia arqueológica ni documental de su uso en épocas anteriores a la conquista, y toda conjetura sobre la práctica de esta técnica debe valorarse con sumo cuidado. Por lo demás, el término «tarja» tiene distintas acepciones entre los vocablos isleños, pues adopta diferentes significados entre los antiguos pobladores de Tenerife y de Fuerteventura.



Las "cuentas" de Doña Juana Padilla Pérez. La Matanza, 1990

En la actualidad, las marcas grabadas en trozos de madera se siguen utilizando en la cuantificación de la cosecha de papas y cereales (con ayuda de ramas de brezo o codeso, conocidas como tájaras en Fuerteventura). El término «tarja» o «tájara» no es exclusivo de Canarias, pues en las panaderías del campo charro, en la aldea de San Muñoz, a 45 km. de Salamanca, se usaron estas tarjas para contar hasta el año 1995.

Abundando en la falta de pruebas irrefutables sobre las tarjas de los antiguos canarios, cabe confrontar la hipótesis afirmativa con nuestras investigaciones sobre los signos utilizados por venteras y pescadoras en sus contabilidades rudimentarias.

En el Norte de la isla de Tenerife, pescadoras y venteras han venido utilizando un complicado y curioso sistema de signos para representar el dinero, para ejecutar diversos cálculos: recuentos, sumas, restas, productos... y para conseguir de este modo gobernar las economías de sus familias desconociendo nuestro sistema decimal de numeración. Prefijada la notación de cada moneda, los cálculos se realizan de distintos modos, acorde con la habilidad matemática del calculador. No obstante, la forma más corriente de sumar y recontar consiste en ir «anotando las cuentas» en columnas separadas por monedas (una para las perras, otra para las pesetas, etc.), procediendo a contar en cada columna la cantidad de signos que se reconocen, eliminando signos a medida que se alcance una unidad de orden superior, que se señaliza en la columna contigua.

Podemos clasificar los sistemas de signos según tres principios distintos: el modo de distribución temporal, con variaciones diferentes a medida que nos alejamos de 1900; el tipo de simbología que se produce en cada región o comarca, provocando una distribución espacial; y la diferente tipología encontrada a tenor del sector comercial de donde provengan los signos, diferenciados entre pescadoras y venteras.

Debemos asignar un origen pastoril a los signos reseñados, pues, recordando en ocasiones algunas letras de distintos dialectos bereberes y las inscripciones de numerosos grabados aborígenes, su estructura gráfica se asemeja con total nitidez a los que fueran usados por los pastores del Mediterráneo. Por consiguiente, nos atrevemos a aventurar que nuestras venteras y pescadoras copiaron un mecanismo universal de recuento, que no queda claramente ceñido a la tradición aborigen.●

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

1) *¿Quiere llevarse un chasco?, pues acompáñenos...*

Haga, paso a paso, lo que le vamos a indicar. Procure no equivocarse y, para mayor seguridad, dibuje la figura más de una vez y compruebe.

Dibuje una circunferencia; sobre ella dos puntos y trace la correspondiente cuerda. ¿En cuántas partes queda dividido el círculo? En 2. Ahora compruebe que con tres puntos y sus correspondientes cuerdas, el círculo queda dividido en 4 regiones = 2^2 regiones. Con 4 puntos y sus cuerdas aparecen 8 regiones = 2^3 regiones. Con 5 puntos, ¿hay $2^4 = 16$ regiones?

¿Siempre ocurrirá así?

••

2) *El dominó es un popular juego al que todo el mundo cree que sabe jugar pues, aparentemente, no ofrece dificultad ir colocando las fichas. Pero también tiene trucos y estrategias. Lo que le vamos a proponer es un solitario: Ud. debe formar una línea cerrada con las 28 fichas. La línea ha de tener forma cuadrada y se colocarán respetando las reglas del juego.*

••

3) ***Torneo de Matemáticas. Canarias 1994.***
Para encontrarse bien, un perro necesita un mínimo de 120 m^2 de espacio por donde moverse libremente. Si el perro está atado con una cuerda de 10 m. en una de las esquinas de un jardín vallado de forma hexagonal regular con 8 m. de lado, ¿tiene el perro suficiente espacio como para sentirse bien?

Soluciones a la semana anterior

1) La estrategia de resolución consiste en empezar por el final. Tenía 126 cromos.

2) Es evidente que no está resuelto porque ¿y qué hacemos con el 2º que llegó que no se nombra para nada?

3) La superficie lateral aumentará en un 125% y el volumen en un 237,5%.

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca

Sí, un primo

NOTA

131

¿Vendrá algún familiar?

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 7 OCTUBRE 2000 NUMERO 40

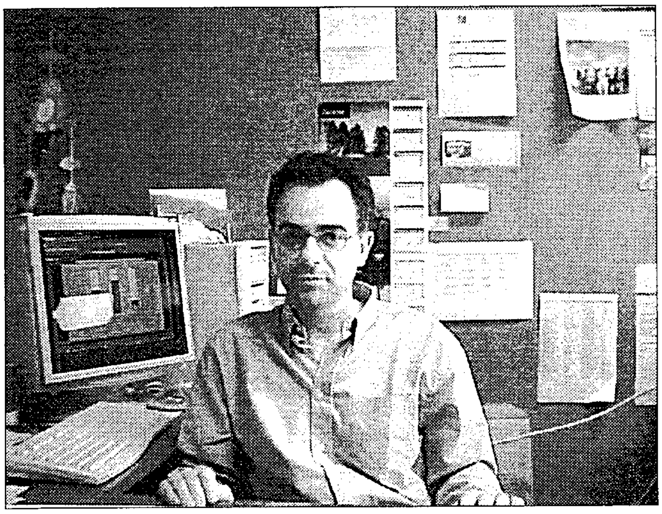
Domingo Morales: un estadístico canario en Elche

EL profesor Domingo Morales nació en Las Palmas de Gran Canaria el 5 de noviembre de 1958. El bachillerato lo cursó íntegramente en el Colegio Claret de esa ciudad, y el Curso de Orientación Universitaria (COU) lo estudió en el Instituto de Bachillerato Benito Pérez Galdós.

—¿Cómo son sus recuerdos del Colegio y del Instituto?

«Del Claret recuerdo a don Rafael, que me dio clases varios años y con el que empecé a interesarme por las matemáticas. Era un profesor peculiar que motivaba a los alumnos que tenían facilidad para aprender matemáticas, pero que aterrorizaba a los demás con sus constantes preguntas en clase.

Del Instituto recuerdo a don Manuel, cuya influencia en mí fue fundamental. Me animó a presentarme a las Olimpiadas de las Matemáticas, dando unas tutorías específicas para preparar el examen».



—¿Qué razones le llevaron a estudiar Matemáticas?

«Las Matemáticas siempre me gustaron, pero lo determinante fue la obtención de la beca de las Olimpiadas de las Matemáticas, lo que me llevó a estudiar Matemáticas en lugar de Ingeniería Industrial que se podía cursar en la Universidad Politécnica de Las Palmas».

—Decidido a estudiar Matemáticas, ¿en qué universidad cursó la carrera?

«Estudié en la Universidad de La Laguna los tres primeros años de carrera. En tercer curso la asignatura de Cálculo de Probabilidades y Estadística la impartió un profesor llegado de Madrid: Vicente Quesada. Este profesor despertó en mí el interés por una de las ramas más aplicadas de las Matemáticas: la Estadística. La influencia que ejerció sobre sus alumnos fue grande y, al acabar aquel año, cuatro compañeros (Pepe, José, Mari Luz y yo) nos trasladamos a Madrid a estudiar las especialidades de Estadística y de Investigación Operativa. En la Universidad Complutense de Madrid estudié los dos últimos cursos de la carrera, cuarto y quinto, y posteriormente hice el servicio militar en el Ejército del Aire».

—¿Se incorporó inmediatamente a la Universidad como profesor?

«Estando en Gran Canaria, casi al acabar la mili, me llamaron de Madrid porque salió una plaza de ayudante en el Departamento de Estadística e Investigación Operativa de la Universidad Complutense. Solicité la plaza, y tuve suerte, pues me contrataron».

—¿Cuándo inició sus investigaciones?

«Una vez entré en el Departamento comenzó mi carrera como docente e investigador. Empecé a dar clases en las Facultades de Biológicas, Geológicas y Matemáticas, realicé estudios de doctorado, e hice la tesis bajo la dirección de Vicente Quesada. La influencia de mi maestro Vicente Quesada ha sido muy grande, pues me transmitió el gusto por la Estadística, me guió en mis primeros pasos por la investigación, y ejerció de amigo y consejero».

—¿En qué temas ha investigado?

«En varias ramas de lo que siempre me ha interesado: la Inferencia Estadística, en sus aspectos más variados».

—¿Cuál ha sido su trayectoria de profesor y de investigador?

«Mi carrera docente e investigadora ha transcurrido, hasta hace tres años aproximadamente, en la Universidad Complutense de Madrid. Primero con contratos de ayudante y posteriormente como profesor titular de universidad. He participado en proyectos de investigación de subvención pública y en proyectos de investigación aplicada para distintas entidades».

—Ahora está en la Universidad de Elche.

«Así es. En septiembre de 1997 me trasladé a la Universidad Miguel Hernández, de Elche, donde actualmente soy catedrático de universidad y director del Centro de Investigación Operativa».

—¿Qué opina de las Matemáticas? ¿Tienen hoy en día nuevas aplicaciones?

«Las matemáticas han sido, son y serán una herramienta capital para el desarrollo de nuestra sociedad. Es importante potenciar los aspectos aplicados de las matemáticas (que los tiene y son muchos), sin por ello descuidar la investigación básica. Todavía hay, en el año 2000, problemas abiertos que constituyen un auténtico reto para la mente humana. La aventura del conocimiento matemático es apasionante».

Los compañeros de profesión del profesor Domingo Morales le tienen en alta estima. Así, actualmente es el secretario general de la Sociedad de Estadística e Investigación Operativa.●

LAS MATEMATICAS DE CADA DIA

Matemáticas y ... suelo

Claudi Alsina

DESDE el nacimiento hasta la madurez el cuerpo humano experimenta grandes transformaciones, pero llega un momento de plenitud a partir del cual todas las gráficas que describen el crecimiento se estabilizan: altura, longitud de brazos, pies, piernas, etc. ya no experimentan variación con el paso del tiempo. Según este modelo simple y visual, al alcanzarse los valores máximos corporales, éstos quedan ya fijos para el resto de la vida. Sería estupendo que esto fuese así pero desafortunadamente este modelo es demasiado simple y con los años todos podemos experimentar su falsedad.

En efecto, si esta estabilidad de medidas funcionara tendríamos tallas fijas. Pero es bien sabido que nuestras tallas van variando. Los cinturones y sus agujeros son testigos del crecimiento de la barriga, los joyeros deben atender casos desesperados en que los anillos de boda ya no salen de los dedos, los pies y sus sorprendentes dedos exigen zapatos de creciente comodidad, etc. En toda esta evolución de medidas hay una, la altura, que parece cumplir el modelito de quedar fija. Pero tampoco. La altura admite pequeñas variaciones y presenta comportamientos irregulares en cuanto a flexibilidad. ¿No han notado que cada año el suelo está más lejos? A partir de cierta edad ya sólo recogemos del suelo monedas caídas cuyo valor compense el esfuerzo. Paradoja de la vida: usted no crece pero el suelo se aleja. Se imponen entonces los suplementos para ayudarnos a compensar la lejanía. Un día descubrimos que aquel inútil artefacto del galán de noche que desde nuestra boda ha estado colgando, sirve para ayuda a la proeza de poner los pies dentro de los zapatos sin perder la compostura. Otro artefacto similar acabado en forma de mano pequeña de madera nos ayuda a rascar la espalda. Acabo de observar en un catálogo de ventas de objetos curiosos de la compañía aérea SAL que se vende un bastón largo que acaba en tres artefactos de metal. Dos de ellos sirven para recoger los dos zapatos y acercarlos. El tercero, como el del galán de noche, para ponérselos, estando de pie.

Creo que lo expuesto es suficiente para compartir con los lectores que realmente el modelo matemático relacionando medidas con tiempo debe complicarse. Debemos exigir que el modelo describa bien lo que todos experimentamos. Aunque los satélites cada vez se alejan más deprisa del planeta Tierra a nosotros nos preocupa mucho más la creciente lejanía del suelo.●

El «Sputnik 1» al espacio

Lo lanzaron los soviéticos, ahora rusos. Fue el 4 de octubre de 1957. Lo llamaron *Sputnik*. Tenía el tamaño de un balón de fútbol, por lo que su contenido era escaso; lo más importante, un transmisor de señales.

El acontecimiento sacudió como un terremoto de alta escala, las raíces de la entonces (y aún hoy), soberbia norteamericana. Ellos también iniciaron la carrera espacial. Sólo que también se les adelantaron los soviéticos con las naves tripuladas. Fue Yuri Gagarin el que realizó el primer vuelo de ese tipo en 1961.

CONCURSO 2000

Participar es fácil. Basta con:

1.– Elaborar la respuesta de lo que se pide añadiendo en ese papel tus datos personales.
2.- Recortar la cabecera del periódico con la fecha de hoy.
3.- Introducirlo en un sobre y enviarlo a: ***Concurso 2000 - Apartado 329 CP 38205 - La Laguna - Tenerife***

Entre los que respondan se sortearán el día 12 de diciembre, los siguientes premios:

- Un viaje para dos personas a cualquiera de los destinos de Air Europa a la Península.
- Dos viajes de ida y vuelta para dos personas:
  - Los Cristianos-Gomera con vehículo.
  - Tenerife-Santa Cruz de La Palma.
  - Tenerife-Las Palmas.
- Un lote de libros.

4.– Para participar no es necesario responder a todas las sesiones. Cada respuesta recibida entrará en el sorteo.

PROPUESTA PARA ESTA SEMANA

Estamos absolutamente convencidos de que Vd. utiliza matemáticas en su vida diaria. Sí, no se extrañe ni arrugue el ceño. Lo que suele ocurrir es que su uso lo tenemos tan automatizado que no nos damos cuenta ni reparamos en ello. Y para que se convenza de que es así, la prueba que le proponemos hoy consiste en que esté pendiente de su vida y de sus decisiones a lo largo de este día (puede ser mañana si no está hoy para pensar...). Debe anotar dos situaciones cotidianas en las que ha tenido que «echar mano» de alguna idea matemática. Procure que la nota lo explique con claridad. Cuando lo tenga redactado (no hace falta que sea una novela), se introduce en un sobre y nos lo envía. Ya sabe que participará en el sorteo.

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 14 OCTUBRE 2000 NUMERO 41

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

Piaget: epistemología matemática

*Samuel Doble**

AUNQUE el suizo Jean Piaget (1896-1980) es conocido por sus trabajos sobre psicología del niño, él se consideró sobre todo un epistemólogo, es decir, un estudioso en el problema del conocimiento científico. Toda su obra está articulada especialmente en torno a esas dos preocupaciones filosóficas fundamentales, que han dado a su trabajo experimental la riqueza y la profundidad que han hecho de él uno de los psicólogos más importantes de todos los tiempos y uno de los grandes pensadores de este siglo XX que se acaba. En los últimos años de su vida ha elaborado una síntesis de sus posiciones epistemológicas, donde integra los conocimientos acerca del desarrollo del niño, sobre el papel de lo biológico en la conducta humana y sobre la epistemología de las distintas ciencias.

Respecto a las Matemáticas, a las que considera el fundamento de las ciencias experimentales, Piaget sostiene que, como son producto del sujeto, deben ser explicadas por medio de la psicología cognitiva. Los tres problemas clásicos que la epistemología de las matemáticas ha intentado explicar son los siguientes:

1) Por qué, partiendo de unos pocos axiomas, son tan fecundas: los especialistas en Matemáticas suelen aducir la posibilidad de introducir indefinidamente operaciones sobre operaciones; Piaget, comparando al matemático con el niño, establece un paralelismo con las primeras síntesis o coordinaciones inconscientes que permiten la construcción del número y, sobre esa base, de medidas y de proporciones.

2) Por qué, dado que son artificiales, no pierden un ápice de rigor: la respuesta a esta cuestión debe buscarse en el interior mismo de la construcción de estructuras, y precisamente porque están fuertemente estructuradas, permiten transformaciones, bien reguladas, de modo que conducen necesariamente a las conclusiones, aunándose magistralmente fecundidad y rigor.

3) Por qué, a pesar de su naturaleza deductiva, coinciden con la realidad física: puesto que la vida es creadora de formas, la convergencia entre las formas materiales del mundo físico y las formas construidas por el sujeto parece algo no muy problemático de postular. Nuevamente, en el funcionamiento del organismo debe buscarse la unión entre las operaciones del sujeto y las estructuras de los objetos. Para Piaget, todo parece ser matematizable, no en el sentido de mensurable, medible, sino en tanto en cuanto pueden construirse modelos; lo característico de estas estructuras lógico-matemáticas es que no contradicen las estructuras precedentes, las físicas, sino que las asumen y las integran.●

*** Licenciado en Filosofía y colaborador de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia**

Julia Robinson (1919-1985): gran matemática, gran desconocida (*)

Angel Alonso y Teresa Bermúdez

«LO que realmente soy es una matemática. Más que haber sido la primera mujer en esto o aquello. Prefiero ser recordada como una matemática, simplemente por los teoremas que he probado y los problemas que he resuelto».

La lista de Hilbert

El nombre de Julia Robinson dice muy poco incluso a matemáticos profesionales. Sin embargo, si asociamos sus trabajos a la solución de un problema de Hilbert, esto les da una idea de su valía. Para entender la importancia de estos problemas hemos de retroceder hasta agosto de 1900, en un congreso que tenía como objetivo realizar un balance crítico de los avances de las matemáticas hasta el siglo XIX, David Hilbert presentó una lista de veintitrés problemas que, según su juicio, habrían de ocupar los esfuerzos de los matemáticos durante el siguiente siglo. Hermann Weyl expresó la importancia de esta lista de la siguiente forma: «Cualquier persona que resuelva, o contribuya a resolver, algún problema de los planteados por Hilbert, pasará automáticamente a ocupar un puesto de honor en la historia de las matemáticas».

El décimo problema de Hilbert

Dice lo siguiente: ¿Existe un método universal que, con un número finito de pasos, permita decidir si una ecuación diofántica dada tiene o no solución?

Una ecuación diofántica es un conjunto de ecuaciones algebraicas con coeficientes racionales o enteros donde se buscan soluciones racionales o enteras. Por ejemplo, las ecuaciones que aparecen en el último problema de Fermat, es decir: $x^n + y^n = z^n$ con n›2.

Bajo su enunciado engañosamente simple, que sólo exige un sí o un no como respuesta, se esconde un problema en el que innumerables matemáticos habían venido trabajando durante más de dos mil años, y que desde que Hilbert lo enunció explícitamente ¡tardó setenta años en resolverse! Julia Robinson fue quien proporcionó con su trabajo los métodos originales y las ideas claves para su solución, luchando contra su salud muy precaria y un ambiente académico reacio a aceptar la igualdad de los sexos.

Julia (Bowman) Robinson

Julia Bowman nació en 1919 en St. Louis. Gran parte de su infancia la pasó aislada de su familia, en una semicontinua convalecencia de diversas enfermedades, que contribuyeron a darle una constitución enfermiza.

Al acabar la enseñanza obligatoria, estudió en el San Diego State College donde le ofrecieron una plaza como profesora, que era el status académico más elevado al que una mujer podía aspirar. Afortunadamente, algunos de sus profesores, ajenos a los prejuicios de la época, la animaron para que continuase sus estudios. De esta forma, obtuvo una beca en la Universidad de Berkeley. Allí conoció a Raphael Robinson, su futuro marido.

En los años 40, las mujeres no tenían un papel muy representativo en las universidades americanas, de hecho no les estaba permitido reunirse con sus compañeros varones en los comedores y salas de café, donde normalmente se discutían muchos problemas interesantes, ni siquiera trabajar en los mismos departamentos que sus maridos.

Por suerte para Julia, su marido Raphael Robinson, con el que se casó en 1941, la mantenía al tanto de las ideas más relevantes que circulaban en estas reuniones vedadas a las mujeres. Por desgracia, perdió su plaza de profesora y abandonó las matemáticas. Se quedó embarazada, pero sus problemas de salud se agravaron, perdió el hijo y le diagnosticaron que moriría antes de cumplir los cuarenta años. Esa contrariedad hizo que se encerrase en las matemáticas: ellas ocuparían el lugar de los hijos que nunca tendría.

La solución del décimo problema

En 1948 defendió su tesis doctoral, dirigida por el célebre lógico Alfred Tarski, donde comenzó el ataque al problema. Durante un tiempo se dedicó a la política. Pero la atracción del décimo problema era demasiado fuerte, y después de este pequeño paréntesis se dedicó a él con renovadas energías. Desarrolló una serie de herramientas matemáticas que abrieron inesperadas vías en el campo de los problemas de decisión y se quedó a un paso de resolverlo, pero faltaba una última pieza.

En 1970, Yuri Matijasevich, un joven ruso, demostró que no hay un método universal que permita decir si una ecuación diofántica tiene o no soluciones.

En 1985, la enfermedad, que la había perseguido sin tregua durante su vida, acabó con ella en forma de leucemia, pero antes pudo ser la «madre» de la solución del décimo problema de Hilbert.●

(*) Resumen de la nota biográfica aparecida en «Números. Revista de didáctica de las matemáticas», volumen 40 (1999).

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

***1)** Se tienen nueve naranjas y hay que repartirlas equitativamente entre doce personas pero con una condición: haciendo en las naranjas el menor número de cortes posibles.*

••

***2)** ¿Se puede formar un cuadrado con cuatro fichas de dominó de tal forma que en cada lado haya el mismo número de puntos?*

••

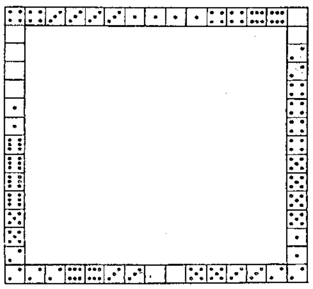
3) V Olimpiada Matemática; Aragón, 1993.

Los divisores del 16 son, como sabe, los números 1, 2, 4, 8 y 16. Así pues, el 16 tiene un número impar (5) de divisores. Procure hallar más números que tengan un número impar de divisores e intente dar una ley que diga qué clase de números tienen un número impar de divisores.

Soluciones a la semana anterior:

1) Si marcamos 5 puntos y trazamos las cuerdas se obtienen 16 regiones. Pero no se puede generalizar pues ya con 6 puntos aparecen 31 regiones y no 32.

2)



3) El perro sólo podrá moverse en 104,71 m^2, luego no se encontrará bien.

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca

Una de cada

10

Tengo varias marcas de cerveza, ¿cuál te llevas?

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 14 OCTUBRE 2000 NUMERO 41

Una idea del infinito matemático

El infinito es un concepto que se utiliza con demasiada frecuencia. Sin embargo, desde el punto de vista de las matemáticas se le da un sentido que no todo el mundo tiene claro. Si alguien cree que el infinito es un número muy grande, el más grande que se pueda imaginar, entonces está en un grave error de entendimiento porque el infinito, matemáticamente hablando, *no es ningún número.*

La palabra infinito proviene del latín y significa «no tiene fin». La etimología nos pone sobre la pista de su significado. Así, si se dice: «esto funciona así hasta el infinito» o algo parecido, con esa frase se está «encorsetando» al infinito. Da a entender que se llegará al infinito y esto es erróneo. Y lo es porque el infinito es *una cualidad.* Con ello se trata de expresar que por muy grande que sea algo que se pueda pensar, siempre se puede encontrar algo mayor. Un ejemplo cotidiano de conjunto que tiene esa cualidad es el de los números naturales. Empezamos 1, 2, 3... y por muy grande que sea el número natural que uno pueda pensar, siempre existirá un número mayor.

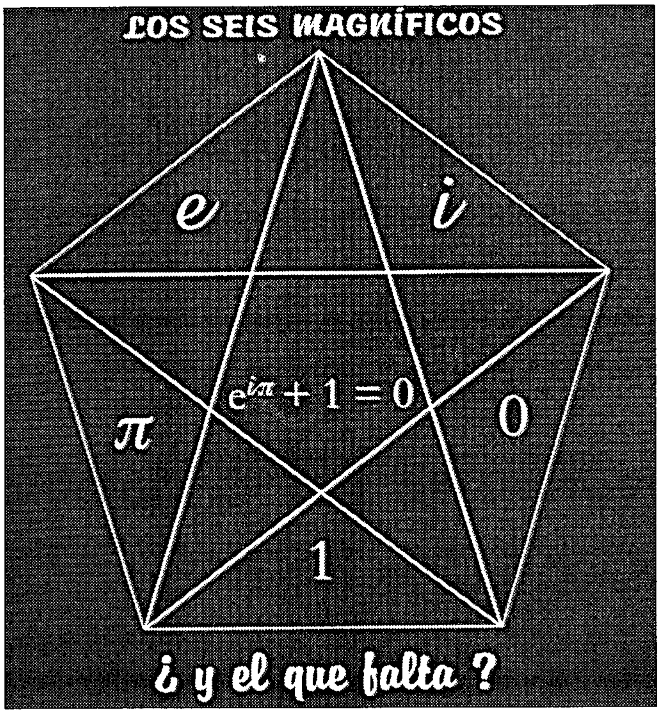
El símbolo ∞ que se emplea para el infinito matemático no es, por tanto, un número, sino esa cualidad que hemos tratado de explicar.

Una anécdota relacionada con el símbolo. Cierta profesora explicaba a sus alumnos la idea de infinito y utilizó la división por una magnitud que se aproxima a cero, utilizando la calculadora para hacer ver cómo las divisiones dan un resultado cada vez mayor con el fin de centrar la idea. Al final de su razonamiento escribió en la pizarra:

$$\frac{8}{0}=\infty$$

explicando su significado. Cuando llegó el momento del examen, en una de las cuestiones pedía que cada cual tratase de explicar lo que había entendido acerca del infinito que con tanto esmero explicó. Un alumno, tratando de usar el ejemplo explicado por la profesora, le escribió que se simbolizaba así:

5/0=∽



Una paradoja del infinito

Ya sabemos que el infinito es una cualidad de ciertos conjuntos. Un conjunto que la posee es el de los números naturales: 1, 2, 3, 4... Una pregunta: ¿hay más números naturales que números pares? Ya sabe que los números pares son 2, 4, 6, 8...

Parece «lógico» que si en el conjunto de los números naturales están los pares y los impares y sólo consideramos los primeros, entonces debería haber «menos» números pares que naturales. Pero con el infinito hay que tener cuidado porque ahí la lógica habitual puede fallar estrepitosamente como va a comprobar enseguida si hace un pequeño esfuerzo mental.

Observe la siguiente relación:

1	2	3	4	5	6	7	8	...	15	...
↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕
2	4	6	8	10	12	14	16	...	30	...

En la fila superior están los números naturales. En la inferior, los pares. La relación pone en evidencia que *a cada número natural le corresponde uno y sólo un número par.* Pero lo curioso es que la relación permite ver cómo *a todo número par le corresponde uno y sólo un número natural.* Por eso se ha puesto la doble flecha (esta doble correspondencia se llama biunívoca).

Pues bien, si se ha entendido la doble relación de la que se habla, en la que, en definitiva se dice que por cada número natural hay un par y viceversa, llegaremos a la siguiente conclusión: *si el conjunto de los números naturales es infinito, también lo es el de los números pares.* ●

LAS MATEMATICAS DE CADA DIA

Matemáticas y ... edades

Claudi Alsina

A pesar de que el libro de familia, la partida de nacimiento y el DNI certifican el año de nacimiento sin lugar a dudas, el tema de las edades, aparentemente trivial, toma en la vida real matices muy importantes.

Las edades son falseadas («ni el médico se ha dado cuenta»), aproximadas por defecto («hoy por hoy tenga cuarenta y nueve años. Sí, ya sé que mañana es mi cumpleaños»), descritas mediante intervalos («estoy mejor ahora en los cuarenta»), aumentadas («claro que puedo beber, ya tengo dieciocho años»)... y el caso más patético que es el de la ocultación absoluta («tengo la edad que aparento»).

Lo que resulta fuente de muchos entretenimientos es el tema de comparar edades. Por ejemplo resulta sorprendente a muchos padres constatar que su edad triplicará a la de sus hijos mucho antes que poder duplicarla. En efecto, si un progenitor tiene un hijo a los 30 años, al cabo de 15 años tendrá 45 de edad triplicando a los 15 años del descendiente. Sin embargo no será hasta los 60 años en que doblará la edad. Las diferencias de edades se mantienen constantes (aunque esto moleste) pero «las razones» de edades cambian. Las ecuaciones de primer grado pueden ayudarle a aclarar muchas de estas circunstancias.

Como además las familias son dinámicas y cambiantes, las edades tampoco siguen la jerarquía intuitiva de valores (hay sobrinos mayores que sus tíos, maridos más viejos que los padres de la esposa, hijos más jóvenes que nietos, etc.).

El tema de los años y de los aniversarios tiene también un alto interés mercantil. ¿Sabía que cada aniversario de boda desde el primero hasta el centenario tiene asociado un material? 25 años bodas de plata, 50 años bodas de oro... y cualquier número intermedio tiene «su» materialización posible (incluso la madera). Una amiga canadiense lleva pegado en el interior de su bolso esta lista asociando aniversarios y materiales con vistas a poder recordar a su despistado esposo las obligaciones pertinentes.

Por algo será que las edades se confiesan sólo en situaciones límite pero los aniversarios se celebran con regularidad. Programe bien su agenda electrónica. Puede ahorrarse cumpleaños pero atienda a los aniversarios. ●

CONCURSO 2000

Participar es fácil. Basta con:

1.– Elaborar la respuesta de lo que se pide añadiendo en ese papel tus datos personales.
2.- Recortar la cabecera del periódico con la fecha de hoy.
3.- Introducirlo en un sobre y enviarlo a: ***Concurso 2000 - Apartado 329 CP 38205 - La Laguna - Tenerife***

Entre los que respondan se sortearán el día 12 de diciembre, los siguientes premios:

- Un viaje para dos personas a cualquiera de los destinos de Air Europa a la Península.
- Dos viajes de ida y vuelta para dos personas:
  - Los Cristianos-Gomera con vehículo.
  - Tenerife-Santa Cruz de La Palma.
  - Tenerife-Las Palmas.
- Un lote de libros.

4.– Para participar no es necesario responder a todas las sesiones. Cada respuesta recibida entrará en el sorteo.

PROPUESTA PARA ESTA SEMANA

Con la prueba que le proponemos para participar esta semana va a poder medir su creatividad poética. ¡Pero no se asuste y siga leyendo! porque le daremos una salida por si cree que Vd. no tiene «vena» poética, cosa rara, porque todos tenemos algo de poeta, incluso los matemáticos o tal vez éstos tengan más que otros porque están más cerca de la belleza, que tanta poesía inspira. Bueno, pues a lo nuestro. Vd. debe construir una poesía de no menos de cuatro versos dedicados a algo que tenga que ver con las matemáticas, por ejemplo, a la matemática misma, al número uno o a la hipotenusa. Temas en los que inspirarse no le van a faltar. Pero por si lo que le falta es la «chispa», pídala prestada y copie lo que algún poeta consagrado, como Alberti por ejemplo, haya escrito sobre algo matemático. También vale algún problema que conozca expresado en verso, etc.

No se preocupe si lo que escribe le parece sencillo. A lo mejor gracias a su poesía podrá disfrutar después de uno de los estupendos premios que sortearemos.

2000 año mundial de las matemáticas

SABADO, 21 OCTUBRE 2000 NUMERO 42

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

Apuntes de sociología de las matemáticas (I)

*Isabel Fernández y José María Pacheco**

MUCHO hemos oído y leído en artículos, entrevistas, reportajes, etc., sobre las Matemáticas y sus relaciones con la sociedad durante este año mundial a ellas dedicado. De todo ello quedan datos, biografías, divagaciones y pasatiempos. Además de esa información dirigida al gran público han aparecido otros escritos en los que observamos cuál es la situación actual de las matemáticas y de quienes las practican, comprobando que las matemáticas no son excepcionales en cuanto a la politización y burocratización de su actividad. Por ejemplo *Una reflexión sobre los estudios de matemáticas y sus perspectivas* de J. Bruna, *Las Matemáticas ante el cambio de milenio* de P. Griffiths, o *Las Matemáticas y los objetivos del año 2000* de J. Vázquez.

La relación entre las matemáticas y los poderes políticos, sociales, económicos o religiosos es muy antigua: contar, ordenar, situar los astros, medir tiempo y espacio... son conocimientos matemáticos usados por las clases dirigentes desde siempre. Ha habido astrónomos, calculadores (además de médicos) en las cortes reales. Las élites funcionariales se han formado durante siglos en el estudio de los rudimentos matemáticos. Con la burguesía comercial nacida en la Baja Edad Media aparecieron calculistas que llevaban cuentas y calendarios. La Revolución Francesa impulsó por toda Europa la extensión de la enseñanza elemental y a partir de principios del S. XIX se prepararon cartillas de aritmética y geometría para uso de los niños. La utilización de las matemáticas, y el origen de buena parte de ella ha estado relacionada con las guerras: desde los espejos cóncavos de Arquímedes hasta los mensajes cifrados. La estadística era (y por lo visto aún lo es) una parte de la política: unos buenos censos dan mucho poder a quien puede disponer de ellos.

Así la consideración social de las matemáticas ha sido siempre muy alta, y resulta chocante que necesitemos celebrar un año mundial para difundir el conocimiento matemático y captar estudiosos, como si fueran una especie en extinción. ¿Qué ha ocurrido en los últimos 50 años? ¿Por qué no se valoran las matemáticas precisamente ahora, cuando sus aplicaciones prácticas nos facilitan tanto la vida cotidiana?

La explicación no es fácil y la respuesta quizá esté en una combinación de ideas contrapuestas. Podemos pensar que el interés individual por las matemáticas se basa en sus posibles aplicaciones, en la belleza formal de sus razonamientos, o en ambas cosas: hasta hace poco los maestros hablaban de las «cuatro reglas» como paradigma de aplicabilidad inmediata, o se «enseñaba a razonar» como parte de una formación general. Puede que los planificadores educativos confundieran unos y otros conceptos, implantando demasiada abstracción en los niveles inferiores y destruyendo la conexión con las ideas físicas, al tiempo que la formalización excesiva se adueñaba de la enseñanza superior. Quizás también la popularización de tantas máquinas diversas haya sido el punto de partida de una división entre teoría y práctica, reduciendo ésta a una serie de manipulaciones automáticas, y de nuevo los planificadores educativos, convertidos en agentes de ventas, hayan decidido sustituir todas las matemáticas por la «adquisición de la condición de usuario». De las consecuencias de esta situación y de la propia figura del matemático seguiremos hablando la semana que viene.●

* **Profesores del departamento de Matemáticas de la ULPGC y colaboradores de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia**

José Echegaray (1832-1916): la pasión por las matemáticas y el teatro

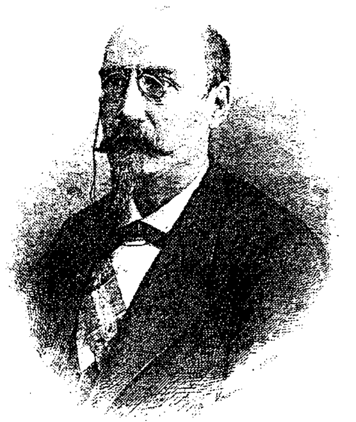
Antonio Marcé

LA figura de José Echegaray y Eizaguirre tiene importancia en la historia española. Fue diputado en varias ocasiones, ministro en otras tantas, logró el premio Nobel de Literatura, profesor de matemáticas...

José Echegaray nació en Madrid el 19 de abril de 1832 y murió en la misma ciudad el 14 de septiembre de 1916, a los 82 años de edad. Sus dos grandes aficiones durante su larga vida fueron las matemáticas y el teatro.

Como él mismo señala, «a la par que se desarrollaban mis afanes y apetitos por el género novelesco y el género dramático, se desarrollaban [...] por el estudio de las [...] matemáticas puras. Tanto o más gozaba yo estudiando un teorema de la geometría [...] que leyendo las primeras entregas de *El Conde de Monte Cristo*».

En otro lugar dice: «La curación de todas mis tristezas, el remedio de todos mis aburrimientos, el centro de todas mis ilusiones intelectuales, por decirlo de este modo, ha sido siempre el estudio de las matemáticas».



Las matemáticas

Echegaray estudió en la muy exigente Escuela de Ingenieros de Caminos y fue número 1 de su promoción. Pronto (1854) se incorpora como profesor a la misma Escuela y explica muy diferentes asignaturas, pero especialmente las de matemáticas.

La ausencia de textos modernos de matemáticas en español, llevó a Echegaray a escribir varios libros con intención principalmente pedagógica, como manuales para facilitar el estudio a sus alumnos. Así vio la luz, entre otros, «Cálculo de variaciones».

Su dedicación a las matemáticas hizo que conociera algunas nuevas teorías y se convirtió en su introductor en España: la geometría de Chasles, los determinantes, la imposibilidad de la cuadratura del círculo, la teoría de Galois...

Aunque no hizo aportaciones originales a las matemáticas, su aportación a la historia de las matemáticas españolas es destacable. Junto con Eduardo Torroja y Zoel García de Galdeano, se le puede considerar como impulsor de la modernización de las matemáticas en nuestro país. Tal como Rey Pastor llegó a decir, «para la matemática española, el siglo XIX comienza en 1865, y comienza con Echegaray».

Ingreso en la Academia de Ciencias

En 1866 es elegido miembro de la Academia de Ciencias e ingresa en ella con un discurso titulado «Historia de las matemáticas puras de nuestra España».

Echegaray, en su intervención, criticó fuertemente el escaso desarrollo de las matemáticas en España y acusó a la reacción de ser responsable de ello. En esa ocasión pronunció la célebre frase «la ciencia matemática nada nos debe: no es nuestra; no hay en ella nombre alguno que labios castellanos puedan pronunciar sin esfuerzo». Su intervención vino a avivar la conocida «polémica de la ciencia española».

Fue presidente de la Academia de Ciencias y en su honor ésta instituyó el «Premio Echegaray» como su máximo galardón.

Política

Junto a su compañero ingeniero Gabriel Rodríguez participa en la fundación de revistas y círculos de carácter económico en la línea de librecambismo, frente a los que defendían ideas proteccionistas de la economía local frente al exterior. Con estos primeros pasos en el debate público se va incorporando al movimiento de modernización de España, que los ingenieros en general bien representaron durante el siglo XIX. Se ubicó políticamente en la fracción progresista del espectro político de la época.

Con la Revolución de 1968 y la formación del nuevo Gobierno presidido por el general Serrano, se le nombra director general de Obras Públicas, siendo Ruiz Zorrilla ministro de Fomento. En las elecciones de 1869 es elegido diputado y ese año pronunció su célebre discurso en el debate sobre la libertad religiosa (mayo 1869). Pocos meses después es nombrado ministro de Fomento (1869-1871).

En otras varias ocasiones es elegido de nuevo diputado (1872, 1877 y 1879) y vuelve a ser ministro de Fomento y más tarde ministro de Hacienda. A él se debe la concesión del monopolio de emisión de moneda al Banco de España y su actual configuración como banco nacional. En fecha tan tardía como 1905 —habiéndosele concedido ya el Premio Nobel— es de nuevo ministro de Hacienda, a los 77 años.

Autor teatral

Desde niño siente una fuerte atracción por el teatro y se convierte en asiduo espectador de los dramas que se estrenan en Madrid. Su afición le lleva a escribir alguna obra, de manera que en 1874, siendo ministro de Hacienda, estrena su primer drama «El libro talonario». A este título le siguen otros muchos, tales como «O locura o santidad», «El gran Galeoto»...

En 1904 se le concede el Premio Nobel de Literatura, compartido con Federico Mistral, poeta provenzal. Fue ocasión para que se le tributaran numerosos homenajes y se convirtiera en una «gloria nacional».●

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

***1)** Una chica fue empleada para hacer un trabajo durante 16 días. El dueño de la empresa le propuso que eligiera entre los dos modos de pago siguientes:*

a) Le daría 1.000 ptas. el primer días; 1.300 el segundo; 1.600 el tercero y así iría sumando 300 pesetas a la cantidad anterior hasta llegar al día 16º.

b) El primer día le daría una peseta; el segundo 2; el tercero 4 y así iría duplicando el número de pesetas recibido el día anterior hasta llegar al día 16º.

Sin hacer cálculos, ¿cuál cree Vd. que es más ventajoso para la empleada?

Compruébelo.

••

***2)** ¿Se pueden colocar 18 fichas de dominó en tres filas de seis fichas cada una de forma que los números colocados en las filas, en las columnas y en las diagonales sumen lo mismo? (Cuadrado mágico).*

3)** **III Olimpiada Matemática; Alicante, 1994.

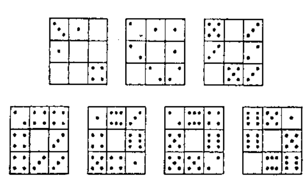
Los pentónimos son figuras formadas por cinco cuadrados unidos por un lado. En este tablero hemos distribuido 25 vocales y te pedimos que localices cinco pentónimos distintos y que en todos ellos existan las vocales «a,e,i,o,u».

e	a	i	o	i
u	e	u	e	o
o	i	a	o	a
i	u	e	a	i
a	o	u	e	u

Soluciones a la semana anterior:

1) Se puede hacer en doce cortes: seis por la mitad y las otras tres las dividimos en cuartas partes con dos cortes por cada naranja.

2) Existen muchas soluciones, les indicamos algunas.

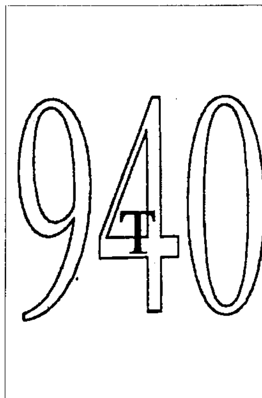


3) Tienen un número impar de divisores los cuadrados perfectos.

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca

Sí, éste en paro



¿Hay alguno sin empleo?

LAS MATEMATICAS DE CADA DIA

Matemáticas y ... multas

Claudi Alsina

LAS multas constituyen un método punitivo de primer orden al ir dirigidas directamente a la parte más sensible del culpable. Las autoridades que las imponen han ido sofisticando los medios para justificarlas y así, en circulación, radares y equipos fotográficos de última generación se han puesto al servicio de «retratar» al coche infractor. Un caso curioso si lo piensan, pues no se retrata al culpable sino a su máquina. En cambio el retrato de una pistola no culpabiliza al homicida y en las multas de aparcamiento no hay foto. Pero como era de esperar: más tecnología usa el perseguidor... más astucias legales pone en juego el perseguido.

En este pequeño artículo nos centraremos en un caso muy concreto de multas retratadas: las de exceso de velocidad en autopistas de peaje. Hay una medida que Tráfico podría aplicar y que por algún motivo no aplica. Imagine que usted entra en la autopista y recorre 120 km. hasta el peaje final en 45 minutos. Las distancias entre entradas y salidas son conocidas. El tiempo transcurrido también podría leerse automáticamente. Si usted tardó menos de una hora en hacer 120 km. es que sobrepasó el límite de velocidad. Fue un instante o fue largo rato, pero el tiempo es un buen indicador de infracción. Además la multa sería cargable automáticamente junto al peaje y sin el abono total no podría salirse de la autopista. La única posibilidad de burlar esta multa serían largas esperas de los infractores en las áreas de peajes antes de introducir el ticket. Si las cosas llegaran a este extremo en las autopistas y el factor tiempo jugase un papel destacado, entonces en justa compensación sería razonable que las autopistas fueran gratis cuando el conductor no puede hacer el recorrido en un tiempo razonable por existir colapso circulatorio.

No obstante puede llegarse a discutir si en el mundo de las autopistas de peaje puede realmente hablarse de justicia. En el caso español la mayoría de estas autopistas se hallan en Cataluña y por esto no debe extrañarles que el autor de estas líneas esté especialmente sensibilizado sobre el tema.

Posiblemente descubrir lugares que sean «paraísos de tráfico» será pronto una necesidad.●

Sobre la aceptación de los números negativos

Víctor Arenzana Hernández

LA historia de las matemáticas proporciona muchos ejemplos de las enormes dificultades de comprensión y aceptación que ofrecieron algunos conceptos que actualmente se nos presentan en los libros de texto como nociones sencillas integradas en la matemática elemental. Hoy se suele considerar que la mayor parte de los temas de la matemática elemental pueden ser fácilmente asimilados por todos. Tal es el caso del concepto de número negativo.

En los primeros cursos universitarios se suelen exponer los números según sucesivas ampliaciones que van en el orden siguiente: naturales, enteros, racionales y reales. Esta ordenación esconde, entre otras, las suposiciones implícitas de que el concepto de número natural es el más sencillo y de que el de número entero es más asequible y fácil de asimilar que el de racional o fraccionario.

Sin embargo, la historia pone de manifiesto que fue mucho más dificultosa la aceptación como números de las cantidades negativas que la admisión de los números racionales. Así lo atestiguan las dificultades que tuvieron matemáticos relevantes de los siglos XVI y XVII con estos conceptos, entre otros, Girolamo Cardano (1501-1576) con la resolución de la ecuación de tercer grado; René Descartes (1596-1650) con la aparición de soluciones negativas en la resolución de ecuaciones a las que llamó raíces falsas, y Galileo Galilei (1564-1642) que no contaba con las cantidades negativas en el mundo de los números en el año 1640.

Uno de los escollos fundamentales con los que se encontraron los números negativos para ser aceptados como números era que la matemática estaba fundamentada en la geometría euclídea en la cual se representaban las distintas magnitudes mediante segmentos a los que se les asignaba una longitud positiva. Admitir segmentos con longitud negativa suponía aportar a la geometría la noción de orientación mediante el uso de coordenadas o dar al cálculo con números negativos forma algorítmica mediante la regla de los signos.

Los números fraccionarios fueron usados en los comienzos de la matemática babilónica y la griega, y se aceptaban como resultado de un problema. Arquímedes (287-212 a.C.), por ejemplo, calculó el área de un arco de parábola como cuatro tercios del área del triángulo limitado por la cuerda y el vértice.

Sin embargo, los números negativos fueron de más tardía aceptación. Cardano, en su obra «Ars Magna» (1545), halló la fórmula de resolución de la ecuación de tercer grado, pero particularizada, con pequeñas variaciones, a los diferentes tipos en que clasificó estas ecuaciones para que los coeficientes fueran siempre positivos ya que, para Cardano, carecía de sentido que uno de los miembros de la ecuación tomara valor negativo. Distinguió hasta trece tipos de ecuaciones, para cada una de las cuales propuso una fórmula la resolución. A título de ejemplo citamos los siguientes tipos: $x^3 = ax = c$ (el cubo y la cosa igual al número), $x^3 = ax + c$ (el cubo igual a la cosa y el número), $x^3 + c = ax$ (el cubo y el número igual a la cosa), $x^3 = bx^2 + c$ (el cubo igual al cuadrado y el número).

La casuística realizada por Cardano para proceder a la resolución de la ecuación de tercer grado era debida a que la ecuación $x^3 + ax = c$ la había resuelto por consideraciones geométricas sobre la descomposición del cubo dentro de la ortodoxia de la geometría euclídea. Para obtener las fórmulas de resolución del resto de los tipos de ecuaciones las convertía mediante transformaciones en $x^3 + ax = c$. Si hubiera aceptado los números negativos habría podido englobar todas las fórmulas en una sola y simplificado notablemente su obra.

René Descartes en su «Geometría» (1637) llamaba a las raíces negativas raíces falsas y en el epígrafe «Cómo pueden aumentarse o disminuirse las raíces de una ecuación sin conocerlas» dio un paso definitivo en el manejo de las raíces falsas y, por consiguiente, de las cantidades negativas al darles un tratamiento común con las positivas y poderlas aumentar o disminuir con un cambio de variable, diciendo:

«Pero si los valores de las raíces de una ecuación son desconocidos y deseamos aumentar o disminuir cada una de las raíces en una cantidad conocida, solamente es necesario que en lugar del término desconocido se ponga otro que sea mayor o menor que esta misma cantidad, sustituyéndolo en toda la ecuación. Así, si deseamos aumentar en 3 la raíz de esta ecuación

$$x^4 + 4x^3 - 19x^2 - 106x - 120 = 0$$

debemos introducir y en lugar de x y suponer que y es mayor que x en 3, de modo que $y - 3 = x$; ... si lo que deseamos es disminuir en tres la raíz de esta misma ecuación será preciso que $y + 3 = x$... de modo que en lugar de:

$$x^4 + 4x^3 - 19x^2 - 106x - 120 = 0$$

tendremos

$$y^4 + 16y^3 + 71y^2 - 4y - 420 = 0».$$

Galileo Galilei (1564-1642) en su libro «Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias» (1638) pone de manifiesto que los números negativos no existen, cuando dice por boca de Salviati:

«Si continúo preguntando cuantos son los números cuadrados, se puede responder con certeza que son tantos cuántas raíces tengan, teniendo presente que todo cuadrado tiene su raíz y toda raíz su cuadrado; por otro lado no hay cuadrado que tenga más de una raíz ni raíz con más de un cuadrado».●

CONCURSO 2000

Participar es fácil. Basta con:

1.– Elaborar la respuesta de lo que se pide añadiendo en ese papel tus datos personales.
2.- Recortar la cabecera del periódico con la fecha de hoy.
3.- Introducirlo en un sobre y enviarlo a: ***Concurso 2000 - Apartado 329 CP 38205 - La Laguna - Tenerife***
Entre los que respondan se sortearán el día 12 de diciembre, los siguientes premios:

- Un viaje para dos personas a cualquiera de los destinos de Air Europa a la Península.
- Dos viajes de ida y vuelta para dos personas:
  - Los Cristianos-Gomera con vehículo.
  - Tenerife-Santa Cruz de La Palma.
  - Tenerife-Las Palmas.
- Un lote de libros.

4.– Para participar no es necesario responder a todas las sesiones. Cada respuesta recibida entrará en el sorteo.

PROPUESTA PARA ESTA SEMANA

Los relojes de manecillas parece que vuelven a ponerse de moda. Es un alivio para los profesores de matemáticas porque así podrán utilizar de nuevo la hora para ayudar a enseñar las fracciones: doce menos cuarto, doce y media, faltan tres cuartos de hora para tal cosa, etc. Pero también pueden ser utilizadas para aprender algo de ángulos. Y de eso va nuestra prueba de hoy. Deberá calcular cuánto mide el ángulo que forman las manecillas del reloj en cada una de las cuatro horas que le vamos a indicar. Nos conformaremos con que acierte tres de las cuatro que le proponemos, pero eso sí, trabájelas todas. Son estas:

Una en punto; doce en punto; tres en punto y doce y cuarto.

¡Suerte!

2000 año mundial de las matemáticas

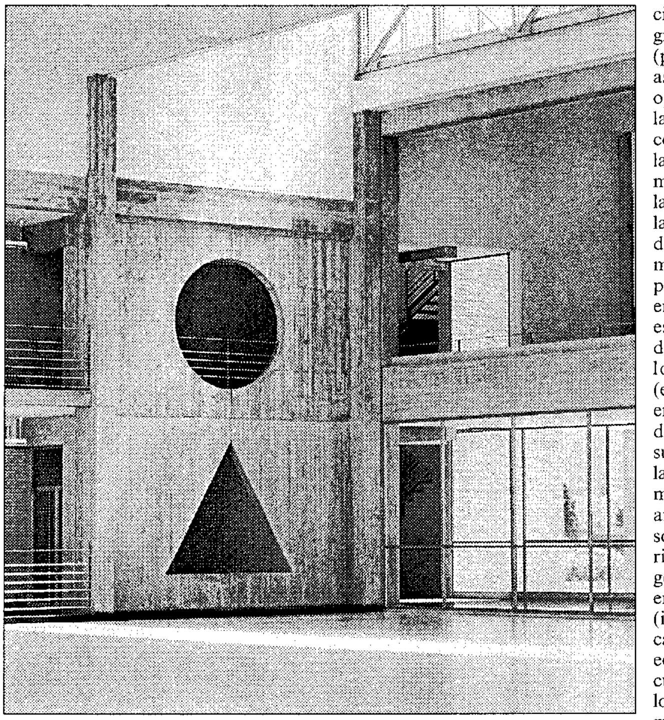
SÁBADO, 28 OCTUBRE 2000 NÚMERO 43

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

La mecánica de cada día

Manuel de León

LA Mecánica es una de las disciplinas más antiguas estudiadas por el hombre. Su nacimiento como ciencia puede atribuirse principalmente a Galileo. Todos recordamos sus experimentos con cuerpos que arrojaba desde la torre de Pisa para calcular la aceleración de la caída. El segundo gran nombre asociado a la Mecánica es el de otro gigante. Newton, con sus tres famosas leyes, fundamento de la Mecánica. Hay otros grandes nombres como Hamilton, Lagrange, Liouville, etc. En realidad, la Mecánica es una disciplina que ha ido de la mano de las Matemáticas, de la Física y de las ingenierías a lo largo de la historia. Es como uno de esos «meeting points» de los aeropuertos en los cuáles confluyen pasajeros de todo el mundo.



La Mecánica trata del movimiento de los cuerpos. En nuestro siglo ha experimentado un avance espectacular, con dos direcciones principales: la Mecánica de Partículas, que estudia sistemas descritos por una colección finita de partículas, y la Mecánica de Continuos, que trata de sistemas con una infinidad de partículas.

¿Para que sirve la Mecánica? Tiene innumerables aplicaciones: nos permite conocer cómo los seres vivos se mueven (locomoción), lo que se usa, por ejemplo, para diseñar prótesis médicas; se aplica a la Robótica con la Teoría de control, porque los robots deben reacionar ante el medio y para eso necesitan que haya unos ciertos parámetros (los controles) que van tomando los valores adecuados (todos recordamos los vehículos usados en la exploración terrestre de Marte), etc.

La Mecánica de Continuos, por su parte, estudia, por ejemplo, los fluidos, la formación de vórtices y turbulencias, etc. No debemos olvidar que el mar y la atmósfera terrestre en la que estamos inmersos son gigantescos fluidos cuyo análisis es clave para determinar el clima y su evolución. La Mecánica de Continuos también estudia el comportamiento de los materiales como cristales líquidos (tan de moda), materiales cerámicos que se usan para revestimientos (las toberas de los aviones), problemas de fracturas, de resistencia cuando se construye un puente o un edificio, etc. Aquí intervienen fenómenos como la elasticidad, la plasticidad y la viscosidad.

Ambas mecánicas parecen diferentes, sin embargo los principios matemáticos son los mismos. Llegados a este punto, ¿qué tienen que ver las Matemáticas con la Mecánica, aparte de poder escribir las ecuaciones del movimiento con algunas fórmulas? Bien, Lagrange inventó una función llamada el lagrangiano, que a cada estado (posición y velocidad) asigna un número. Si optimizamos esa función lagrangiana obtenemos como por arte de magia las ecuaciones del movimiento. Digamos que ese lagrangiano es la resta de la energía cinética (debida a la velocidad y a la masa) menos la energía potencial (si pensamos en un cuerpo cayendo, esta última sería la debida a la altura sobre el suelo). Esas ecuaciones (ecuaciones diferenciales en lenguaje matemático) deben ser integradas (resueltas) para poder usarlas. Para ello se usan métodos de todo tipo: analíticos (nos dan la solución exacta) o numéricos (la aproximada). La geometría ayuda mucho en este último proceso (integración geométrica). Las simetrías de las ecuaciones también. En cualquier caso, el uso de los ordenadores ha permitido progresos enormes en el tema.

En resumen, la Mecánica (y por lo tanto, las Matemáticas) está detrás de muchos aspectos de nuestra vida diaria. Cuando lleguemos a nuestras casas, pensemos que alguien ha calculado la resistencia de sus vigas; cuando vayamos en la guagua, no olvidemos que la teoría de control tiene que ver en cómo se mueve; cuando veamos las noticias del tiempo en los informativos para saber si lloverá o seguiremos con la panza de burro, sabremos ahora que las Matemáticas han permitido esa previsión.●

Apuntes de Sociología de las Matemáticas (II)

*Isabel Fernández y José M. Pacheco**

LA semana pasada intentábamos hallar una respuesta al cambio de valor de las matemáticas a lo largo de las últimas décadas, y nuestro análisis hacía temer la aparición de unas pautas de conducta social propias de un analfabetismo matemático. Esto nos hace pensar cómo y dónde se conservarán y transmitirán los conocimientos matemáticos en el futuro: ¿seguirán ofreciéndose abiertamente o pasarán a ser saberes reservados a sociedades semisecretas?

Debemos reflexionar, pues, sobre la figura del matemático. Todo el que practique las matemáticas es, en algún sentido, un matemático. En nuestro país, ser matemático suele incluir ser docente. Y vivimos años en que los docentes cargan con las culpas de la sociedad. Si además intentan explicar matemáticas, la combinación es explosiva, y el resultado —educativo y matemático— es fácil de prever. Debemos lograr que ser matemático sea una profesión con consideración propia. Más aún en estos tiempos en que la colaboración entre disciplinas parece imponerse como método de trabajo: pero eso exige que jerarcas y planificadores atiendan más a las necesidades reales de una sociedad en evolución que a la satisfacción de ambiciones políticas a corto plazo.

Aun así, algo parece moverse. Tal vez con el reclamo de este año matemático todavía hay quien se atreve a escribir libros cuyo tema central son las matemáticas. Comentaremos por encima tres novelas recientes y observaremos las diferentes visiones que proponen.

La primera, *El tío Petros y la conjetura de Goldbach* de Apostolos Doxiadis, parece que intenta sobre todo comunicarnos la dificultad de las Matemáticas. Siguiendo la moda actual de glorificar la juventud y las hazañas más o menos deportivas, nos deja desolados, al transmitirnos machaconamente que la gloria matemática es consustancial a la juventud. Sin embargo, en el excelente *The Fontana History of the Mathematical Sciences* de Grattan-Guinnes podemos comprobar, comparando las tablas que contiene, que tal cosa no es cierta en absoluto. Flaco favor hace la novela de Doxiadis a quienes deseen aprender Matemáticas. Más bien parece querer apartar a los lectores de una posible aproximación a nuestra ciencia.

La segunda, *El teorema del loro* de Denis Guedj, se subtitula «Novela para aprender matemáticas». Loable empeño sólo parcialmente conseguido. La selección del material es buena pero el hilo argumental no fluye adecuadamente; al final queda una sensación de cansancio, de haber intentado abarcar mucho y no haber aprendido tanto.

Doxiadis y Guedj son matemáticos, y se nota. Cada cual tiene sus manías y las transcribe en su novela. Sin embargo, el libro *En busca de Klingsor* del mexicano Jorge Volpi no está escrito por un matemático, pero es el que más se aproxima a un planteamiento matemático profundo: se trata de una indagación sobre el concepto de verdad, además muy bien escrita. Es intrigante cómo este autor consigue mucho más calado que los anteriores, y en qué forma presenta las características esenciales del hacer matemático.

Cualquiera habrá oído hablar de ecografías, resonancias, escáneres y otros avances médicos. Y atribuirán estos aparatos a algún genio de la Medicina, sin saber que funcionan basándose en teoremas matemáticos. La falta de curiosidad por los entresijos teóricos de estas maravillas técnicas nos preocupa. Cada vez tendemos más a ser «usuarios», como preconizan nuestras autoridades educativas.

Estamos convencidos de la necesidad de una consideración especifica hacia las matemáticas, no sólo como una pesadilla de los años escolares, sino como una ciencia amistosa que resume la evolución de la humanidad en los últimos tres mil años. Tal vez por eso es necesario este año mundial de las matemáticas.●

*** Profesores del Departamento de Matemáticas de la ULPGC y colaboradores de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia**

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

1) *El primer día de un cierto mes es viernes y también lo es el último día. ¿Cómo se explica esto?*

••

2) *Los números 3, 5, 7, 9, 11, 13 forman una progresión aritmética porque, como puede observarse, una vez dado el primer elemento (3) basta con sumar siempre la misma cantidad (2) para ir obteniendo siempre los términos siguientes.*

Como puede ver en la figura, respetando las leyes del dominó, con seis fichas de dominó se ha conseguido formar una progresión aritmética, pues la suma de los puntos de las sucesivas fichas son 4, 5, 6, 7, 8, 9.

0	4	4	1	1	5	5	2	2	6	6	3

Pues bien, le retamos a que trate Vd. de formar más progresiones aritméticas.

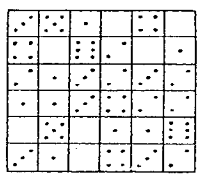
***3)* III Olimpiada Matemática «Thales». Andalucía.**

Un pueblo tiene 2.930 habitantes y se abastecen de una fuente que se alimenta de tres manantiales. Uno de ellos da 1,2 litros por segundo; otro da 40 litros por minuto y el tercero da 5m^3 a la hora. ¿Cuál es la ración de agua por habitante y día?

Soluciones a la semana anterior:

1) Es más ventajosa la opción b) pues cobraría 65.535 ptas. mientras que con la opción a) sólo cobraría 52.000 ptas.

2) Cuadrado mágico formado con 18 fichas de dominó.



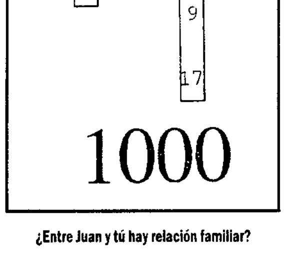
3)

e	a	i	o	i
u	e	u	e	o
o	i	a	o	a
i	u	e	a	i
a	o	u	e	u

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca

No hay parentesco



¿Entre Juan y tú hay relación familiar?

2000 año mundial de las matemáticas

SÁBADO, 28 OCTUBRE 2000 NÚMERO 43

Las hormigas resuelven problemas matemáticos

Marcos Moreno Vega

¿PUEDEN las hormigas resolver problemas matemáticos? Si es así, ¿cómo lo hacen? ¿Podemos emular su comportamiento y diseñar un algoritmo para resolver tales problemas?

Cuando buscan comida, las hormigas realizan, inicialmente, una exploración aleatoria alrededor del hormiguero. A medida que avanzan, segregan feromona que sirve para marcar el camino. Por efectos de la evaporación, la feromona tiende a desaparecer de caminos previamente recorridos. Si alguna hormiga encuentra comida (punto A), retorna al hormiguero (punto B) con una pequeña cantidad y marca, con mayor intensidad, el camino de regreso. Dado que la atracción que sienten por un camino es proporcional a la intensidad de feromona en el mismo, sus compañeras se sentirán atraídas por éste y encontrarán la comida. Cada una de ellas repetirá el comportamiento de la primera y el rastro de feromona en el camino AB se hará cada vez más intenso. Como consecuencia de ello, todas las hormigas acabarán distribuyéndose sobre dicho camino.

Si se coloca un obstáculo en el camino AB (figura 1b), éste determina los puntos C, D, E y F. Ahora, para alcanzar la comida o el hormiguero, deben seleccionar una de las alternativas CD, CF, ED o EF dependiendo de si van desde A hacia B o desde B hacia A. Las elecciones se realizan al azar, ya que sobre estos arcos no existe aún rastro de feromona. Sin embargo, al ser los caminos CDE y EDC menores que los caminos CFE y EFC, en el mismo intervalo de tiempo habrán atravesado más hormigas por los primeros que por los segundos. En poco tiempo, todas las hormigas se decantarán por la elección más corta, ya que la cantidad de feromona será mayor en ésta. Es decir, habrán resuelto el problema del camino mínimo sobre el grafo 1c que representa la situación anterior.

Veamos cómo encontrar la ruta de longitud mínima que recorra todos los vértices del grafo de la figura 2. Inicialmente, se coloca una hormiga en cada vértice y se inicializa el rastro de feromona de cada arista a una cantidad fija. Ahora, cada hormiga escoge un vértice no visitado por medio de un procedimiento aleatorio que asocia mayor probabilidad a los vértices más cercanos que están conectados por aristas con mayor feromona. Este proceso se reitera hasta que todas las hormigas construyen un circuito. Tras esta fase, se decrementa el rastro asociado a todas las aristas en un porcentaje determinado (evaporación), y se aumenta el rastro de toda arista recorrida por una hormiga en una cantidad igual al cociente entre un valor, Q, y la longitud del circuito correspondiente (las aristas de rutas cortas reciben una mayor cantidad de feromona). Los anteriores pasos se reiteran durante un número dado de iteraciones. La mejor ruta encontrada es la solución propuesta al problema.

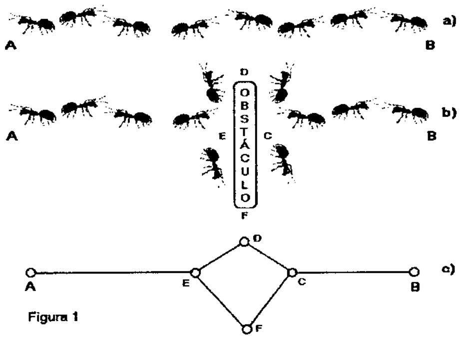


Figura 1

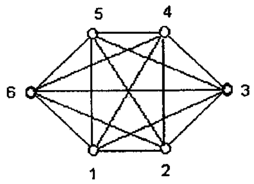


Figura 2

La tabla 1 resume lo obtenido en la primera iteración. La tabla 2 recoge el cambio en la matriz de feromona si el porcentaje de evaporación es del 50%. Se observa que varias de las aristas que pertenecen a la solución óptima (123456) están entre las de mayor rastro. Esta información guiará la búsqueda hacia la solución óptima del problema.●

Tabla 1 (Q=100)

		Ruta	Longitud de la ruta	Incremento en el rastro
Hormiga	1	123564	10.53	9.49
	2	235641	10.53	9.49
	3	321546	9.05	11.04
	4	426135	11.12	8.99
	5	516243	10.88	9.19
	6	653421	9.47	10.55

Tabla 2

0	10 / 45.58	10 / 13.99	10 / 23.99	10 / 25.23	10 / 33.73
	0	10 / 35.03	10 / 33.73	10 / 5	10 / 23.18
		0	10 / 24.74	10 / 52.72	10 / 16.04
			0	10 / 35.03	10 / 35.03
				0	10 / 79.54
					0

Las Matemáticas según Rózsa Péter

José Miguel Pacheco Castelao

POCAS personas ignoran hoy día la existencia de los virus informáticos, esos extraños programas que viajan por las redes de ordenadores cometiendo tropelías de mayor o menor importancia en las máquinas de los sufridos usuarios. Pero también es cierto que pocos –salvo tal vez sus creadores– podrían decirnos qué es exactamente uno de esos virus. Con toda seguridad, un poco de Matemáticas nos aclarará el panorama.

Uno de los fundamentos de la Computación es el concepto de recursividad, lo cual significa que un procedimiento de cálculo puede llamarse a sí mismo y repetirse una y otra vez. Un ejemplo de ello sería: si denominamos F a la expresión *«vete al bar de la esquina, tómate un café, vuelve a casa, y después F»*, nuestro interlocutor estaría tomando cafés eternamente a menos que le diéramos algún criterio de parada en el interior de F. Así pues, F es una expresión o función recursiva. Un virus informático no es más que un caso especial de función recursiva, que ordena hacer una y otra vez alguna pequeña (o no tan pequeña) faena a las instrucciones del sistema operativo del ordenador víctima de su ataque.

Las funciones recursivas están en la base de muchos aspectos críticos de las Matemáticas y de la Informática: El archifamoso teorema de Gödel es tal vez el caso más célebre de utilización de funciones recursivas. Lo que ya es menos sabido es que la teoría general de tales funciones se debe a la húngara Rózsa Péter (1905-1977), quien en 1932, pocos meses después de la publicación del teorema de Gödel, creó la teoría de las funciones recursivas con la presentación de un trabajo en el Congreso Internacional de Matemáticas de Zürich. A éste le siguieron otros muchos, que aún se citan hoy día, y en 1951 publicó su libro capital, *Recursive Functions.* Casi simultáneamente hicieron su aparición los primeros ordenadores y Rózsa Péter culminó su trabajo en 1976 con el último libro que publicó, *Recursive Functions in Computer Theory.*

Rózsa Péter tuvo que cambiar su apellido judío original, Politzer, por el más germánico Péter para escapar a las leyes raciales que proliferaron en Centroeuropa durante los años del nazismo. Después lo conservó y recibió gran cantidad de premios y honores en la Hungría de después de la Segunda Guerra Mundial. Su vida matemática comenzó en 1927, y tras un periodo de clases particulares trabajó en lo que llamaríamos una Escuela Normal de Maestros para pasar posteriormente a un puesto universitario en Budapest. También fue la primera mujer matemática en alcanzar la Academia de Ciencias de su país.

La otra gran contribución de Rózsa Péter fue en Didáctica y Enseñanza de las Matemáticas. Siempre estuvo atenta a la docencia en niveles elementales, y cuenta sus experiencias en el texto de una hermosísima conferencia titulada, naturalmente, «Las Matemáticas son hermosas», pronunciada en Rostock (de la entonces Alemania Oriental) en 1963, y que tal vez algún día traduzcamos al español. Su libro de divulgación *Jugando con el Infinito,* cuya primera edición apareció en Leipzig el año 1955, se ha seguido publicando durante muchos años en sus versiones alemana e inglesa.

Concluyamos ya citando –de la dicha conferencia– cómo ve la actividad matemática la propia Rózsa Péter: «Lo que caracteriza al matemático no es calcular, sino pensar con claridad, esto es, poseer la capacidad de eliminar lo no esencial».●

CONCURSO 2000

Participar es fácil. Basta con:

1.– Elaborar la respuesta de lo que se pide añadiendo en ese papel tus datos personales.
2.– Recortar la cabecera del periódico con la fecha de hoy.
3.– Introducirlo en un sobre y enviarlo a: ***Concurso 2000 - Apartado 329 CP 38205 - La Laguna - Tenerife***

Entre los que respondan se sortearán el día 12 de diciembre, los siguientes premios:

- Un viaje para dos personas a cualquiera de los destinos de Air Europa a la Península.
- Dos viajes de ida y vuelta para dos personas:
  - Los Cristianos-Gomera con vehículo.
  - Tenerife-Santa Cruz de La Palma.
  - Tenerife-Las Palmas.
- Un lote de libros.

4.– Para participar no es necesario responder a todas las sesiones. Cada respuesta recibida entrará en el sorteo.

PROPUESTA PARA ESTA SEMANA

Las matemáticas deparan a veces sorpresas inesperadas y hoy va a tener ocasión de comprobarlo con la prueba que le proponemos. Si quiere tener una ayudita puede utilizar una calculadora, pero si no la tiene a mano, hágalo «a pelo» que también tiene su encanto. Imagínese que tiene una hoja de papel cuadrada. El cuadrado tiene un metro de lado. Ahora vamos a iniciar un sencillo proceso: parta el papel por la mitad; obtiene así dos trozos que de nuevo parte por la mitad; los cuatro papeles que tiene ahora los vuelve a partir por la mitad y continúe partiendo papeles siempre por la mitad. ¿Hasta cuándo va a estar partiendo papeles? Atención porque les relatamos la prueba: con esos papeles Vd. va formando un montón que, lógicamente cada vez será más grueso. Le doy el dato de que diez papelitos puestos uno encima de otro, tienen el grosor de un milímetro. Pues bien, debe partir papeles hasta que el grosor de los papeles que haya cortado sobrepase por primera vez la altura del Teide, esto es los 3.718 metros. La pregunta que le formulamos es: ¿cuántas veces tendrá que partir la hoja de papel con la que empezó? No se asuste y compruebe que no son tantas pero ¡no se ponga a hacerlo empíricamente!... Y ya sabe, cuando haga los cálculos, nos los envía.

2000 año mundial de las matemáticas

MATEMÁTICAS Y MÚSICA (I) SÁBADO, 4 NOVIEMBRE 2000 NÚMERO 44

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

¿Tocaba Galileo en la camerata de los Bardi?

*José Luis Prieto**

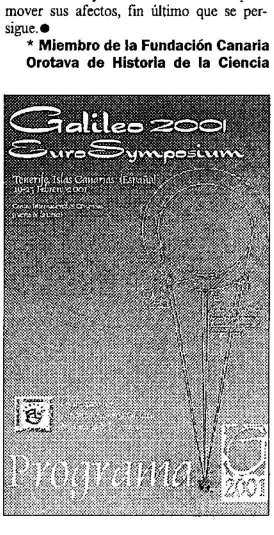
LA matemática ha marchado entrelazada con la música desde sus mismos albores. El pitagorismo y el platonismo sellaron tal alianza en la antigüedad, legando una interpretación intelectualista y rigurosa de la música, considerada en su misma esencia, y relegando sus aspectos auditivos y sensibles a la censura por sus connotaciones placenteras y hedonistas. Un fuerte cordón umbilical, de naturaleza casi mística, unía a la música y la matemática con la armonía del Cosmos y el orden natural. Los planes de estudio de las Universidades medievales consagran esta semejanza mutua ubicando el estudio de la una al lado de la otra y aún en el siglo XVII podemos hallar sus huellas en matemáticos como Kepler y musicólogos como Marin Marsenne.

Conocemos a Galileo Galilei como gran impulsor de la revolución científica moderna e iniciador de su método, consistente en aplicar rigurosamente el lenguaje matemático al estudio de los fenómenos naturales. Pero un uso similar de ese mismo lenguaje estuvo también en la base de otra gran revolución, la que condujo a la música moderna, hasta el punto de que ambas recorrieron de la mano el mismo periplo histórico. Arrancaron a la par y cerraron su ciclo a la vez: los años finales del siglo XIX ven la crisis de sus respectivos paradigmas y Einstein y Schönberg, casi coetáneos y unidos entre sí por tantos lazos en común, abren al unísono su sustitución.

Vincenzo Galilei, padre de Galileo y animador del salón musical literario del conde Bardi, durante el Renacimiento tardío florentino de la segunda mitad del siglo XVI, fue el encargado de trazar, en su *Diálogo de la música antigua y moderna* (1581) el nuevo programa que pondría fin a la música renacentista y abriría la vía sobre la que circularían los dos siglos musicales siguientes: la desaparición de la oscura e irracional polifonía y su sustitución por formas musicales que, instaladas sobre un nuevo concepto matemático de armonía, aportaran racionalidad, claridad y sencillez. No es casual que grandes matemáticos como Descartes, Leibniz o Euler, hicieran también aportaciones significativas en el campo de la teoría musical.

El veneciano Gioseffo Zarlino, coetáneo de Galilei, obra la reducción de la plural modalidad de la polifonía a dos únicos modos, el mayor y el menor, y racionaliza el mundo sonoro gracias a la división matemática de su espacio comprendido en una octava, con el que individualiza la división armónica fundamental. Para uno y otro, veneciano y florentino, las leyes de la armonía musical, obtenidas matemáticamente, son tales porque se pueden extraer de ese gran libro de la naturaleza que habla matemáticamente. Gracias al conocimiento científico de esas leyes musicales, es posible provocar en el oyente el efecto idóneo para mover sus afectos, fin último que se persigue.●

*** Miembro de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia**



Jerónimo Cardano (o Cardan), un singular matemático de vida agitada

Domingo Chinea Miranda

ESTE singular personaje del Renacimiento tuvo una vida bastante agitada y repleta de contradicciones. Nació en Pavía (Italia) en 1501. Su padre Facio fue jurista en Milán, pero poseía una gran habilidad para las matemáticas hasta el punto que el propio Leonardo da Vinci le consultaba cuestiones de geometría. Cardano estudió primero en Pavía y después en Padua, obteniendo el título de doctor en medicina en 1525.

Con sus estudios, compartía una afición empedernida hacia el juego de cartas. Su afición era tal que en ocasiones el juego era su modus vivendi y se dice que incluso tuvo que empeñar las joyas de su mujer y algunos de sus muebles.

Tuvo una vida profesional algo turbulenta. Como médico, intentó ejercer en Milán, pero su afición al juego, unido a que era hijo ilegítimo, motivó el que fuera rechazado en diversas ocasiones por el Colegio de Médicos de Milán, aunque finalmente, por las presiones de sus admiradores, fue aceptado en 1537. Consiguió tal éxito y fama que fue llamado a Escocia en 1552 para atender al arzobispo de St. Andrews, quien estaba moribundo y sin esperanzas de vida. Se decía que padecía tuberculosis. Su visita fue providencial, pues lo curó de su enfermedad, que afortunadamente no era tuberculosis sino asma.

Como muchos de los personajes históricos de su época, aplicó su enorme talento a diferentes campos del saber. Así, también destacó como astrólogo, filósofo, matemático y físico. Su primer trabajo en matemática data de 1539 y es un tratado de aritmética. Cardano era un personaje muy inquieto y preocupado por los nuevos descubrimientos de la época. En estos años estaba muy familiarizado con el álgebra y la trigonometría, y comienza a sentirse atraído por el estudio de las ecuaciones cúbicas. Su obra más importante fue el *Ars Magna*, que apareció en 1545, considerada como el primer tratado de álgebra. La solución de las ecuaciones de tercer y cuarto grado produjo un avance tan sorprendente, que fue la mayor contribución al álgebra desde la época de los babilonios, quienes casi cuatro mil años antes habían aprendido a completar el cuadrado para resolver ecuaciones cuadráticas. Sin embargo, hay que señalar que el primero en estudiar y dar un método para obtener una solución de una cúbica fue S. Del Ferro (1465-1526), quien no lo publicó, revelando su descubrimiento antes de morir a su alumno A. M. Fior. Otro matemático de talento, Nicolás Tartaglia (1500-1557) al parecer tuvo noticias de este descubrimiento, y o bien independientemente, o sobre la base de alguna información consiguió aprender a resolver ecuaciones cúbicas. Al conocer Cardano los avances de Tartaglia, dedicó muchos esfuerzos para arrancarle los secretos de su método, prometiéndole presentarle a un mecenas que resolviera sus problemas económicos. Después de muchos ruegos, Cardano consiguió su propósito y a partir de ahí se dedicó, tranquilamente, a publicarlo como su propio trabajo en su gran obra. En cuanto a las ecuaciones de cuarto grado, Cardano expone el método de resolución que, con gran complacencia, atribuye a su discípulo Ferrari. No obstante, tuvo suficientemente genio matemático para dar una valiosísima aportación personal, estableciendo la teoría general de las ecuaciones cúbicas y cuárticas, discutiendo cuántas raíces podía tener una ecuación y dándose cuenta de la necesidad de los números negativos y los complejos para obtener soluciones completas.

Su vida no tuvo desperdicios. En 1546 su mujer murió a la edad de 31 años, dejando tres hijos. El mayor envenenó a su propia esposa, siendo por ello condenado y ejecutado. Otro de sus hijos fue un criminal y estuvo en prisión muchas veces.

Fue astrólogo y creía en los sueños y la magia. A su paso por Londres, de regreso de Escocia, le hizo el horóscopo al rey Eduardo VI, y le predijo que gozaría de una vida muy larga y tendría un próspero porvenir, lo cual le puso en una situación incómoda cuando el rey murió poco después. También tuvo la osadía de hacer el horóscopo de Jesucristo y de escribir un libro en homenaje a Nerón. Por ello fue encarcelado en 1570, acusado de hereje, y cuando lo liberaron un año después, se trasladó a Roma y obtuvo una pensión de la Santa Sede. Murió el 20 de septiembre de 1576 tal y como lo había predicho y se dice que se abstuvo de tomar alimentos con el fin de hacer correcta dicha predicción.●

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

1) *Una termita llega a los dos tomos de un «Quijote». Cada tomo tiene 600 páginas (incluidas las del principio y las del final). Y abre su canal desde la primera página del tomo primero hasta la última del segundo tomo. ¿Cuántas páginas agujereó la culta termita?*

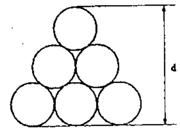
••

2) *Se ha colocado sobre una mesa un juego completo de fichas de dominó, formando un patrón rectangular con algunas de ellas en sentido vertical y otras en horizontal, pero todas en contacto, cuanto menos con otra ficha. Alguien ha copiado las posiciones de cada número pero sin delinear las siluetas de las fichas. La tarea consiste en determinar los números que van juntos formando fichas separadas.*

5	1	4	6	0	3	3	5
6	5	4	6	2	2	4	0
4	5	4	5	0	0	2	5
6	2	1	3	3	6	3	0
4	2	3	5	0	1	6	6
0	1	4	1	4	1	5	6
2	1	3	2	0	3	2	1

***3)* III Olimpiada provincial; Alicante, 1994.**

Las seis circunferencias de la figura tienen igual radio, r = 2 cm. Calcula la distancia d.



Soluciones a la semana anterior:

1) La única posibilidad sería un mes de febrero de un año bisiesto.

2) Le indicamos una de las posibles progresiones: (0,0) (0,2), (2,2), (2,4), (4,4), (4,6).

3) Le corresponden a cada habitante 96 litros por día.

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca

Bajo su mando, sí

178
\+ 591
\+ 23
I

¿Acatarán las órdenes?

2000 año mundial de las matemáticas

SÁBADO, 4 NOVIEMBRE 2000 NÚMERO 44

Cazando primos gigantes

Luis González Sánchez

LOS números como 2, 3, 5, 7, 11, 13..., que no pueden escribirse como producto de dos números más pequeños se denominan primos. Por el contrario, los números como 6 = 2 x 3, 63 = 3 x 3 x 7 ó 154 = 2 x 7 x 11, se descomponen como producto de primos, razón por la cual se les llama números compuestos. La lista de números primos nunca se acaba, y algunos matemáticos se han especializado en encontrar números primos cada vez más grandes, como el cazador que se afana en capturar una pieza cada vez mayor.

Pero, ¿qué interés puede tener este extravagante deporte consistente en la «caza del primo gigante»? Una de las razones por la que los matemáticos se afanan en conseguir grandes primos es que estos números son de gran utilidad en Criptografía. El funcionamiento de algunos modernos sistemas criptográficos, basados en la Teoría de Números, consiste en lo siguiente: se comienza encontrando dos números primos muy grandes, digamos, por ejemplo, los primos «gigantes» 89 y 97, con los que se encripta el mensaje. A continuación, el criptógrafo multiplica los dos primos: 89 x 97 = 8633 y hace público el resultado, pero mantiene en secreto los factores 89 y 97. Aunque el «pirata informático» conoce el resultado de esta multiplicación necesita, para poder descifrar el mensaje secreto, factorizar el número 8633. Es decir, necesita averiguar los dos «pedazos» o factores primos (89 y 97) de los que se compone el número 8633. Este cálculo, para números que en la realidad son mucho más grandes que los de nuestro ejemplo, no le será nada fácil (ni siquiera disponiendo de ordenadores muy potentes) y nuestro mensaje secreto quedará a salvo de los curiosos.

La cuestión es cómo encuentran los matemáticos estos números primos enormes. Actualmente, la principal cantera para la obtención de primos gigantes la constituyen los llamados primos de Mersenne, así llamados en honor de Marin Mersenne, monje francés del siglo XVII que los estudió detalladamente.

Estos primos se obtienen de una forma muy sencilla. Pensemos en un número primo pequeño (enano), por ejemplo el 5. Multipliquemos 2 por 2 cinco veces, y al resultado de esta multiplicación le restamos 1:

2 x 2 x 2 x 2 x 2 – 1 = 31 ¡¡¡primo!!!

Pensemos ahora en otro primo (enano), por ejemplo el 7. Multipliquemos 2 por 2 siete veces, y al resultado de esta multipliación le restamos 1:

2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 – 1 = 127 ¡¡¡primo!!!

No siempre tendremos tanta suerte. Multiplíquese 2 por 2 once veces y réstese 1 al producto; el resultado es 2047 que no es primo, ¿por qué? Pero cuando el resultado sea un número primo, se le llama un primo de Mersenne y puede llegar a ser muy grande. Para un buen cazador de primos no hay pieza más codiciada que un primo de Mersenne. De hecho, el mayor número primo hoy conocido, cazado el 1 de junio de 1999 por Nayan Hajratwala, es el primo de Mersenne:

2 x 2 x ... ... x 2 – 1

¡¡¡ el mayor primo conocido!!! que se obtiene multiplicando 6.972.593 veces 2 por 2 y restando 1 al resultado de dicha multiplicación. Por falta de espacio en este periódico, renunciamos a escribir este «recordnumber» de los primos, pues tiene nada menos que la escalofriante cantidad de:

¡¡¡2.098.960 cifras!!!

Para capturar este primo gigante se utilizó un sofisticado teorema de la Teoría algebraica de Números: el test de primalidad de Lucas-Lehmer, el cual nos permitió decidir que el número indicado es primo. El soporte informático para los cálculos fue coordinado por el programa GIMPS (Great Internet Mersenne Prime Search) que, desde su fundación en 1996, ha ganado todos los años el «Óscar al mayor número primo». ¿Volverá a ganar GIMPS este año el Óscar, con un nuevo primo gigante de Mersenne?●

Calomarde y su Plan de 1825

El ministro Francisco Tadeo Calomarde promulgó en 1825 el Plan y Reglamento general de Escuelas de primera educación (16 de febrero). En su preámbulo indica que la primera enseñanza es la más útil y necesaria con el objeto de proporcionar: «...la doctrina indispensable para que (los niños) sean buenos cristianos y vasallos aplicados y útiles en las diversas ocupaciones y ministerios de la vida civil y religiosa».

En este Plan se indica la conveniencia de crear una escuela en todos los pueblos de más de 50 vecinos y en los de menos se permite que la enseñanza se confíe a «...algún eclesiástico o sirviente de la Iglesia o a cualquier vecino honrado que sepa bien la doctrina cristiana, leer, escribir y contar».

El cero

La aparición del cero como número para simbolizar la «nada» ha sido uno de los mayores inventos que ha producido la humanidad. No se sabe quién pudo ser su inventor. Sólo que se trata de un hindú anterior al siglo IX.

Los indios (India) le llamaron «sunya», que significa «vacío». Los árabes fueron quienes lo llevaron a Occidente aunque con la denominación de «céfer» que también significa «vacío» en su lengua. Ese vocablo sufrió luego deformaciones, dando lugar a dos palabras: cero y cifra.

CONCURSO 2000

Participar es fácil. Basta con:

1.– Elaborar la respuesta de lo que se pide añadiendo en ese papel tus datos personales.

2.– Recortar la cabecera del periódico con la fecha de hoy.

3.– Introducirlo en un sobre y enviarlo a: ***Concurso 2000 - Apartado 329 CP 38205 - La Laguna - Tenerife***

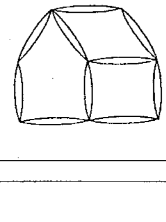
Entre los que respondan se sortearán el día 12 de diciembre, los siguientes premios:

- Un viaje para dos personas a cualquiera de los destinos de Air Europa a la Península.
- Dos viajes de ida y vuelta para dos personas:
  - Los Cristianos-Gomera con vehículo.
  - Tenerife-Santa Cruz de La Palma.
  - Tenerife-Las Palmas.
- Un lote de libros.

4.– Para participar no es necesario responder a todas las sesiones. Cada respuesta recibida entrará en el sorteo.

PROPUESTA PARA ESTA SEMANA

Hoy le propondremos una prueba manipulativa. Búsquese unos palillos y construya una casa como la de la figura y luego indíquenos cómo desplazando únicamente dos palillos se puede orientar en sentido opuesto.



MATEMÁTICAS Y MÚSICA (II)

El pequeño libro de notas de Ana Magdalena Bach

*José Luis Prieto**

¿QUÉ mejor tratado de los afectos que esta pequeña joya de la música barroca? Si algo fascinó durante dos siglos a músicos y matemáticos fue el misterio de cómo una estructura matemática podía mover tan perfectamente los afectos humanos. Una incógnita que espoleó a los mejores intelectos de la época a reflexionar sobre ello, hasta el punto de construir un cuerpo teórico propio que se conoce con el nombre de *Affektenlehre* o *Teoría de los afectos.* Si sus primeros formuladores fueron Zarlino y Galilei, es en la obra del jesuita Athanasius Kircher *Misurgia universalis ars magna consoni et dissoni* (1650) donde se codifica.

La claridad plena de racionalidad, la sencillez de su funcionamiento y la seguridad de sus reglas deben permitir al músico prever y regular, mediante cálculos exactos, la eficacia de su lenguaje sobre los oyentes. El estudio de la armonía se transforma, entonces, en una indagación de cómo la estructura matemática racional y ordenada del universo se revela en la estructura acústica, física y sensible de la música; fenómeno de la naturaleza que, al igual que los demás, se ofrece al estudio del filósofo o del científico.

Ejercicio oculto de la aritmética que no sabe hacer el cálculo por sí misma. Con esta célebre definición, expresaba Leibniz su convicción tanto en la sólida estructura matemática de la música como su propiedad de revelarse por medio de su percepción sensible. En la música se manifiesta de manera privilegiada la naturaleza y, por lo tanto, la armonía que rige el universo. La fascinación que ejerce sobre nosotros —prosigue el filósofo— está motivada por la proporción de los números y el cálculo de las vibraciones de los cuerpos sonoros causado por el efecto de determinados intervalos. Si experimentamos placer al escuchar sonidos es precisamente porque en tal acto de escucha realizamos ya cálculos aritméticos inconscientes. *Verdaderamente, así como nada es más placentero a los sentidos del hombre que la armonía musical, tampoco nada es más placentero que la maravillosa armonía de la naturaleza, de la que la música es únicamente un incipiente saboreo y una pequeña evidencia.*

Tal vez ningún otro teórico de la música haya expresado tan ejemplarmente la exigencia de reconciliación entre sensibilidad e intelecto, entre razón y ciencia. De semejante caldo de cultivo aflora ese clima musical de la Alemania luterana que personaliza insuperablemente la gran obra de J.S. Bach. Su poderosa arquitectónica es el equivalente musical de la de Leibniz en filosofía.●

*** Miembro de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia**

Prácticas y estrategias metrológicas que perduran en la tradición oral canaria

José Manuel González Rodríguez

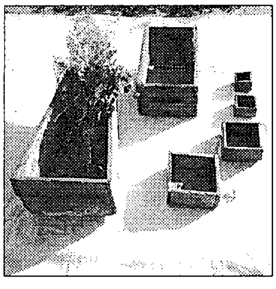
LA práctica metrológica con el uso de los patrones métricos desterró el uso de antiquísimas estrategias de medición, que, sustentadas en la rica tradición grecolatina y mesopotámica, se mantuvieron casi invariables durante siglos. Tales prácticas arraigaron profundamente entre las clases populares conformando una parte de la sabiduría popular tradicional, y, en la actualidad, lejos de haber desaparecido de nuestros campos, perduran en las tareas más sencillas que incumben a la siembra y cosecha de los vegetales.

Las unidades premétricas castellanas, introducidas en las Islas tras la Conquista, conforman la base de nuestro ordenamiento metrológico. En particular, heredamos su modelo ponderal, de procedencia romana, que ha perdurado unificado y estable, tanto en medición como en denominaciones, usos y complejo de divisores y múltiplos, particularmente dicotómico. Así, lo podemos comprobar cotejando las ordenanzas de los siglos XV y XVI, los textos de Aritmética y Agrimensura dieciochescos y decimonónicos (Bandini, 1816; S.M. Carro, 1853; E. Culla y Serra, 1871, y Escolar y Serrano, 1802) y nuestras encuestas recientes.

Libras y onzas se siguen usando en el pesaje de los gallos de pelea

Recogiendo el grano con una cuartilla. Fuerteventura, 1998

De igual forma habremos de entender el sistema de la fanega castellana como padre de nuestros patrones premétricos: fanega, media fanega, almud o celemín, medio, cuartillo y ochavo. Aunque los aforos difieren entre Islas y aun entre comarcas de un mismo entorno insular, su sistema de múltiplos y divisores es extensible a todo el marco isleño; así como sus usos y técnicas, donde los granos que se miden «al colmo» o «encolmados» se distinguen de los «rayados» o «aferios» en igual manera. Es más, la conversión tácita que identifica un almud de trigo con 5 kg. de peso también aparece generalizada en todos los rincones de Canarias.



El sistema de la fanega en Canarias

Por último, si analizamos aquellas unidades que tradicionalmente se han utilizado en el cómputo de la extensión de los terrenos, sabemos que, aun en la actualidad, las tierras de cultivo se valoran en fanegadas, almudes o celemines y cadenas. La fanegada varía en extensión según las distintas comarcas e Islas del Archipiélago. Es mayor en Fuerteventura y Lanzarote (alrededor de 13.000 m^2.) que en Tenerife (en torno a los 5.000 m^2); y esta dispersión de magnitudes se explica por las diversas condiciones agroclimáticas de las Islas. En las más orientales, la lluvia es más escasa y se precisa, por tanto, mayor cantidad de terreno para asegurar la correcta germinación de la misma cantidad de cereal. La fanegada se divide en cuatro cuartillas o doce almudes o celemines, y esta estructura métrica permite siempre la división exacta por 3, 4, 6 y 12, facilitando la ejecución de repartos proporcionales entre medianeros, dueños y grupos de labriegos.

Se reconoce un ordenamiento causal entre las medidas agrarias romanas y castellanas, que también se puede rastrear en nuestro Archipiélago. La identificación: aranzada castellana = heredium romano, queda corroborada por su sistema de divisores; pues:

El heredium comprende: $2.2.30.480 = 2^8 . 3^2 . 5^2$ pies $romanos^2$; mientras que la aranzada, de acuerdo con Besnier Romero, supone 400 $estadales^2$, esto es: $400.16\ varas^2 = 2^8 . 3^2 . 5^2$ pies $castellanos^2$.

Entonces, la fanega de tierra castellana, de 576 $estadales^2$ o 12 celemines de terreno no puede ser la predecesora histórica de nuestras fanegadas (al menos en las Islas occidentales), por cuanto, de acuerdo con Bandini (1816), Escolar y Serrano (1801) y D. Darias Padrón (1863), tanto la tinerfeña como la conocida en Gran Canaria comportaban 1.600 $brazas^2$. Y así, la fanegada de Gran Canaria debe incluir:

$$1 \text{ fanegada} = 1.600 \ . \ (2 + 1/6)^2 \ . \ 3^2 \text{ pies}^2 = 5.503{,}66 \text{ m}^2$$

que podemos entender como:

$$400 \ . \ 4 \ . \ 4 \ . \ 3^2 \text{ pies} \approx 5^2 \ . \ 3^2 \ . \ 2^8 \text{ pies}^2$$

apareciendo de nuevo la descomposición factorial del heredium romano.

En todo caso, conocemos el uso indiscriminado de la fanega de terreno castellana, de la propia aranzada y de la fanegada canaria en los primeros documentos escritos tras la Conquista, sin que podamos situar claramente en el tiempo la distinción entre los tres patrones agrarios. Esto es, las conclusiones de Bandini, Escolar y Serrano y otros expertos en metrología isleña no dejan de ser artificios puramente matemáticos, necesarios para traducir nuestros antiguos patrones agrarios en equivalentes métricos.●

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

1) *Lo que se indica en cada apartado es falso. Averigüe por qué.*

a) Se serrucha un trozo de madera para que tome forma de paralelogramo. Si los cuatro lados son iguales, entonces es un cuadrado.

b) Si a una figura en forma de cuadrado se le duplica el lado, entonces el área del nuevo cuadrado también se duplica.

c) Alguien me dijo que había estado varias horas tratando de descomponer el 100 en la suma de 25 sumandos, todos ellos impares y que al final lo había conseguido.

••

2) *Dos hermanos que van al mismo colegio no tardan lo mismo en hacer el recorrido. El más diligente tarda 20 minutos mientras el otro tarda 30 minutos. ¿En cuántos minutos alcanza el diligente al otro si éste ha salido de casa cinco minutos antes?*

••

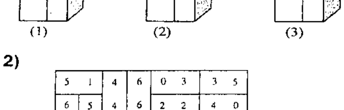
***3)* V Olimpiada Matemática; Aragón, 1993.**

Resolver esta suma teniendo en cuenta lo siguiente: cada letra se debe sustituir por una cifra diferente; cuando la letra se repite, se repite también la cifra correspondiente. Está prohibido usar el cero y el uno. El resultado ha de ser una suma correcta.

SI + SI + SI + SI + SI = ASI

Soluciones a la semana anterior:

1) Depende. En la posición (1) la termita no agujerea ninguna página o, en todo caso, hace un agujero a las del tomo 1 pero ninguna del tomo 2. En la posición (2) les hace un agujero a todas las páginas y en la (3) a ninguna.



(1) (2) (3)

2)

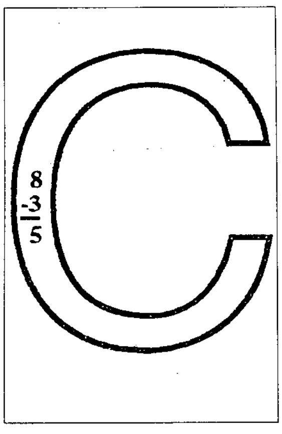
5	1	4	6	0	3	3	5
6	5	4	6	2	2	4	0
4	5	4	5	0	0	2	5
6	2	1	3	3	6	3	0
4	2	3	5	0	1	6	6
0	1	4	1	4	1	5	6
2	1	3	2	0	3	2	1

3) La distancia d mide 10,92 cm.

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca

En la cresta



¿Dónde se hirió el gallo?

2000 año mundial de las matemáticas

SÁBADO, 11 NOVIEMBRE 2000 NÚMERO 45

MENOS MAL QUE FUE TYCHO BRAHE

Luis Balbuena Castellano

EL año 1572 ya no corresponde a la Edad Media. Tampoco al «Siglo de las Luces». Está pues entre las tinieblas y la claridad en lo que al desarrollo de la Ciencia se refiere. El día 11 de noviembre de ese año sucedió algo curioso que fue visto y registrado por alguien que, aunque en aquel momento era sólo un estudiante de Astronomía, más tarde llegaría a ser uno de los grandes en ese área. Me refiero a Tycho Brahe (1546-1601). Tras una tarde de trabajo en el laboratorio de alquimia de un tío suyo, regresaba a su casa, ya de noche, cuando al mirar al cielo observa una estrella que no había visto antes. Era una estrella incluso más brillante que Venus. Si ese acontecimiento hubiese sucedido dos siglos antes, se habrían producido reacciones un tanto histéricas adjudicando el fenómeno a vaya usted a saber qué extrañas maldiciones divinas. Pero ya en esa época la Astronomía había avanzado algo y por eso el joven Tycho trató de averiguar la explicación del fenómeno. Se pasó la noche haciendo observaciones y mediciones estelares.

Para comprender mejor el alcance de lo que estaba ocurriendo con ese fenómeno conviene recordar, aunque sea brevemente, qué concepción del universo reinaba en aquel momento. Las teorías de Aristóteles sobre la cosmología hablaban de dos regiones en el firmamento: la Sublunar, donde se producían todos los cambios (vientos, rayos, cometas,...), y la Supralunar, donde todo era eternamente inmutable. Lo que en esta zona está viene de la eternidad y camina exactamente igual, hacia la eternidad.

Por supuesto aún se seguía pensando en que la Tierra era el centro del Universo.

Como consecuencia de esa concepción cosmológica, aquello nuevo tenía que ser algo Sublunar. Era la opinión de los estudiosos. Pero Tycho no estaba muy convencido de ello. Es más, se convenció de lo contrario, es decir, ¡era un objeto Supralunar! Es fácil imaginar en aquella época lo que tal concepción podría suponer: nada menos que algo mutable en la región de lo inmutable.

¿Qué fue lo que convenció a aquel estudiante? El siguiente razonamiento: la Tierra ve cómo los objetos giran a su alrededor (movimiento aparente, decimos hoy). Si observamos un objeto al principio de la noche y otra vez al final, no lo estamos observando desde el mismo lugar y su posición debe aparecer ligeramente cambiada: se trata del fenómeno conocido como «paralaje». Es claro que en los objetos sublunares, el paralaje es notable y casi imperceptible en los supralunares ¿Qué pasó? Pues que incluso con los instrumentos de observación de Tycho (anteriores al telescopio), aquella nueva estrella ¡no tenía paralaje! Por tanto estaba en la zona «eternamente inmutable».

En 1573 Tycho se atrevió a publicar *De Nova Stella* con sus observaciones a pesar de que aquella «nova stella» ya no existía... lo cual le daba más «morbo» aún a la situación.

Hoy sabemos que lo que vieron Tucho, otros astrónomos y el resto de los ciudadanos, era lo que hoy llamamos una «supernova», es decir, un acontecimiento estelar que consiste en la explosión violenta de una estrella que, por consiguiente, aumenta extraordinariamente su luminosidad para luego desaparecer.

Es evidente que nadie sabía dar esta explicación en aquel momento pero sí podemos indicar que aquella fecha y el fenómeno observado y descrito por Tycho, supusieron un duro golpe al sistema cosmológico imperante. Los resultados eran concluyentes y aunque siempre hubo quien tachó al joven de estúpido, los estudiosos más serios y competentes le dieron la razón y empezaron a hacer tambalear aquel edificio de esferas y de orden eterno e inmutable.●

CONCURSO 2000

Participar es fácil. Basta con:

1.– Elaborar la respuesta de lo que se pide añadiendo en ese papel tus datos personales.

2.- Recortar la cabecera del periódico con la fecha de hoy.

3.- Introducirlo en un sobre y enviarlo a: ***Concurso 2000 - Apartado 329 CP 38205 - La Laguna - Tenerife***

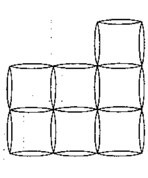
Entre los que respondan se sortearán el día 12 de diciembre, los siguientes premios:

- Un viaje para dos personas a cualquiera de los destinos de Air Europa a la Península.
- Dos viajes de ida y vuelta para dos personas:
  - Los Cristianos-Gomera con vehículo.
  - Tenerife-Santa Cruz de La Palma.
  - Tenerife-Las Palmas.
- Un lote de libros.

4.– Para participar no es necesario responder a todas las sesiones. Cada respuesta recibida entrará en el sorteo.

PROPUESTA PARA ESTA SEMANA

Los palillos se están poniendo de moda, así que hoy también jugaremos con ellos. Construya la figura e indíquenos tres formas distintas de quitar tres palillos y dejar cinco cuadrados iguales.



2000 año mundial de las matemáticas

SÁBADO, 18 NOVIEMBRE 2000 NÚMERO 46

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

Kant y la certeza de las matemáticas

*José Federico**

LA imagen tradicional de la matemática era la de un cuerpo de *verdades* que gozan de *certeza* absoluta, y que son *necesariamente* válidas. La matemática parecía un milagro, porque aquí el pensamiento puro parece alcanzar conocimiento de la esencia de las cosas. Estamos seguros de que no es posible —salvo que juguemos con las palabras— un mundo en el cual 7 y 5 no sean 12, y creíamos estarlo de la imposibilidad de un mundo en el que haya varias (o ninguna) paralelas a una recta dada por un punto exterior. Esa imagen se ha quebrado en parte, pues hoy sabemos que —cuando menos— algunos axiomas matemáticos no son necesarios ni ciertos, sino que pueden ser aceptados o rechazados a voluntad (o a conveniencia de la teoría física). Pero aquélla imagen es todavía la que guió las reflexiones de Kant en torno a las matemáticas.

El problema del conocimiento matemático es una cuestión central de la célebre *Crítica de la razón pura* (1787). Para Kant, los teoremas de la geometría o la aritmética eran ejemplos preclaros de «juicios sintéticos *a priori*», verdades que comunican información sustantiva sin depender de la experiencia de los sentidos. Analizando por qué son válidos esos juicios, Kant quiso establecer una doctrina que permitiera poner límites a las pretensiones de la metafísica. Defendió que el *espacio* y el *tiempo* puros, de los que hablara Newton, son *formas de la intuición*: todo objeto que percibamos aparecerá en el espacio y en el tiempo, pero no porque las cosas sean en sí mismas espaciales o temporales, sino porque nuestra intuición humana (que no es la única posible) tiene esa constitución. Y afirmó que el conocimiento matemático es necesariamente intuitivo, que se basa en la elaboración y desarrollo de conceptos siempre sobre la base de la intuición pura.

La imagen resultante era atractiva y simétrica: la teoría de la intuición pura del tiempo era la aritmética, la teoría de la intuición pura del espacio la geometría. Matemáticos de primer rango como el irlandés Hamilton (padre de los cuaterniones), se vieron atraídos por esa doctrina y la desarrollaron. Pero nótese que en la concepción kantiana el conocimiento matemático sólo se presenta como verdadero, cierto y necesario, no con respecto a la *realidad* de las cosas mismas, sino para los fenómenos tal como *aparecen* en nuestra experiencia. Un matemático como Cantor se exasperaba ante esta perspectiva escéptica, que en su opinión conducía al «descrédito de la razón humana».

Ya algún tiempo antes, el inmenso Gauss había llegado a la convicción de que Kant andaba errado. Tras mucho reflexionar, Gauss alcanzó la conclusión de que la geometría euclídea no era necesaria ni cierta: lógicamente son posibles las geometrías no euclídeas, y sólo la evidencia empírica puede decidir cuál de esas geometrías es la real. Esto suponía, para Gauss, que si bien la aritmética era válida *a priori*, la geometría no lo es: el espacio «tiene también una *realidad fuera* de nuestro espíritu».

El desarrollo de la ciencia le ha dado la razón a Gauss, y la matemática se ha orientado hacia niveles de abstracción y anti-intuitividad que hubieran asustado al viejo Kant. Pero la doctrina kantiana sigue teniendo un indudable atractivo, y no falta quien intenta revitalizarla.●

*** Profesor del Departamento de Lógica y Filosofía de la Ciencia en la Universidad de Sevilla y colaborador de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia**

Kolmogorov

Ana Teresa-Jiménez Mola

ANDREI N. Kolmogorov, nació en Tombov el 25 de abril de 1903. Su padre era un agrónomo. Su madre murió al dar a luz; su educación fue asumida por la hermana de su padre, Vera Yakolevna.

Kolmogorov llegó a la Universidad de Moscú en el otoño de 1920 y siguiendo la moda se inscribió en los estudios de Historia de Rusia, pero rápidamente comenzó a frecuentar también los seminarios de matemáticas; de hecho, su trabajo se orientó a distintas ramas de las matemáticas, aunque jamás abandonó su interés por las ciencias sociales y por las artes.

Kolmogorov es conocido mundialmente como uno de los más grandes matemáticos del siglo por su trabajo sobre los fundamentos de la teoría de probabilidades. Comenzó trabajando con Khinchin sobre la convergencia de sumas de variables aleatorias independientes, problema para el cual encontraron condiciones necesarias y suficientes. En 1928, logró descubrir condiciones necesarias y suficientes para que la «ley de los grandes números» fuese válida, problema que se arrastraba de antaño y en el cual habían trabajado, entre otros, Chebyshev y Markov. En 1929 abordó el problema de la axiomatización de la teoría de probabilidades usando las herramientas de la teoría de la medida. Seguía ideas antes esbozadas por el propio Borel y por Lomnicki. Publicó primero una corta nota, «Una Teoría general de la medida y del cálculo de Probabilidades». Cuatro años más tarde, en 1933, la idea original de Borel encontró su forma más acabada en la clásica monografía de Kolmogorov «Conceptos fundamentales de la Teoría de Probabilidades» publicada en alemán por Springer-Verlag. Esta monografía también formulaba conceptos básicos para el desarrollo de la teoría de procesos estocásticos, sucediendo a otra sobre «Métodos analíticos en Teoría de Probabilidad». En esta última monografía, Kolmogorov descubrió profundas relaciones entre los procesos markovianos y las ecuaciones diferenciales.

En el período que precedió a la Segunda Guerra Mundial escribió más de sesenta artículos sobre la teoría de probabilidades, geometría proyectiva, estadística, la teoría de funciones de variable real, topología, matemática lógica, matemática biológica, filosofía e historia de la matemática. En 1931, se hizo profesor de la Universidad de Moscú, y en 1937 obtuvo la cátedra sobre la Teoría de la Probabilidad. Desde ese tiempo data la amistad entre Kolmogorov y el matemático P.S. Alesandrov, a pesar de que ya se conocían desde hace tiempo, su amistad comenzó en un viaje por el Volga que organizó Kolmogorov. Después de regresar del viaje alquilaron la primera de una serie de casas, en el cercano pueblo de Klyaz'm, y se instalaron junto con la tía de Kolmogorov.

En 1935, adquirieron una casa antigua señorial en Komarovka, con espacio para una gran biblioteca y para varios invitados. Esta casa se convirtió en un lugar de reunión para los matemáticos. Kolmogorov solía decir que como regla general, de los siete días de la semana, cuatro son gastados en Komarovka, uno de los cuales está dedicado por completo a la recreación física: esquiar, remar, hacer largas excursiones a pie (estas largas caminatas cubrían de media unos 30 Km., llegando incluso a los 50); en los soleados días de marzo, salían sobre sus esquís llevando unos pantalones cortos, durante más de cuatro horas de un solo tirón. Durante los otros días el ejercicio matutino era obligatorio, complementado en el invierno por una carrera de 10 Km. en esquí. Una jornada típica en la Komarovka tenía el siguiente horario: desayuno de 8 a 9; estudio de 9 a 14; almuerzo a las 14; esquí, carreras o caminatas de 15 a 17; comida de 17 a 18; luego lectura, música, discusión sobre temas científicos generales; finalmente, una corta caminata nocturna, especialmente durante las noches de luna en invierno; término de la jornada alrededor de las 23 horas. El dúo de científicos se destacó por su pasión por los deportes acuáticos y por las caminatas en la nieve. A todos sus alumnos supieron comunicar su inquietud por una formación integral.

Después de la Segunda Guerra Mundial nacieron nuevos y numerosos trabajos de Kolmogorov y sus alumnos sobre varios campos. Kolmogorov pasó de la teoría de la probabilidad a la teoría de la información y la estadística, luego a la cibernética y a la lógica constructiva. Pero también dedicó muchos años al trabajo en una escuela.

El año 1956, Kolmogorov llegó a la conclusión de que cada función continua, de cualquier número de variables, puede ser representada como la composición de funciones continuas de tres variables. Redujo así el problema de Hilbert a un problema de representación de funciones sobre árboles universales en tres dimensiones. Posteriormente este problema fue resuelto en 1957 por Arnol'd bajo la dirección de Kolmogorov, con una respuesta negativa a la conjetura de Hilbert: toda función continua de tres variables puede ser representada como composición de funciones continuas de dos variables. Enfocó luego las investigaciones en estos temas hacia los problemas de inestabilidad hidrodinámica, volviendo a estudiar los fenómenos de turbulencias. En la década de los sesenta, se propuso reformular esta Teoría desde el punto de vista de la generación de algoritmos. Finalmente, en la década de los 80 destacamos su trabajo sobre la aleatoriedad de sucesiones, que fue el trabajo inaugural del Primer Congreso Mundial de la Sociedad Bernoulli. Estos últimos fueron en gran parte dictados, ya que sufría una grave afección en la vista que lo tenía prácticamente ciego.

Kolmogorov murió en 1987 en Moscú rodeado del cariño de su esposa y de sus discípulos.●

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

***1)** ¡Cuidado con responder lo primero que se le ocurra!*

a) Una botella y su tapón cuestan 11 pesetas pero la botella cuesta diez pesetas más que el tapón. ¿Cuánto cuesta cada uno?

b) Un libro y su forro cuestan 2.500 ptas. El libro cuesta 2.000 ptas. más que el forro. ¿Cuánto cuesta cada uno?

c) Un padre tiene seis hijos y cada hijo tiene una hermana. ¿Cuántos hijos son en total?

••

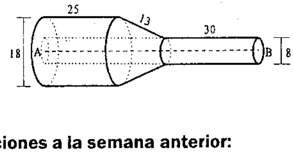
***2)** En un centro de la tercera edad se han formado cinco clubs para pasar el rato: ajedrez, envite, dominó, subastado y parchís. El primero jugará un día sí y otro no; el segundo, cada tercer día; el tercero, cada cuatro días; el cuarto cada cinco días y el quinto, cada seis días.*

El día 1 de enero del 2001 jugarán todos los clubs. Vamos a hacerle ahora dos preguntas: a) ¿qué día volverán a jugar los cinco clubs? Y b) ¿qué días de los tres primeros meses no juega ningún club?

••

***3)* V Olimpiada Matemática; 1994.**

Determinar la distancia entre A y B del tubo representado en la figura, utilizando las medidas indicadas, dadas en cm.



Soluciones a la semana anterior:

1) a) No basta con tener los cuatro lados iguales pues el rombo también los tiene. Para que sea cuadrado hay que conseguir que los ángulos también sean iguales.

b) No. El área se cuatriplica.

c) Imposible. No se puede conseguir una suma par con un número impar de sumandos.

2) Los dos hermanos coinciden a los 10 minutos de la salida del diligente.

3) I=5, S=7 y A=3.

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca

Con unos deseos

11
LL

¿Cómo lo adornamos?

2000 año mundial de las matemáticas

SÁBADO, 18 NOVIEMBRE 2000 NÚMERO 46

Los números y el Teide

Luis Balbuena

LAS Cañadas del Teide constituyen uno de los espectáculos naturales más bellos y visitados del mundo. La visión es sobrecogedora cualquiera que sea el punto cardinal desde el que se mire. Pero si, por ejemplo, nos situamos en el Parador Nacional y miramos hacia el Pico Teide, veremos el cono volcánico en todo su esplendor.

Nos disponemos ahora a jugar con los números que se esconden dentro de esa imponente mole. Admitamos como pura abstracción que lo que vemos es un cono. De hecho, así se le llama científicamente: «cono volcánico».

Con un mapa de escala adecuada podemos saber que, desde las Cañadas, el cono tiene 1.418 metros de altura y haciendo un círculo lo más ajustado posible con las curvas de nivel de la base, se puede aceptar que el círculo de la base tiene 6.500 metros de diámetro.

Total que una buena aproximación al Teide es un cono de 1.418 m. de altura y 3.250 m. de radio de la base.

Con esos datos y con la ayuda de una calculadora podemos saber que su volumen es igual a 15.684.532.220 metros cúbicos ¡más de 15 mil millones de m^3!

Con el fin de hacernos una idea de la magnitud de ese número vamos a hacer un poco de «número-ficción»:

* Suponiendo que quisiéramos transportar ese material con camiones de 40 m^3 de carga, se necesitaría dar 392.113.305 viajes.

* Si sale un camión cargado de material cada dos minutos, se necesitarían 544.601 días para transportarlo todo, que pasados a años resulta 1.492 años. Es decir, que si el primer camión hubiese salido al nacer Cristo, el terreno se habría allanado ¡cuando Colón llegó a América!

* Si con el material extraído se quiere hacer un dique que tenga 10 metros de ancho y 25 metros de altura (una casa de 9 pisos más o menos) ¿qué longitud tendría el dique? Pues nada menos que 62.738 km. de largo es decir, que ¡le daría una vuelta y media a la Tierra!

* Dé rienda suelta a su imaginación y haga más «número-ficción» con nuestro espectacular Teide.●

El primer sello adhesivo

Antes del 6 de mayo de 1840 el trasiego de correspondencia y de mercancías postales era un auténtico caos. Los envíos se cobraban en destino y, como muchas personas se negaban a recibirlos, se almacenaba gran cantidad de mercancía, creando serios problemas.

El principio del fin de ese caos se inicia precisamente ese día de 1840, cuando se pone en marcha la idea de Sir Rowland Hill, un político británico que había propuesto al Parlamento y éste había aprobado, un plan mediante el cual el pago de los envíos a través del servicio de correos se realizaría previamente y no en destino.

La reforma que proponía Hill incluía la creación de una etiqueta adhesiva que daría fe de que el usuario había pagado el porte. Nacía de esta forma el sello de correos (estampilla o timbre) y con él una afición-negocio conocido como filatelia. Y es que la idea de Hill fue imitada rápidamente a lo largo y ancho del mundo debido al resonante éxito que supuso su puesta en práctica en Gran Bretaña. El primer país que lo imitó fue el entonces Imperio del Brasil en 1843. El mismo año emitían sus primeros sellos los cantones suizos de Zurich y Ginebra. En 1845 el cantón de Basilea emitía el primer sello de «fauna», la famosa paloma de Basilea, que viene a ser el primero impreso en dos colores. España se incorpora a esa corriente el 1 de enero de 1850 emitiendo un sello con la efigie de la reina Isabel II.

Los primeros sellos se imprimían en unas hojas de donde debían recortarse con tijeras, pero en 1847, el irlandés Henry Archer había patentado una máquina para perforar hojas; con ese sistema, los sellos se podrían separar sin temor a romperlos. El Gobierno británico le compró la idea por 4.000 libras esterlinas, importante cifra en aquella época. Pero el sistema también fue impuesto en otros países. En España, las primeras hojas perforadas se ponen en circulación en 1865.

Una de las muchas posibilidades que ofrece la filatelia consiste en tratar de conseguir todos los sellos que tienen que ver con las Matemáticas. Es lo que ha hecho el profesor argentino Edgardo Fernández, cuya colección se ha exhibido, entre otros lugares, en Sevilla durante el Congreso Internacional de Educación Matemática de 1996 y en el Museo de la Ciencia y el Cosmos de La Laguna. Desde el punto de vista educativo, es una colección que permite conocer y profundizar en variados conceptos y en la biografía de muchos matemáticos.

22/7

Durante mucho tiempo se usó la fracción 22/7 como valor aproximado de Π. Si se tiene en cuenta que el valor de Π es: 3.141592... y que 22/7 = 3,142857... se comprueba que la diferencia es del orden de las milésimas. Para efectos prácticos, siempre que no se necesite mucha precisión, ese valor es suficiente.

Superficie y área

Aunque no hay un «consenso» generalizado, parece que se va abriendo camino cada vez más firme la distinción entre estos dos términos:

* Superficie = cualquier región del plano limitada por líneas.

* Area = medida de una superficie.

Así pues, no se debe decir «superficie de un triángulo» sino «área de un triángulo» si se pretende aludir a lo que mide la superficie encerrada por los tres lados. Tal distinción también es válida en el espacio.

La reválida de la Física de Newton

Las teorías de Newton sobre la gravitación universal ya habían sido emitidas pero faltaba la gran prueba que demostrara su validez. Ésta llegó con las predicciones y confirmación del regreso del cometa Halley. Con ello la Física de Newton se convierte en un modelo a imitar tanto en lo que se refiere al rigor científico como estructura de pensamiento.■

CONCURSO 2000

Participar es fácil. Basta con:

1.– Elaborar la respuesta de lo que se pide añadiendo en ese papel tus datos personales.

2.- Recortar la cabecera del periódico con la fecha de hoy.

3.- Introducirlo en un sobre y enviarlo a: ***Concurso 2000 - Apartado 329 CP 38205 - La Laguna - Tenerife***

Entre los que respondan se sortearán el día 12 de diciembre, los siguientes premios:

- Un viaje para dos personas a cualquiera de los destinos de Air Europa a la Península.
- Dos viajes de ida y vuelta para dos personas:
  - Los Cristianos-Gomera con vehículo.
  - Tenerife-Santa Cruz de La Palma.
  - Tenerife-Las Palmas.
- Un lote de libros.

4.– Para participar no es necesario responder a todas las sesiones. Cada respuesta recibida entrará en el sorteo.

PROPUESTA PARA ESTA SEMANA

Hemos hecho una suma y luego hemos sustituido los números por letras. Vd. debe averiguar qué número se oculta tras cada letra, teniendo en cuenta que a letras diferentes corresponden también números diferentes.

GOTA+GOTA+GOTA+GOTA+GOTA=AGUA

2000 año mundial de las matemáticas

SÁBADO, 25 NOVIEMBRE 2000 NÚMERO 47

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

El período algebraico de la lógica matemática

*Carlos Martín Collantes**

«Si un tema cualquiera se presenta de modo que consista en símbolos y reglas precisas para operar con ellos, atendiendo sólo a una exigencia de consistencia interna, entonces este tema constituye una parte de las matemáticas».

GEORGE Boole (1815-1864) nació en Lincoln, hijo de un modesto comerciante a quien los negocios no debían ir muy bien dado el carácter humilde y la baja condición social que se atribuye a sus origenes familiares en todas las referencias biográficas. Tuvo que arreglárselas como autodidacta para mejorar su condición social, estudiando para ello latín y griego. Se convirtió en maestro de escuela y a los dieciséis años enseñaba matemáticas en un colegio privado, circunstancia que le obligó a estudiar a fondo, siempre por su cuenta, las obras de Laplace y Lagrange, al mismo tiempo que aprendía idiomas. Trabó amistad con De Morgan y siguió con interés la polémica entre éste y Sir W. Hamilton sobre el lugar que le corresponde a la lógica, para el primero asociada a la matemática y para el segundo a la metafísica. Tomó partido por De Morgan publicando sus propias conclusiones en un librito titulado ***El Análisis Matemático de la Lógica*** que aparece en 1847, el mismo año que la ***Lógica Formal*** de De Morgan. Por esta razón se ha dado en fijar en esta fecha el nacimiento oficial de la lógica matemática. ***Análisis***, además de convertirle en el fundador de la nueva disciplina le permitió también, por la reputación que alcanzó en el mundo matemático, mejorar la situación personal. Fue nombrado poco después profesor de matemáticas en el recién creado Queens College de Cork, en Irlanda, donde por vez primera encontró cierta seguridad financiera. Permaneció ligado a esta Universidad el resto de su vida. Murió en 1864 viendo reconocidos sus méritos en vida, incluyendo una graduación honoraria por la Universidad de Dublín.

El desarrollo del álgebra abstracta y la elaboración de nuevos sistemas algebraicos, por parte de un hombre que estimaba en las matemáticas sobre todo su capacidad para la generalización abstracta, constituyen la base sobre la cual descansa la gran idea que aportó Boole: que el álgebra puede ser desarrollada como un cálculo susceptible de interpretaciones diversas. Esta creencia surge de su concepción de la matemática misma, que entiende no ya como ciencia del número y la magnitud, sino como verdadero cálculo:

«La validez de los procesos de análisis no depende de la interpretación de los símbolos que se emplean sino exclusivamente de las leyes de combinación de los mismos».

Al establecer la lógica como ciencia de las leyes del razonamiento estaba defendiendo aún su carácter psicologista, característico en el s. XVIII. Pese a todo Boole rompió con la lógica «clásica» anterior para fundar la lógica matemática. En ella definió el uso de la clase universal y de la clase vacía, de importante significado lógico y llegó a simbolizar en su sistema las proporciones de la silogística aristotélica.

En una de sus interpretaciones descartó la concepción de los símbolos como representantes de clases y limitó sus valores a 0 y 1, obteniendo un álgebra numérica para el conjunto (0,1). Aprovechando esta reflexión Boole sugiere que podría interpretarse x=1 como 'la proposición X es verdadera' y x=0 como 'la proposición X es falsa' (no habiendo otros valores posibles para x, y, z,...). Con ello estaba utilizando ya 1 y 0 como 'valores de verdad'

En 1880 Peirce ofreció una simplificación de las funciones booleanas, y con ese mismo objetivo apareció un trabajo de Sheffer en 1913. La versión que podría llamarse final del álgebra booleana está recogida en los trabajos de Huntington de 1904 sobre ***Conjuntos de postulados independientes para el Álgebra de la Lógica***, en la que se ha transmitido a la matemática del siglo XX el interés por las estructuras que satisfacen los postulados del álgebra de Boole.●

*** Miembro de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia**

Arquímedes (físico y matemático)

Gabriel Encinas

GENERALMENTE lo conocemos por su «Principio de Arquímedes» relacionado con el peso específico. Se dice que, mientras se bañaba, tuvo esta luminosa idea y, emocionado, salió desnudo a la calle gritando «¡Eureka! ¡Eureka!» («lo encontré»). También por la ley de la palanca, donde dijo: «dadme un punto de apoyo y moveré al mundo».

En Matemáticas, su contribución fue interesantísima. Como no pudo cuadrar el círculo, encerró la circunferencia entre dos polígonos regulares y dio para π el valor medio de sus perímetros; por consiguiente, el valor de π es aproximado pero nos basta para resolver los problemas cotidianos. Es natural que los genios no se achanten ante las dificultades, obviando éstas y prosiguiendo su camino. Newton pasó por alto el porqué se atraen las masas cuando descubrió la «ley de la gravitación universal» y el mismo Einstein, lanza su *Teoría de la Relatividad* sin tener un conocimiento de la naturaleza profunda de la luz.

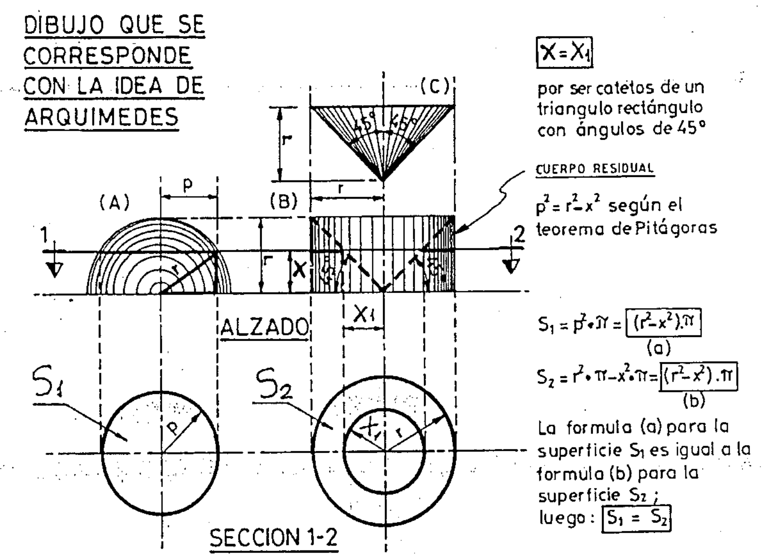


Figura 0-1

En la figura se ve un dibujo que, supongo, se parece al que efectuó Arquímedes para demostrar el volumen de una esfera. La parte (A), del dibujo, representa a una semiesfera de radio r. La parte (B) representa a un cilindro de radio y altura r a quien se le ha quitado el cono (C) de radio y altura r. La parte residual (B) que queda del cilindro, después de quitar el cono (C) equivale al volumen de dos conos; su volumen será $V = 2/3\ r^3.\pi$ y, con esta figura. Arquímedes demuestra que éste es el volumen de la semiesfera y, por consiguiente, el volumen de la esfera completa será el doble, o sea: $4/3\ r^3.\pi$

Si se observa con atención el dibujo y se tiene en cuenta las notas que le acompañan, se verá la evidencia de la demostración. Todo gira en torno a que la superficie de la sección dada en el cuerpo (A) es igual a la superficie de la sección dada en el cuerpo (B); $S_1 = S_2$; luego, si la sección S_1 es igual a la sección S_2 (dadas a la misma altura X) es porque ambos volúmenes (A) y (B) son iguales. Se observará el detalle genial de que X_1 es igual a X por encontrarse ambas con un ángulo de 45º.

Este dibujo de Arquímedes me cautivó por su elegancia y belleza. Mi mente comenzó a trabajar y, en un momento, llegué a pensar que, sustituyendo los conos por pirámides, se podría encontrar una fórmula que nos diera directamente el número π. Como es evidente, esta fórmula no la encontré, pero sí un método para encontrar π, por aproximación, por medio de segmentos circulares que estimo aceptable. Al reproducir el dibujo de Arquímedes con pirámides, se encuentra unas *Porciones Cilíndricas* de volumen conocido las que, al dividirlas por la altura, nos daría la superficie real del segmento circular. Con la superficie de este segmento se podría construir un sector circular y, con ello, completar la superficie de un círculo. Conociendo la superficie de un círculo se puede deducir el valor real de π.

La porción cilíndrica, de volumen conocido, está limitada por un corte recto y otro oblicuo, en forma de una Cuña Cilíndrica, lo que hace que la altura real no se pueda conocer. Si la altura sólo se conoce por aproximación, ello quiere decir que π se conocerá también por aproximación.

También se ha encontrado el volumen de *Porciones Cilíndricas* cuyos extremos están cortados por planos o superficies circulares cuyo volumen sería difícil de determinar por otros métodos.●

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

1) *Un tarro lleno de miel pesa 500 gramos. Se vacía, se limpia bien y se llena de gasolina. Como la gasolina es dos veces más ligera que la miel, ahora el tarro con la gasolina dentro pesa 350 gramos. ¿Cuánto pesa el tarro?*

••

2) *Un hombre contempla un retrato colgado en la pared y afirma: «Ni hermanas ni hermanos tengo, pero el padre de ese hombre es el hijo de mi padre».*

¿Cómo es eso posible?

••

3) *En un número de tres cifras, la cifra de las centenas está muy ufana de su posición «en cabeza», y la cifra de las decenas le dice: «Menos humos, que soy el triple que tú». Entonces interviene la cifra de las unidades y dice: «Callad las dos, que soy mayor que vuestra suma». Y un observador externo las apacigua: «No os peleéis, puesto que el número que formáis es divisible por cada una de vosotras». ¿Qué número es?*

••

Soluciones a la semana anterior:

1) a) La botella 10'5 ptas. y el tapón 0'5 ptas.

b) El libro 2.250 ptas. y el forro 250.

c) Son 7 hijos pues la hermana lo es de todos.

2) a) Volverán a jugar todos los clubs pasados 60 días, es decir el 2 de marzo.

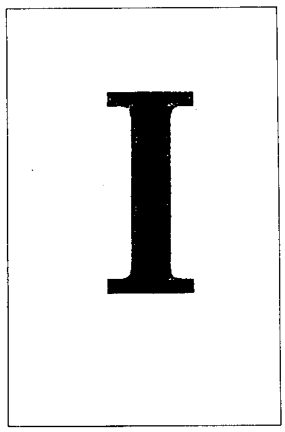
b) En enero no jugarán los días 2, 8, 12, 14, 18, 20, 24 y 30 y en febrero no jugarán 7 días y 9 en marzo, ¿cuáles?

3) La distancia AB es de 67 cm.

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca

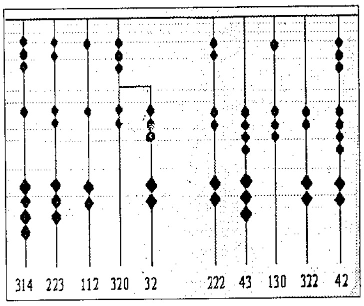
Solo hayas

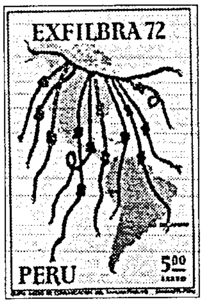


¿Qué clase de árboles plantaste?

2000 año mundial de las matemáticas

SÁBADO, 25 NOVIEMBRE 2000 NÚMERO 47





El Quipu

F. Castro Gutiérrez

LOS cómputos y el registro de cantidades realizados con la ayuda de cuerdas anudadas están presentes a través de los tiempos en diversas culturas de la humanidad. En efecto, hay antecedentes del uso de cuerdas anudadas en China, Hawai, Las Islas Carolinas, Africa Occidental y Europa. Las cuerdas anudadas junto a las muescas en madera o hueso representan uno de los estadios de la evolución de un sistema de numeración hasta que éste finalmente se transforma en un registro escrito de carácter simbólico.

El quipu también estuvo en uso en varias culturas precolombinas de América del Sur —algunas de las cuales posteriormente integraron el Imperio de los Incas— pero tal vez dicho recurso tuvo su aplicación más intensa en este vasto imperio que llegó a tener entre tres y cinco millones de habitantes en una franja territorial de unos cinco mil kilómetros de longitud, que abarcaba parte de lo que hoy son: Ecuador, Perú, Bolivia, Argentina y Chile.

Estructura del quipu

El quipu está formado por una cuerda que se mantiene en forma horizontal, llamada cuerda principal, de la cual penden cuerdecillas de varios colores; sobre estas últimas hay grupos de nudos dispuestos a intervalos regulares que representan, de abajo hacia arriba, unidades, decenas, centenas, etc. El conjunto se completa con una cuerda situada en un costado, la cual permite en algunos casos totalizar las cantidades representadas en las otras cuerdas.

Se distinguen varios tipos de quipus, algunos de carácter ceremonial, otros para registros cronológicos y los llamados quipus antropológicos, los cuales servían a propósitos contables y estadísticos. Estos últimos tienen una trama más compleja y no exenta de singular belleza por el colorido y la presencia de tres tipos de nudos.

En estos registros se consignaba toda la información del imperio sobre asuntos militares, censos de población, inventarios de recursos materiales, impuestos, control de producción animal y agrícola. El quipu permitía almacenar información cuantitativa, cualitativa y ordinal. Esta última se consignaba en las llamadas cuerdas subsidiarias o hijuelas. Allí se registraban datos jerarquizados correspondientes a clases y sub-clases de las variables.

Los colores de las cuerdas permitían distinguir las variables registradas. En efecto, mediante la utilización de siete colores básicos e incorporando hebras a las cuerdas se lograba hasta sesenta combinaciones. Por otra parte, un quipu podía tener hasta dos mil cuerdas. Estos datos nos dan una idea acerca de la cantidad de variables que podían ser registradas allí por los llamados quipucamayocs, esto es, los funcionarios del imperio encargados de lo que hoy llamaríamos las estadísticas del gobierno central.●

Isaac Newton, el genio

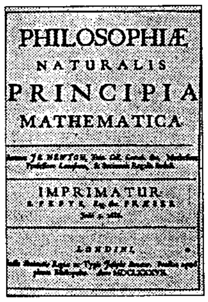
EN 1987 se celebraba el tercer centenario de la publicación de la obra de Newton, *Principios matemáticos de la filosofía natural* conocida más brevemente por *Principios o Los Principia* que es como empieza el título en latín. Con esa obra puede hablarse de un antes y de un después en lo que a la Historia de la Ciencia se refiere. Newton viene a significar algo así como la síntesis y la culminación del esfuerzo que habían hecho desde un siglo antes personajes de la talla de Copérnico, Giordano Bruno (que fue quemado vivo en 1600 por, entre otras cosas, hablar de un espacio infinito en el que había también infinitos sistemas solares parecidos al nuestro), Tycho Brahe, Galileo Galilei (que murió el año que nació Newton, en 1642 y que también fue importunado por sostener teorías no acordes con el sistema establecido), Kepler y Descartes.

Científicos y filósofos posteriores a él, le dedicaron encendidas frases de admiración no quedando ya superlativo que no se haya aplicado a su figura o a su obra en algún momento. El propio Halley, en el prefacio de *Los Principia* decía «...a nadie le fue concedido aproximarse tanto a los dioses».

Si se quisiera enumerar y explicar las aportaciones de Newton habría que dedicar muchas páginas a ello. Si se quisiera ordenar de más a menos importantes, habría dificultades para elegir los primeros puestos. Sin ninguna de estas dos pretensiones, sino sólo con la idea de dar a conocer parte de su contribución, vamos a esquematizar algunas que, obviamente, terminaremos con el conocido «continuará...».

* El principio de inercia mediante el cual un objeto sometido a un movimiento rectilíneo y uniforme continúa indefinidamente en ese estado, a menos que intervenga otra fuerza.

Conviene percatarse de la carga de abstracción de este principio, pues por una parte, un móvil en esas condiciones no existe y por otra, en aquella época aún era peligroso hablar del infinito con tanta familiaridad. Más aún, con ese principio se supera definitivamente la concepción aristotélica, tantos siglos vigente, según la cual los movimientos se clasificaban en «violentos» y «naturales».



* En el libro *Sistema del mundo matemáticamente tratado*, Newton enuncia su Ley de la Gravitación Universal. Según ella, dos cuerpos se atraen con una fuerza que es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que hay entre ellos. Esta aportación no sólo entierra para siempre el anterior sistema cósmico ideado por Tolomeo, avalado por Aristóteles y ya tambaleante con las modificaciones hechas por Copérnico, sino que fabrica un nuevo sistema con el que quedan explicadas las preguntas sin respuestas y permanece vigente hasta que Einstein le introduce algunos añadidos.●

CONCURSO 2000

Participar es fácil. Basta con:

1.– Elaborar la respuesta de lo que se pide añadiendo en ese papel tus datos personales.

2.- Recortar la cabecera del periódico con la fecha de hoy.

3.- Introducirlo en un sobre y enviarlo a: ***Concurso 2000 - Apartado 329 CP 38205 - La Laguna - Tenerife***

Entre los que respondan se sortearán el día 12 de diciembre, los siguientes premios:

- Un viaje para dos personas a cualquiera de los destinos de Air Europa a la Península.
- Dos viajes de ida y vuelta para dos personas:
  - Los Cristianos-Gomera con vehículo.
  - Tenerife-Santa Cruz de La Palma.
  - Tenerife-Las Palmas.
- Un lote de libros.

4.– Para participar no es necesario responder a todas las sesiones. Cada respuesta recibida entrará en el sorteo.

PROPUESTA PARA ESTA SEMANA

Yo sé que cuatro son seis.
Y que seis son cuatro advierto.
Y que dos son tres es cierto.
Como en cinco, cinco veis.
Si acaso no lo entendéis
razonad de varios modos.
Veréis que son cinco todos.
Como dos y dos son seis.
¿Y en uno cuántas véis?

2000 año mundial de las matemáticas

SÁBADO, 2 DICIEMBRE 2000 NÚMERO 48

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

David Hilbert, ¿el último matemático universal?

*Jesús Hernández**

SE ha dicho que David Hilbert (1862-1943) fue el último matemático universal, el último que dominó (casi) toda su ciencia e hizo contribuciones fundamentales a muchas de sus ramas. Así sucedió con otros grandes matemáticos: Fermat, Euler, Lagrange, Gauss... hasta Poincaré. Hoy la matemática se ha hecho demasiado amplia, nadie puede abarcarla toda y la especialización es cada vez mayor y más inevitable.

Vida tranquila, sin grandes acontecimientos. Hijo y nieto de jueces, parece que la veta matemática le vino por vía materna, algo inusual entonces (y aún hoy). Nació en Koenigsberg (hoy Kaliningrado), la ciudad de Kant. Allí estudia, se doctora y, tras un corto viaje a París, enseña, hasta que en 1895 obtiene una cátedra en la cumbre de la matemática alemana (y mundial), la universidad de Gotinga, por la que habían pasado Gauss, Dirichlet y Riemann, donde permaneció hasta su jubilación –glorioso patriarca– en la que él acabó de hacer capital de su ciencia.

Muchos matemáticos prefieren trabajar en varios campos a la vez; Hilbert, en cambio, se concentraba en uno, que después abandonaba. Empezó con la teoría de invariantes, una parte del álgebra que transformó con demostraciones de las que el más ilustre cultivador dijo que «esto no es matemática, es metafísica», y pasó a la teoría algebraica de números, escribiendo en 1897 un libro que cambió la disciplina y trazó su futuro para muchos años. Después se ocupó de los fundamentos de la geometría y de muchos problemas de Análisis Matemático, entre ellos el de dar la primera demostración rigurosa del principio de Dirichlet, cerrando un proceso que un historiador ha descrito, con el título de Shakespeare, como «la comedia de las equivocaciones». También resolvió el problema de Waring, que se refiere a las maneras de escribir un entero positivo como suma de n pontencias m-ésimas (cuadrados, cubos...), donde n depende sólo de m y no del número considerado. Otros trabajos fundaron el Análisis Funcional. Pero es que también, y esto es menos sabido, está asociado su nombre a las dos grandes teorías de la física de nuestro siglo, la relatividad y la Mecánica Cuántica, que nació en Gotinga con Heisenberg, Born, von Neumann...

Hilbert es conocido sobre todo, si lo es, por tres cosas. La primera, el libro Fundamentos de la geometría (1899), del que hay versión castellana, donde se hace, después de veinte siglos, una puesta al día de los Elementos de Euclides, corrigiendo sus defectos y desentrañando su organización interna; este libro se considera la obra maestra de la axiomática moderna, y de ahí ha surgido el álgebra abstracta de nuestro siglo. La segunda es la lista de 23 grandes problemas de la matemática que dio en su conferencia del congreso mundial de París (1900), marcando en cierto modo la matemática del siglo; en este año 2000 se ha hecho algo en la misma dirección. La tercera un concepto, el de espacio de Hilbert, que extiende a infinitas dimensiones los espacios euclídeos de dimensión finita, y que no sólo es importante en matemáticas, sino que resulta ser el instrumento matemático que necesitaba la Mecánica Cuántica. De hecho, la versión definitiva de estos espacios la dio von Neumann en un libro titulado Fundamentos matemáticos de la Mecánica Cuántica (1932).

Desde 1920 se dedicó casi únicamente a la lógica y los fundamentos de la matemática, algo que no suele interesar a los matemáticos. Su nombre se asocia al formalismo, una de las grandes corrientes de la filosofía matemática que pretendía asentarla sobre bases sólidas y probar la imposibilidad de contradicciones, intento arruinado por los resultados de incompletitud de Gödel de 1931. Su libro con Ackermann, Elementos de lógica teórica, que tradujo al castellano V. Sánchez de Zavala, ha sido uno de los más usados durante decenios. Sus años finales debieron ser amargos: a los teoremas de Gödel se sumaron una salud declinante, el desmantelamiento por los nazis de la universidad de Gotinga, con el exilio de H. Weyl, von Neumann y otros y, después, la guerra.●

*** Profesor de Matemáticas en la U. Autónoma de Madrid y colaborador de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia**

El desafío de **Hilbert**

Rolando Rebolledo Berroeta

EN el Segundo Congreso Internacional de Matemáticas, realizado en París en 1900, David Hilbert, planteó 23 problemas a los matemáticos del siglo. Entre esos problemas, el sexto, solicitaba encontrar una base axiomática que permitiese deducir todas las teorías físicas y los fenómenos aleatorios o dependientes del azar. Textualmente, Hilbert planteaba así su problema:

«Las investigaciones sobre los fundamentos de la geometría sugieren el problema: Tratar de la misma manera, por medio de axiomas, aquellas ciencias físicas en las cuales las matemáticas juegan una parte importante; en primer lugar están la teoría de probabilidades y la mecánica».

Muchos matemáticos destacados dedicaron su vida a responder a ese problema. Entre otros, Kolmogorov y von Neumann.

Hilbert fue sin duda un matemático genial. Marcó con su creatividad el conjunto de las disciplinas matemáticas de su época. El cambio de siglo marcó la emergencia de dos crisis importantes: la de la Física y la de la Matemática. En aquella época profundas tempestades cognitivas azotaron los fundamentos mismos de ambas ciencias. El gran público conoce algo de las revoluciones de la Física de los primeros años del siglo. Sin embargo menos se sabe, por no decir nada, de los avatares de la Matemática en la misma época. Quizás sea por el supuesto hermetismo de su lenguaje o porque los matemáticos son demasiado reservados. Es en ese contexto histórico que Hilbert intervino, buscando resolver problemas cruciales de fundamentación de las matemáticas. Lideró la llamada Escuela Formalista que buscaba desarrollar la Matemática sólo a partir de la coherencia de su propio discurso, sin buscar parentesco de sus objetos básicos con la realidad. Es comprensible entonces que en el enunciado de sus 23 problemas él haya querido elevar una suerte de panegírico, una exaltación omnipresente del método axiomático, de la aspiración última de insertar la Matemática en la Lógica, transformada en madre universal de las ciencias.

Transcurrido el primer cuarto de siglo, sin embargo, otro matemático alemán, especialista en Lógica, habría de cortar con las esperanzas del maestro Hilbert: Kurt Gödel probaba la incompletitud de las Matemáticas como sistema lógico. Un sistema lógico está constituido por proposiciones a las cuales se les asigna dos valores posibles, «verdadero» o «falso», según una determinada interpretación. Un sistema es completo si cada proposición en su seno es decidible, es decir, si se puede encontrar para ella una interpretación que le asigne alguno de los valores posibles antes mencionados. Gödel probó que en todo sistema lógico, suficientemente vasto para poder incluir la Aritmética, existen proposiciones no decidibles, vale decir, dicho sistema no es completo ¡Catástrofe! (para la escuela formalista), pues eso significaba que se debía abandonar el sueño de considerar la Matemática (que es incompleta) como parte de la Lógica (que es completa).

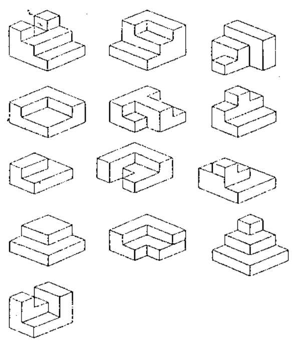
Quedó sin embargo en el ambiente el sueño de formalización total de la Matemática en el espíritu de Hilbert. Un grupo de jóvenes y talentosos matemáticos decidió formar en Francia una especie de secta encargada de escribir los Elementos de Matemática y firmaron su obra con el nombre de un general ruso que había combatido en las guerras napoleónicas: Nicolás Bourbaki.

El proyecto pretendía ser la escritura definitiva de la Matemática, una suerte de Enciclopedia, que permanecería en el tiempo como las pirámides de Egipto, obra inmortal.

El tiempo y la Historia son grandes desmitificadores. Mucha agua corrió bajo los puentes... sobre todo bajo aquellos de París. La «Bourbakización» de la Matemática alcanzó hasta los liceos franceses. Muchos imitaron estas reformas de la enseñanza. ¿Resultado? Se ganó en formalismo al precio, muy caro, de matar en cierta medida la imaginación.●

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

1) *Las figuras siguientes se emparejan dos a dos para formar un cubo. Hay una que sobra, ¿cuál?*

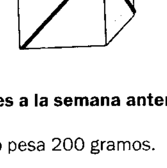


••

2) *Te encuentras en la playa y tienes dos cubos de 5 y 3 litros (no graduados). Podrías indicar las operaciones necesarias para recoger cuatro litros de agua del mar.*

••

3) *¿Cuánto mide el ángulo que forman los segmentos indicados en el cubo adjunto?*



Soluciones a la semana anterior:

1) El tarro pesa 200 gramos.

2) Al no tener ni hermanos ni hermanas, el hijo de mi padre soy yo. Es decir, el padre de ese hombre soy yo, o lo que es lo mismo, observa el retrato de su hijo.

3) El 135.

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca

Dora te lo coloco

500

Chalado

Chalado

Chalado

¿Quién me puso el clavel?

2000 año mundial de las matemáticas

SÁBADO, 2 DICIEMBRE 2000 NÚMERO 48

Claude Shannon, el padre de la Teoría de la Información

Pino Caballero Gil
Carlos Bruno Castañeda

CLAUDE Shannon no es un científico muy conocido, pero sin embargo se considera a este ingeniero y matemático estadounidense fundador de la actual era de las comunicaciones electrónicas. Es una leyenda viviente. Sin él no habría Internet, ni discos compactos, ni muchas otras tecnologías actuales.

Nació en un pequeño pueblo de Michigan, el 30 de abril de 1916. Su padre era juez y su madre era directora de escuela. Una casa llena de instrumentos musicales y máquinas para jugar al ajedrez y un abuelo inventor le inclinaron a la ciencia. Pasó su infancia jugando con equipos de radio y códigos de morse, lo que ya daba pistas sobre su prometedora carrera. Él reconocería una temprana influencia en la historia de E.A. Poe, *El Escarabajo de Oro,* con su sencillo criptograma. Estudió en la Universidad de Michigan y en el M.I.T. (Instituto Tecnológico de Massachusetts), donde se doctoró a los 24 años con una aplicación de las matemáticas en genética.

Algunas mentes nunca descansan, incluso cuando juegan. Su fascinación por el equilibrio le llevó a diseñar y conducir un monociclo sobre el que hacía malabarismos con bolas, despreocupado por el qué dirán. Incluso llegó a investigar el número máximo que se pueden lanzar en determinadas condiciones. También construyó un ratón automático capaz de aprender a salir de un laberinto, y diseñó máquinas para ganar en ciertos juegos sencillos como adivinar si el contrincante elegirá cara o cruz.

Su primera aportación importante fue la aplicación del álgebra de Boole para describir los circuitos lógicos que forman parte de los ordenadores. En 1948 publicó su obra cumbre, *La Teoría Matemática de las Comunicaciones,* artículo técnico sorprendentemente legible, que es la base de la Teoría de la Información, rama de las Matemáticas que estudia la transmisión de la información a través de un canal de comunicaciones. Esta teoría trata sobre las propiedades estadísticas de un mensaje, sin tener en cuenta su significado. Para Shannon, la información es incertidumbre. Define la entropía como el grado de desorden o aleatoriedad de un mensaje. Su teoría nos permite vivir con el ruido de las comunicaciones, en lugar de eliminarlo, lo hace útil, pudiendo calcular cuánta información recibimos. Así, tanto las comunicaciones a larga distancia, por Internet o vía satélite, como los discos compactos son posibles gracias a Shannon.

Sus ideas han influido en las Matemáticas, y más concretamente en la Teoría de las Probabilidades. Han encontrado aplicación no sólo en Cibernética e Informática, sino también en Lingüística, Economía, Fonética, Psicología, Biología y Criptografía. Los psicólogos contestan a la pregunta: ¿cuánta información puede alojar y procesar un humano? Los biólogos miden la capacidad del tejido nervioso y la información genética guardada en el ADN. La criptografía moderna arranca con su trabajo, *La Teoría de la Comunicación de los Sistemas Secretos,* donde usó la entropía para calcular cuántos posibles descifrados puede haber para un mensaje dado. Esta gran versatilidad de la Teoría de la Información la convierte en algo así como una explicación para todo, permitiendo entender el universo en términos de información en lugar de materia y energía.

Claude Shannon actualmente vive en Winchester y trabaja en el M.I.T. *La Teoría Matemática de las Comunicaciones* continúa siendo impresa por la Universidad de Illinois.●

Anamorfosis

Palabra de etimología griega: *Ana* = de abajo a arriba, y *Morpho* = forma. Se trata de un tipo especial de transformación de figuras. Cuando un objeto se ve en un espejo curvo sufre una transformación. Esa imagen es anamorfa del objeto.

La anamorfosis estuvo muy de moda en el mundo del arte europeo de los siglos XVI y XVII: retratos de príncipes, escenas religiosas, costumbristas y mitológicas fueron llevadas al óleo utilizando esta técnica de deformación. Una de las más famosas es la de Hans Holbein el Joven (Augsburgo, 1497-Londres, 1543) titulada «Los Embajadores». A los pies de los personajes aparece un objeto aparentemente no identificable. Se trata de la imagen anamórfica de un cráneo. Si se mira oblicuamente, hacia abajo a la izquierda se podrá comprobar.

Usted incluso puede entretenerse con la anamorfosis cilíndrica si consigue construir un espejo de esa forma. Lo puede lograr utilizando un papel-espejo, que se vende en papelerías, y adosándolo a un cilindro. Si sitúa objetos cerca del cilindro y los mira en el espejo, los verá deformados de manera extraña aunque identificables.●

¿Cuántos **euros...** cuántas **pesetas...?**

Manuel Pazos Crespo (Coque)

VAYAMOS practicando, sin prisas: tenemos tiempo hasta el 1º de julio del primer año capicúa del milenio.

Una vez conocido el tipo fijo de conversión euro/peseta (1 euro = 166,386 ptas.) para pasar de pesetas a euros basta que dividamos el precio en pesetas por el tipo de conversión (166,386 ptas./euro), redondeando los decimales al céntimo más próximo siguiendo esta única regla:

—Si el 3º decimal es igual o superior a 5, el 2º decimal se aumenta en una unidad.

Ejemplo 1: Si queremos saber el equivalente en euros (€) de unos zapatos que marcan 9.625 ptas., dividimos entre 166,386 ptas. que es el valor de un euro:

9.625 ptas : 166,386 ptas/€ = 57,847 €; pero como la 3ª cifra decimal (el 7) es igual o superior a 5, aumentamos en una unidad la 2ª cifra decimal (el 4). De este modo, podemos decir que el precio de los zapatos es de 9.625 ptas. ó 57,85 euros (€).

—Si el 3º decimal es inferior a 5, el 2º decimal no se modifica.

Ejemplo 2: Supongamos que los zapatos tienen un precio de 9.523 ptas. Pues bien, dividimos entre 166,386 ptas, que es el valor de 1 €: 9.523 ptas : 166,386 ptas/€ = 57,234 €; como la 3ª cifra decimal no es igual ni superior a 5, dejamos la 2ª cifra decimal como está. Así podemos decir que los zapatos cuestan 9.523 ptas ó 57,23€.

Del mismo modo si queremos pasar de euros a pesetas, multiplicamos la cantidad de euros por el valor de cada uno de ellos (166,386 ptas./euro). Como el resultado tendrá decimales deberá aproximarse a la peseta más cercana. Si el 1º decimal es igual o superior a 5 se sumará una peseta, mientras que si es inferior a 5 se eliminarán los decimales.

Ejemplo 3: Si queremos saber cuántas pesetas gasto al comprar una aspiradora que tiene un precio de 98€ tendré que hacer la siguiente operación:

166,386 ptas/€ x 98€ = 16.305,8 ptas.

Como la 1ª cifra decimal (el 8) es igual o superior a 5 redondeamos a la peseta siguiente, resultando 16.306 ptas. De este modo podemos decir que al comprar la aspiradora gasto 16.306 ptas.

Ejemplo 4: Si me inclinase por otro modelo de aspiradora con un precio de 91€ tendríamos: 166,386 ptas/€ x 91€ = 15.141,1 ptas.

Como la 1ª cifra decimar (el 1) es inferior a 5, eliminamos los decimales y decimos que esta aspiradora cuesta 15.141 ptas.

Euros	Ptas.
0,01	2
0,02	3
0,05	8
0,10	17
0,20	33
0,50	83
1	166,386
2	333

Euros	Ptas.
5	832
10	1.664
20	3.328
50	8.319
100	16.639
200	33.277
500	83.193

La tabla adjunta nos muestra las monedas y billetes del nuevo sistema monetario y las equivalencias de cada uno en ptas. A partir de aquí se puede realizar cualquier operación (pago o cobro) y calcular en ptas. o en euros su valor, si es que nos interesa. El método más rápido sería con una calculadora, vale una sencilla de cuatro operaciones, teniendo en cuenta los ejemplos expuestos anteriormente.

Poco a poco irán apareciendo estrategias que permitan establecer equivalencias fáciles de recordar. Estas estrategias de conversión ingeniosas irán surgiendo con la práctica durante un tiempo superior al establecido como de transición. En él, al igual que cuando viajamos al extranjero, estaremos constantemente haciendo la traducción a pesetas para tener una referencia. Una manera cómoda de relacionar las dos unidades monetarias es teniendo en cuenta que media docena de euros + un céntimo son mil pesetas.

El hecho de redondear nos puede llevar a confusiones. No hay más que observar la tabla anterior para ver si 1 céntimo equivale a 2 pesetas, 2 céntimos debería de equivaler a 4 ptas y no a 3... pero, claro, 166,386 ptas./€ x 0,02€ = 3,3 ptas., y como la 1ª cifra decimal es menor que 5, se suprimen los decimales... y queda 3€.

Curioso, ¿verdad?●

2000 año mundial de las matemáticas

SÁBADO, 9 DICIEMBRE 2000 NÚMERO 49

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

Matemáticas y Ética

*Samuel Doble**

EL filósofo español Ortega y Gasset afirmó que «el método euclidiano [...], el ejemplar *rigor* del *more* geométrico, tiene su origen no en la Matemática, sino en la Ética». Es una pena que no se hubiese detenido a desarrollar algo más esta tesis tan controvertida como seductora. Pues, ¿cómo es posible conciliar dos dominios aparentemente tan poco compatibles? Para condensar el razonamiento orteguiano, cabe remontarse, en principio, a la época griega; ciertamente, Ortega habla de la ética socrático-platónica, situada en un contexto en el que la Filosofía, como pensar necesario, era *el* conocimiento, *el* saber, es decir, la única forma racionalmente posible de abordar la realidad. Las diferentes (e incipientes) «ciencias» comenzaban tímidamente a abrirse paso en su seno, ocupándose de temas fragmentarios de esa realidad, tal y como lo vienen haciendo hoy aunque con una mayor ingenuidad en sus métodos y planteamientos: las figuras espaciales, los números, los astros, los cuerpos orgánicos... eran buena parte de su objeto de estudio. Aún con esta especialización de los distintos saberes, la Filosofía hacía sentir su presencia en el modo en que estos temas eran tratados.

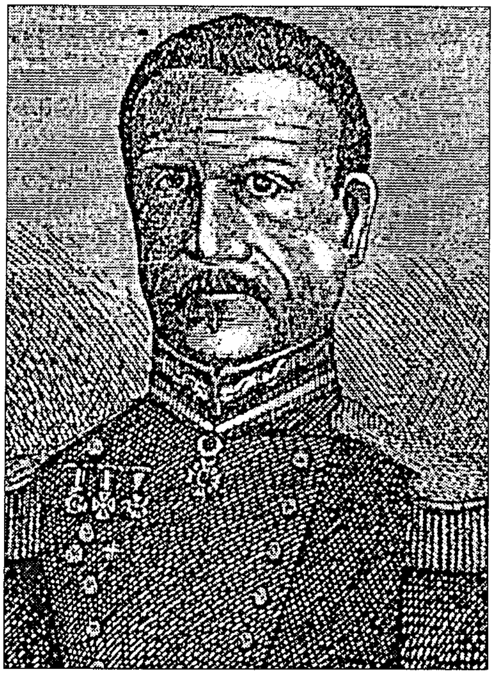
En este contexto, las máximas éticas de Sócrates, recogidas principalmente en algunas obras de Platón y Jenofonte, se distinguen por ser enormemente rigoristas: la razón como criterio frente a la costumbre y la tradición fue el detonante último de su proceso, y por ello prefirió la muerte al destierro, es decir, sufrir la injusticia antes que cometerla (y morir «injustamente»), Sócrates, con ser una figura de cuya existencia sólo tenemos pruebas a través de testimonios de terceros, y a quien se le suele atribuir la *paternidad* de la Ética, se nos ha revelado como un «tipo ideal» en la obra platónica, y así se ha configurado hasta nuestros días. Y es precisamente en la obra de Platón, la otra referencia que nos da Ortega, donde este pensamiento alcanza un mayor refinamiento: su pensamiento ético aparece claramente ligado al político, y éstos, a su vez, son una consecuencia lógica de su concepción dual de la realidad, con su correspondiente traducción en el ser humano. Éste es un microcosmos inserto en un macrocosmos, y las leyes que han de regir en un ámbito deben ser válidas en el otro. Mas el objetivo seguirá básicamente siendo el mismo: la consecución de la justicia en el marco una ciudad-estado perfectamente organizada y jerarquizada.

Y así como hemos empezado con una cita de Ortega, conviene reseñar lo que el propio filósofo continuó diciendo a propósito de la cuestión reseñada en un principio: «Que en aquella [la Matemática] lograse —y no por acaso— mejor fortuna que en ésta [la Ética], es otra cuestión». En esta breve semblanza, es menester reseñar la aparición, en el s. XVII, y a título póstumo, de una *Ética*, la de Spinoza, *demostrada según el orden geométrico*, es decir, con sus axiomas, definiciones, proposiciones, demostraciones, corolarios y demás.●

*** Licenciado en Filosofía y colaborador de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia**

Manuel de Monteverde y Betancourt (1798-1868): un canario en la Academia de Ciencias

Antonio Marcé



MANUEL de Monteverde y Betancourt nació el 16 de junio de 1798 en La Orotava, siendo su padre Antonio de Monteverde y Rivas y su madre Catalina de Betancourt y Molina, hermana del célebre ingeniero Agustín de Betancourt (1758-1824), fundador de las Escuelas de Ingenieros en nuestro país y artífice de numerosas obras en España y Rusia. Murió en Madrid el 30 de agosto de 1868.

Militar

Manuel de Monteverde, a los seis años, fue enviado a estudiar a Cádiz, donde permaneció hasta 1808, año en el que se traslada a La Habana, donde concluye su formación. En 1816 vuelve a Tenerife y se incorpora a las Milicias provinciales, iniciando así su carrera militar. Su comportamiento puede considerarse propio de un militar liberal, enfrentado y perseguido por los fanáticos absolutistas. En 1851 alcanzó el grado de Mariscal de Campo.

Se le encomendó la creación de la Academia Especial del Cuerpo del Estado Mayor del Ejército y fue nombrado director general de Sanidad Militar. Como director de la Academia se distinguió por sus dotes pedagógicas, especialmente en las asignaturas de matemáticas y de física.

Sus sólidos conocimientos geodésicos fueron decisivos para que se le nombrase, en 1853, comisionado para la determinación de la frontera entre España y Francia, asunto que había ocupado a numerosas comisiones que realizaron su trabajo con escaso éxito. Concluyó esta misión en 1868, quince años más tarde, poco antes de morir.

Diputado por Canarias

Por dos veces fue elegido diputado a Cortes. La primera vez fue en las elecciones de 2 de octubre de 1836, por Canarias, distrito de Santa Cruz de Tenerife, aunque en aquellos momentos estaba luchando junto al general Espartero en la guerra carlista. De nuevo es elegido diputado por la misma circunscripción el 4 de febrero de 1853.

Académico de Ciencias

El 31 de enero de 1851 fue elegido Académico Numerario de la Real Academia de Ciencias, sección de Exactas, en la que fue recibido el 22 de junio del mismo año.

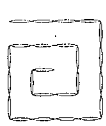
Su discurso de ingreso lleva un título muy largo: «El inmenso desarrollo que desde el siglo XVII han recibido las matemáticas, manifestando su íntima asociación con la Física, e indicando los trabajos de las Academias de Ciencias».

En ese discurso Monteverde se refiere al escaso desarrollo de la ciencia en España. Considera que el siglo XVII fue el «verdadero siglo de oro de las ciencias, en el que descuellan las colosales figuras de Galileo, Keppler, Descartes, Huigens, Leibniz, Newton...; y a impulso de tan enérgicos motores [...] todas las ciencias, y singularmente las matemáticas y físicas, reciben un increíble desarrollo desde la Escandinavia hasta Sicilia, desde el Neva hasta los Pirineos. Y en medio de tan activo movimiento, ¿qué era de la península Ibérica? Sus monarcas habían dado otra dirección, gloriosa también, a los vuelos del genio español: era el reinado de los Felipes, que asentaron aquí el emporio de la literatura y de las artes». En su discurso, más adelante, Monteverde deja dicho que «en España muy poco o nada se había hecho para allanar el camino de las ciencias...».

Años más tarde, en 1866, se dirá algo similar en la misma Academia, cuando en ella ingrese José Echegaray, en aquel entonces joven ingeniero, aunque en esta otra ocasión el académico no se limitará a describir la ausencia de ciencia en suelo español, sino que lo lamentará profundamente y culpará de ello a la España más reaccionaria.●

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

1) *Construya una cadena de palillos como la de la figura.*



Indíquenos cómo desplazando cuatro palillos pueden aparecer tres cuadrados.

••

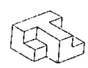
2) *Un ladrillo normal pesa cuatro kilos. ¿Cuánto pesará un ladrillo cuyas dimensiones sean todas cuatro veces menores y del mismo material?*

••

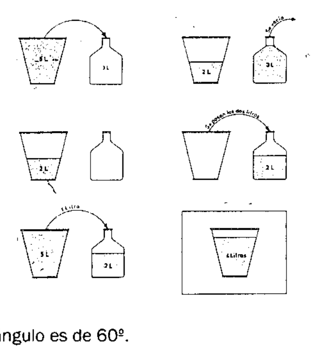
3) *Sería usted capaz de expresar el número 10 utilizando cinco nueves y las operaciones que desee.*

Soluciones a la semana anterior:

1) La figura no emparejada es:



2) Son necesarios seis trasiegos en total.

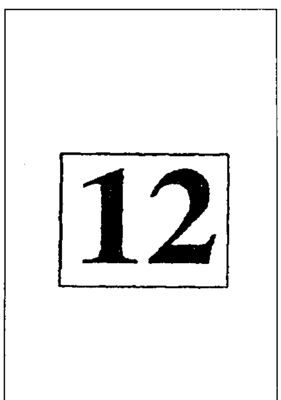


3) El ángulo es de 60º.

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca

Despues de las dos



¿A qué hora estarás en casa?

2000 año mundial de las matemáticas

SÁBADO, 9 DICIEMBRE 2000 NÚMERO 49

El 2000 en la **filatelia**

Edgardo Fernández Stacco

ES evidente que no podía pasar desapercibido al mundo filatélico la celebración de tan importante evento. Hasta el momento se han hecho eco de él, que sepamos: Argentina, Slovaquia, España, Bélgica y Luxemburgo.

El sugerente anagrama elaborado por la Unión Matemática Internacional, es aceptado internacionalmente para la ocasión.

La promotora de la idea fue la Unión Matemática Internacional. Esta institución elaboró un sugerente anagrama que ha sido aceptado en todos los países y que aparece destacado en el sello de Luxemburgo y también en el de España. En este país se incluye la imagen de uno de los más prestigiosos matemáticos del siglo XX, Julio Rey Pastor, que compartió su vida y su obra entre España y Argentina. Se da la circunstancia de ser el primer matemático que, como tal, aparece en la filatelia española, tan pródiga en literatos, pintores, etc.

En Argentina se optó por el enigmático símbolo del infinito resaltado por diversos colores. Es el único que no reproduce otros símbolos típicamente matemáticos como integrales o el teorema de Fermat que figura en Bélgica y en Luxemburgo.

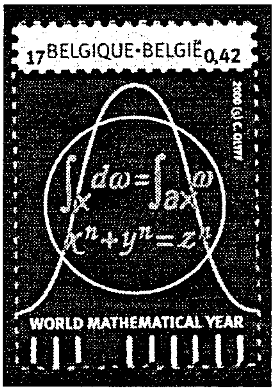
En cualquier caso, entiendo que no se ha ofrecido demasiada atención al año 2000 por parte de la filatelia, al menos con la intensidad y extensión que se presta a otros acontecimientos no matemáticos y a personajes de la historia.

Sin duda una ocasión perdida por la filatelia para haber contribuido a popularizar esta disciplina tan necesitada de que se rompan muchos tabúes existentes en la sociedad.●

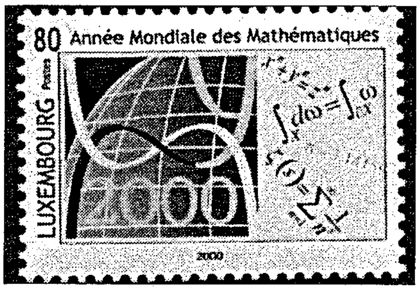
República Argentina

Eslovaquia

España



Bélgica



Luxemburgo

Las matemáticas de cada día

Matemáticas y... demografía

Claudi Alsina

LOS estudios demográficos sobre las poblaciones humanas siempre han tenido el gran reto de hacer previsiones futuristas sobre el crecimiento previsible.

Hace unos años dichas previsiones eran relativamente simples al basarse en unas poblaciones estables, bien descritas en los censos municipales y con una clara vocación reproductiva que aseguraba unas tasas de natalidad capaces de garantizar el reemplazo generacional. Este modelo exponencial de crecimiento nos llevó por aquel entonces al conocido problema de las «superpoblaciones» y al pesimismo productivo sobre si podríamos abastecer a este mundo expansivo o no.

Pero la realidad no ha confirmado las predicciones de crecimiento y un cúmulo de circunstancias han desencadenado una actualidad que no tiene nada que ver con «el futuro prometido».

La longevidad alcanzada por hombres y mujeres, la incorporación masiva de la mujer al mundo del estudio y del trabajo, la decreciente influencia religiosa, la llegada de mano de obra del tercer mundo,... muchos factores nuevos han hecho replantear los viejos modelos demográficos. Todo es mucho más complicado.

En un reciente tratado ecológico de Agustí Galiana se llega a tildar de «previsiones estúpidas» las que aseguran un crecimiento exponencial de población global a partir del 2000, se califican de «previsiones optimistas» las de un crecimiento lineal moderado y se defienden las «previsiones realistas» según las cuales la población va a decrecer a partir de ahora como consecuencia de la limitación de recursos naturales y del uso no sostenible que dichos recursos padecen.

Si añaden a estas consideraciones, sociales y ecológicas, las económicas, el lío está servido: si hay menos nacimientos también hay menos paro, si hay menos trabajadores los sueldos suben y las cotizaciones para pensiones también, si se incorporan emigrantes también se resguardan las pensiones... etc., etc., etc.

En los nuevos modelos matemáticos demográficos la función que da la población el 31 de diciembre de un año debe tener en cuenta los valores del año anterior más los nacimientos, los fallecimientos, la inmigración, la emigración, etc.

Los procesos de globalización han hecho acto de presencia en las demografías locales. Lo bonito sería ahora que las funciones matemáticas demográficas pasaran a contabilizar no sólo personas sino factores como la calidad de vida. Contar ya no es suficiente. Debemos pensar en las poblaciones cualitativamente.●

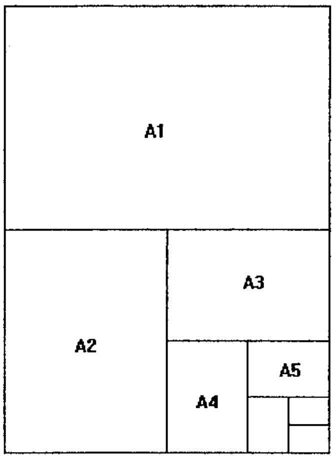
Sabías que...

Inmaculada Fernández

Las hojas de papel que habitualmente utilizamos, llamadas DIN A-4, pertenecen a un sistema de medida del papel internacionalmente aceptado. Este formato estándar se llama DIN (Deutsche Industrie Normen).

En concreto el llamado DIN A-4 es un rectángulo cuyas dimensiones son 29,7 cm. x 21 cm. Este rectángulo tiene proporción $\sqrt{2}$ (la proporción de un rectángulo es el cociente entre el lado mayor y el menor). Los rectángulos de proporción $\sqrt{2}$ tienen la propiedad de que si se les divide en dos partes iguales, se obtienen rectángulos semejantes al primero, es decir, con la misma proporción.

A partir de una hoja de formato DIN A-0 (rectángulo de papel de un metro cuadrado de superficie y proporción $\sqrt{2}$ se obtiene hojas de todos los formatos DIN A-1, DIN A-2, DIN A-3, DIN A-4, etc., sólo hay que ir dividiendo a la mitad la hoja del formato anterior.



El motivo de utilizar este tipo de rectángulos para las hojas de papel es principalmente económico, de esta forma no se desperdicia papel al cortar por la mitad una hoja y se consiguen formatos con la misma proporción.●

Los números de la Tierra

¿Qué pesa más: la masa de la Tierra o la masa de aire que la rodea? Hagamos unos sencillos cálculos para averiguarlo.

Partimos de los siguientes datos:

1. El aire situado sobre un centímetro cuadrado de la Tierra pesa aproximadamente un kilogramo.

2. La densidad media de la Tierra es de 5.52 gr/cm cúbico.

Pues bien, ¿cuántos centímetros cuadrados tiene la superficie de la Tierra?

Si se la considera como una esfera de 6.378 km. de radio, teniendo en cuenta que la fórmula que nos da la superficie de una esfera es $4\ \pi\ r^2$ concluimos que la Tierra tiene aproximadamente 51.10^{17}cm^2.

Ese es el peso en kilogramos de la masa de aire que rodea la Tierra.

¿Y cuánto pesa la Tierra? Para calcularlo basta multiplicar el volumen de la Tierra (considerada como una esfera) por su densidad, esto es:

$3/4.\ \pi.\ r^3.\ d = 6.\ 10^{24}$ kg.

Por tanto, la masa de la Tierra es del orden de un millón (10^6) de veces más pesada que el aire que la rodea.

2000 año mundial de las matemáticas

SÁBADO, 16 DICIEMBRE 2000 NÚMERO 50

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

Poincaré: matemático, físico, filósofo

*Jesús Hernández**

POINCARÉ tal vez haya sido el último físico-matemático universal: hizo contribuciones decisivas a las matemáticas, la astronomía y la física. Lo que es más, su figura resume muchos de los rasgos característicos del sabio europeo del siglo pasado.

Jules Henri Poincaré nació en 1854, en una familia de clase media–alta. Su padre era médico, y su primo Raymond fue varias veces primer ministro y presidente de la república durante la Primera Guerra Mundial. Mostró siempre una capacidad asombrosa para las matemáticas y estudió en la famosa Escuela Politécnica, donde fue número uno. Se doctora en matemáticas en 1879 y enseña en la Universidad de París desde 1881 hasta su muerte prematura en 1912. Fue elegido miembro de la Academia de Ciencias a los 33 años y de la Academia Francesa en 1908.

Fue un buen ejemplo de científico absorbido por su trabajo, tuvo fama de distraído y una anécdota muy extendida es la del profesor que le recrimina su falta de atención y tiene como respuesta la repetición al pie de la letra de lo que ha dicho durante los diez últimos minutos. Fue muy original como matemático y parece que leyó muy poco a sus colegas. Publicó cerca de 500 artículos, además de muchos libros: sus obras ocupan 11 volúmenes, además de los tres de *Los nuevos métodos de la mecánica celeste*, biblia de tal ciencia. Tuvo pocos discípulos.

En matemáticas obtuvo resultados importantes en teoría de números y en geometría algebraica, y contribuyó mucho a la teoría de grupos, sobre todo a los grupos de Lie, tan importantes en física y en matemáticas. Se le considera fundador de una nueva rama, la Topología Algebraica, a la que pertenece el problema de Euler sobre los poliedros, que tanta importancia ha tenido en nuestro siglo. Pero donde más destacó fue en Análisis Matemático y en la Mecánica Celeste. En lo primero desarrolló muchísimo la teoría de funciones de una variable compleja, siendo uno de los primeros en aplicar al análisis la recién creada teoría de conjuntos de Cantor. Además, hizo avanzar las ecuaciones en derivadas parciales de la física con su «método de continuidad».

Sus trabajos sobre la mecánica celeste, que han sido reimpresos hace poco por su interés para los satélites artificiales, y en particular sobre la estabilidad del sistema solar, le llevaron a fundar lo que se ha llamado teoría *cualitativa* de las ecuaciones diferenciales, que ha originado algunos de los avances mayores de nuestro siglo. Allí aparecen algunos de los primeros signos de la *Teoría del Caos*, hoy tan de moda.

En varias ocasiones se le acusó con más o menos motivo de falta de rigor en la demostración de sus teoremas, y hasta se ha dicho que dio tantos cursos de física porque los de matemáticas le ponían dificultades por esa razón. Pero sus resultados eran correctos, aunque a veces hubo que esperar un tiempo por la prueba impecable.

También hizo muchas aportaciones a la física, y se habló de él para el Premio Nobel. Estuvo cerca de encontrar la teoría de la relatividad: saber por qué no lo hizo antes que Einstein no es sólo un tema de conversación, sino también de Historia de la Ciencia. Escribió muchos artículos, en un género que puede situarse entre la divulgación y el ensayo filosófico sobre las ciencias, recogidos en cuatro libros, el más conocido de los cuales es quizá *Ciencia y método*. Alguno de ellos incluye una narración, que se ha hecho clásica, de cómo descubrió las funciones fuchsianas al poner el pie en el estribo de un tranvía.●

*** Profesor de Matemáticas de la U. Autónoma de Madrid y colaborador de la Fundación Orotava de Historia de la Ciencia**

Jacob Bernoulli

Carlos Bruno Castañeda y Pino Caballero Gil

LA familia Bernoulli proporcionó, durante tres generaciones, ocho representantes a la historia de las matemáticas. Jacob Bernoulli fue el primero de muchos miembros de su familia que realizaron estudios matemáticos en contra de la opinión familiar. Nacido en Basilea en 1654, fue obligado a estudiar filosofía y teología. Al mismo tiempo Jacob estudiaba apasionadamente matemáticas y astronomía.

Jacob inició a su hermano menor Johann en las Matemáticas. Los dos hermanos comenzaron el estudio del cálculo introducido por Leibniz. Los trabajos de Leibniz eran muy oscuros para los matemáticos de la época y los Bernoulli fueron los primeros en intentar entenderlos y aplicar sus teorías. Sus sensibilidades, una mutua pasión por la crítica y una exagerada necesidad de reconocimientos hicieron que sus relaciones pasaran de una colaboración inicial a una rivalidad que duraría toda sus vidas. Jacob, que poseía un intelecto más lento pero más profundo que su hermano, probablemente sentía que Johann era el mejor matemático de los dos. No se puede saber si esta rivalidad fue un acicate o un impedimento en sus logros matemáticos.

En 1687 fue nombrado profesor de matemáticas en la universidad de su ciudad natal. Antes viajó por Europa y tuvo la oportunidad de conocer a sobresalientes científicos de la época. Conservó esa cátedra hasta su muerte en 1705 y que pasó a ser ocupada por su hermano Johann.

Ya desde 1682 comenzó a publicar sus investigaciones sobre álgebra, el cálculo infinitesimal, el cálculo de variaciones, la mecánica, la teoría de series, y la teoría de probabilidad.

Fue el primero en usar el término integral para denotar las áreas encerradas bajo las curvas y las longitudes de las mismas. Son destacables sus aportaciones sobre series infinitas, que utilizó para representar y estudiar funciones.

Se apasionó por el estudio teórico y la aplicación de diversas curvas, como las cáusticas, las engendradas por rodaduras, la elástica o la hipocicloide. Resolvió el problema de la línea isócrona que determinaba el comportamiento de un móvil que desciende con una velocidad vertical uniforme desde cualquier punto al fondo en exactamente el mismo tiempo, no importando el punto de arranque. Usó por primera vez las coordenadas polares y describió una curva que ha pasado a denominarse «Lemniscata de Bernoulli», el conjunto de puntos cuyo producto de distancias a dos focos fijos, separados a una distancia 2a, es igual a una constante a^2.

En el campo de las probabilidades los trabajos de Jacob Bernoulli han tenido gran influencia. Hizo aportaciones en el estudio de la probabilidad como una medida de la certeza. Reflexionó sobre la necesidad y el azar, las probabilidades a priori y a posteriori, así como la expectativa de ganancias en diversos juegos aleatorios. Su interpretación de la probabilidad como relación-frecuencia dice que si un experimento se repite un número grande de veces, entonces la frecuencia relativa con la que un evento ocurre iguala la probabilidad del evento. Esto se conoce como la Ley de los Grandes Números.

Pidió que en su lápida se grabara la espiral logarítmica con la divisa latina «Eadem Mutata Resurgo» que significa «Igual resurgiré aunque cambie».●

Nikolaus (1623-1708)

Jakob I (1654-1705) | Nikolaus I (1662-1716) | Johann I (1667-1748)

Nikolaus II (1687-1759)

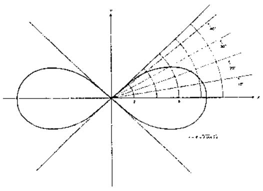
Nicolaus III (1695-1726) | Daniel I (1700-1782) | Johann II (1710-1790)

Johann III (1746-1807) | Daniel II (1751-1834) | Jakob II (1759-1789)

Christoff (1782-1863)

Gustav (1811-1863)

Árbol genealógico de la familia



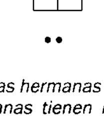
Lemniscata

DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

1) Antonio, Benito, Carlos, David y Enrique disputan una carrera. Sabemos que Antonio llega tantos puestos por delante de Benito como David de Enrique y ni Carlos ni Enrique llegaron en tercer lugar ni en quinto. ¿En qué lugar llegó cada uno de ellos, si no hubo empate?

••

2) Sería Vd. capaz de escribir en cada casilla un número distinto, del 1 al 8, de forma que ninguno tenga al lado un consecutivo con él ni vertical, ni horizontal ni diagonalmente.

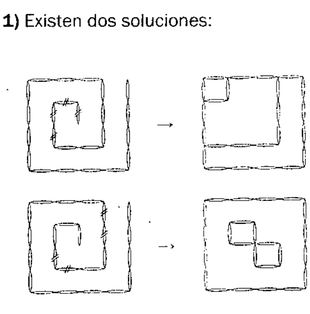


••

3) Tengo tantas hermanas como hermanos, pero mis hermanas tienen la mitad de hermanas que de hermanos. ¿Cuántos somos?

Soluciones a la semana anterior:

1) Existen dos soluciones:



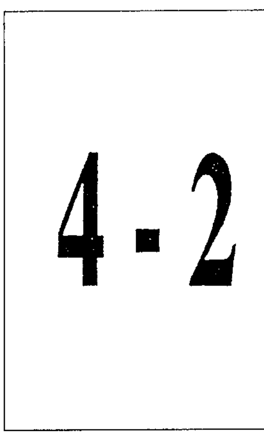
2) Como el volumen del ladrillo es el producto de sus tres dimensiones, al dividir cada dimensión por 4 el volumen se dividirá por 4x4x4=64. Por tanto el peso del ladrillo habrá que dividirlo por 64, es decir que pesará 62,5 gramos.

3) Existen muchas soluciones. Por ejemplo: $9+99/99$; $9+99^{9-9}$; $99/9$-$9/9$;...

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca

Igualados



¿Cómo van en la clasificación?

2000 año mundial de las matemáticas

SÁBADO, 16 DICIEMBRE 2000 NÚMERO 50

La Dama: un juego tradicional canario de inteligencia

Valentín Rodríguez Real

...las costumbres de los mayores no deben de olvidarse...

ESTAS palabras resumen mi intención a la hora de escribir estas líneas. Uno de los aspectos que se han ido perdiendo con el tiempo es el de los juegos tradicionales que entretenían a nuestros mayores, en favor de juegos foráneos y de tipo electrónico. En concreto voy a describir uno, del que tengo referencias por don Valentín Rodríguez Jordán y don Sebastián García Felipe, que tuvo un gran desarrollo en el Puerto de la Cruz y del que todavía quedan vestigios, como si fueran restos arqueológicos, en los alrededores de la ermita de San Telmo y de la plaza de Viera y Clavijo. Me refiero al juego de La Dama.

Es un juego en el que participan dos personas con doce fichas cada una (piedras, pipas de damasco, dátiles, lentejas, judías, etc.) en un tablero formado por 25 casillas que solían ser huecos horadados en la piedra, con lo que los dameros estaban situados en «campos de juego» fijos a los que todos acudían.

El objetivo del juego es «comer» todas las fichas del compañero.

Las reglas del juego son las siguientes:

—Las fichas sólo se pueden mover lateralmente o hacia delante de forma frontal o diagonal, siempre y cuando lo permitan las líneas del tablero.

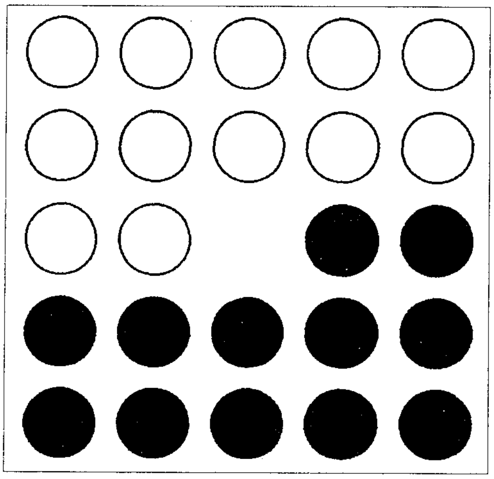
—Retiramos una ficha al contrario cuando podamos saltar sobre ella y ocupar la casilla inmediata, por lo que ésta tiene que estar vacía.

—Siempre que se pueda «comer» una ficha del adversario es obligado hacerlo. En caso contario se «sopla» la ficha que no fue movida.

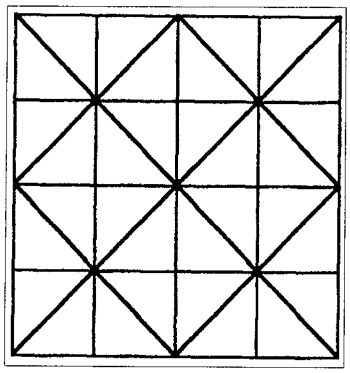
—Hacemos Dama cuando lleguemos a ocupar una de las casillas de las esquinas del final del tablero. A partir de entonces podemos mover la Dama de manera que recorramos las casillas que queramos, incluso moviendo hacia atrás, comiendo fichas de la misma forma que la indicada en la primera regla comentada.

De este juego podemos destacar su riqueza de estrategias, así como la diversidad de movimientos que puede realizar cada ficha. Además es de destacar la restricción de movimientos diagonales de los que disponemos, tal y como podemos apreciar en el tablero dibujado a la derecha.

Afortunadamente no es el único juego de estas características que hay en Canarias. En otra oportunidad hablaremos de otros. Mientras, ¿echamos una partidita a La Dama?●



Disposición inicial de las fichas



Tablero de juego de La Dama

Sabías que...

Inmaculada Fernández

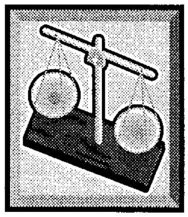
Resto	Letra	Resto	Letra	Resto	Letra	Resto	Letra
0	T	6	Y	12	N	18	H
1	R	7	F	13	J	19	L
2	W	8	P	14	Z	20	C
3	A	9	D	15	S	21	K
4	G	10	X	16	Q	22	E
5	M	11	B	17	V		

...El Número de Identificación Fiscal (NIF) está formado por el número del DNI seguido de una letra mayúscula. ¿Te gustaría saber cómo se asigna esa letra? Se divide el número del DNI en 23 y al resto de la división se le asigna una letra. Como hay 23 restos distintos (de 0 a 22), y hay 29 letras en nuestro Abecedario, se han descartado seis letras, que son: Ch, I, Ll, Ñ, O, U.
Las otras 23 letras se han asignado de la siguiente forma:
Por ejemplo: Si el número del DNI es 11 111 111
Dividimos 11 111 111: 23. El resto es 18.
Buscamos en la tabla y a 18 le corresponde la letra H.
Por tanto, el NIF es 11 111 111 H.
¡Ahora puedes averiguar el NIF de tus familiares o amigos!●

A todos nuestros seguidores y amigos:

Les anunciamos que estamos haciendo gestiones para hacer una publicación que contenga todas las páginas que hemos editado a lo largo del año. Incluiremos, además, las resoluciones de los problemas propuestos y el suplemento «Números y figuras» publicado entre octubre de 1989 y junio de 1990.

Si usted está interesado en adquirir un ejemplar de esa publicación háganos llegar sus datos (Correo postal: Libro'2000. Apartado 329-38200, La Laguna-Tenerife, o por Fax: Libro'2000 - 922250488). En cuanto el libro esté editado le comunicaremos el modo de conseguirlo.



Las matemáticas de cada día

Matemáticas y... justicia

Claudi Alsina

¿CUÁL es el castigo justo que debe corresponder a una mala acción? ¿Debe ser el castigo equivalente a la falta? ¿Debe darse una proporcionalidad entre delito y castigo con vistas a la ejemplaridad de la pena?... Algunas de estas cuestiones han estado siempre latentes en la historia de la humanidad y a lo largo de los siglos han merecido respuestas diversas. El viejo principio del «ojo por ojo» o el de «cortar la mano al ladrón» son muestras ancestrales de soluciones expeditivas.

En nuestras sociedades actuales podemos apreciar que mientras la opinión pública expresa un claro aprecio por la proporcionalidad directa entre delito y castigo, los estamentos judiciales aplican una ley que poco tiene de proporcionalidad. Y es que tratándose de temas de justicia «la proporcionalidad debe matizarse.

Por ejemplo si unos años de prisión corresponden a un delito de asesinato, al asesino múltiple se le suman penas... pero como no vivirá su condena, la sentencia «600 años» de prisión queda para la historia de las formalidades.

En la lógica detectivesca, a partir de indicios, pruebas, declaraciones, etc., se intenta reconstruir la verdad de lo que ha sucedido. Pero luego la lógica judicial debe realizar el complicado juego de aplicar unas leyes generales a cada caso particular, con sus matices. No vale aquí la lógica clásica del sí o el no, del bien o el mal. Quizás una lógica borrosa, graduable, asignando «valores de verdad» constituiría un modelo más adecuado para los difíciles razonamientos judiciales.

Y sin llegar a los tribunales, también se puede reflexionar sobre la idoneidad de las evaluaciones escolares. Un no suficiente o una matrícula de honor son conceptos claros pero ¿qué quiere decir un 5?, ¿qué el alumno sabe la mitad?... ¿Cuál es la «proporcionalidad» entre trabajo realizado y notas? Aquí el profesorado también precisa matizar y aclarar los criterios para asignar una nota final que evoque de alguna manera el nivel alcanzado. La evalución debe valorar el éxito y no medir el fracaso.●

2000 año mundial de las matemáticas

SÁBADO, 23 DICIEMBRE 2000 NÚMERO 51

Coordinan:
Luis Balbuena Castellano y Luis Cutillas Fernández

¿Una academia de matemáticas en Canarias en el s. XVIII?

*Juan Tous Meliá**

LA Historia de la Ciencia en las Islas Canarias no existe o está sin escribir, a pesar de que nuestros historiadores han descrito hasta el más mínimo detalle las escalas de los científicos extranjeros. Conocemos las experiencias del padre Feuillée, los trabajos de J. Ch. Borda, las estancias de J. Cook y de la Pérouse, la obligada escala de N. Baudin o lo que hizo Humboldt en las horas que estuvo en la isla, pero casi nada sabemos de lo que acontecía en las islas.

Aprovechando la preparación de una pequeña biografía sobre Andrés Amat de Tortosa, salieron a la luz algunos datos que ayudan a contestar de manera casi afirmativa el título del presente artículo.

El teniente coronel Amat llegó a las islas el 29 de octubre de 1775 y fue, entre otras muchas actividades de interés cultural, el promotor del primer mapa impreso en las Islas Canarias (mayo de 1786), levantado por Josef Trinidad de Herrera y grabado por fray Agustín Bermejo, del que se hizo una tirada de unos 200 ejemplares. Amat por los servicios prestados a la Corona fue nombrado Intendente de Guanaxuato (Virreinato de México) y abandonó las islas en verano de 1787. Ni una calle, ni una cita, ni un recuerdo para este militar, científico e ilustrado, que tanto hizo por las islas.

Amat organizó, en 1780, una Academia de Matemáticas en Santa Cruz de Tenerife al estilo de la de Orán, donde él había sido cadete. Lo poco que sabemos de ella es que, en el informe emitido por él el 15 de agosto de 1781 sobre el estado de las Bellas Artes en las Islas Canarias, dice que el ingeniero Antonio Bocarro *ha instruido al subteniente de milicias José de Tolosa Grimaldi y en disposición de ingresar en el Cuerpo [...] si se le concede el examen aquí, como solicito, será un estímulo a otros este exemplo.* En otro texto que figura en el primer mapa impreso dice que *Josef Trinidad de Herrera, ha cursado las Mathematicas con los Ingenieros don Antonio Bocarro y don Francisco Jacot.* Conocemos, pues, dos alumnos que algo debieron aprender, pues Tolosa ayudó a nuestro ingeniero a levantar el mapa que presentó a la Real Sociedad Económica de Tenerife con motivo de su ingreso el 19 de octubre de 1785 y, Herrera, levantó el primer mapa impreso.

Más difícil ha sido localizar el libro de texto que pudieron utilizar. Nuestra investigación se centró en «hurgar» en los manuscritos de la Biblioteca Municipal de Santa Cruz de Tenerife, donde encontramos el libro *Diferentes tratados de Mathematica dados por Pedro Locuze, Director de la Academia de Barcelona,* manuscrito (Ms 54) de 326 páginas. En portada figura que fue escrito en Cádiz por J.A.G.B. el 18 de mayo de 1760. El libro contiene los tratados: *De la estática, De la maquinaria, De la Hydraulica, De la Obtica, de la Prespectiva, De la Arquitectura Civil, De la firmeza y seguridad de los edificios y Apendice de Algebra.* Sabemos que Pedro Lucuze fue director de la Academia de Barcelona entre 1739 y 1779; que durante la segunda mitad del siglo XVIII hubo también academias en Cádiz, Zamora y Orán; y que las clases se impartían de manera que los alumnos debían escribir los apuntes en un libro que después presentaban al profesor. Para identificar las iniciales del autor nos hemos valido de los listados de los ingenieros y hemos localizado a José Alexandre Guerrero, que tenía el empleo de cadete en 1764, es el único del escalafón que obedece a estas iniciales; por lo que podemos considerar, con dudas, que es el autor del manuscrito. Desgraciadamente este ingeniero nunca estuvo destinado en Canarias pero, repasando su trayectoria profesional sabemos que en diciembre de 1765 fue destinado a la costa de Granada junto con el ingeniero ordinario Andrés Amat, pasando éste a Melilla en 1768 y aquél a Indias en 1770; por lo que Amat, en ese tiempo, pudo recibir el manuscrito. Otro apoyo que confirma esta hipótesis es que en la Biblioteca Municipal se encuentran otros libros que pertenecieron al ingeniero Amat, como es el caso de la *Historia de la conquista de las siete Islas Canarias* de Abreu Galindo que fue copiado por el propio Amat (Ms nº 5), lo que induce a pensar que dejara su biblioteca al abandonar la isla.●

***Coronel de Artillería y colaborador de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia**

Kepler y su primera ley

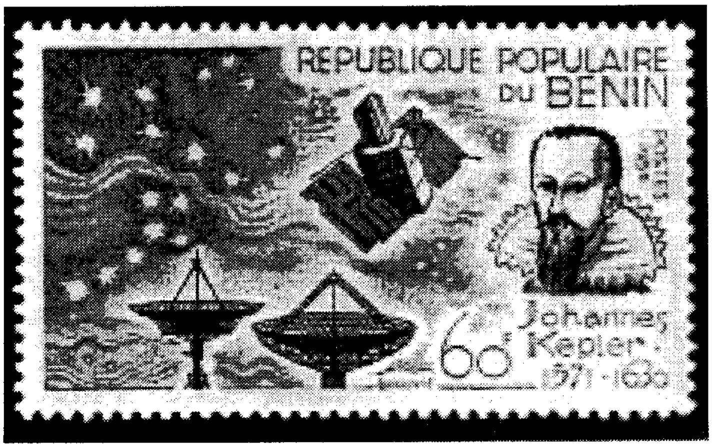
Luis Balbuena

JOHANNES Kepler (1571-1630) sucedió a Tycho Brache en el puesto de matemático imperial. Fue no de los colosos de la Astronomía. En 1543 Copérnico había revolucionado la concepción del mundo al sostener que la Tierra (hasta entonces considerada inmóvil y en el centro del universo —geocentrismo— pues eso es lo que parecen indicar nuestros sentidos), gira alrededor del Sol (nueva teoría llamada heliocentrismo).

Pero no pensemos que el sistema propuesto por Copérnico era definitivo, cerrado y claro. Ni mucho menos. Había demasiadas preguntas sin respuesta, había una complejidad, de esferas sobre esferas, que convertían su teoría en algo no fácil de entender. Cuando con observaciones y deducciones se conseguía dar respuesta a alguna cuestión, aparecían nuevos problemas en el sistema a los que también había que buscar respuesta. Sin embargo, la idea ganaba adeptos y tendía a imponerse sobre el geocentrismo, que se seguía sosteniendo más porque la Iglesia y su autoridad lo avalaban, que porque hubiese razones científicas para mantenerlo.

En todo el galimatías copernicano, una de las órbitas que más problemas causaba era la de Marte. Kepler se propuso determinarla con exactitud, así que confiando en sus observaciones y en su capacidad de concentración, se enfrascó en la tarea. Rellenó hojas y hojas de cálculos (unas novecientas y con letra menuda...). Llegó a determinar el radio de la órbita del planeta rojo y cuando llegó a ese final, aparentemente feliz, se encontró con que aquello no encajaba. Allí había algo que fallaba. Así llegó a la siguiente encrucijada: o las observaciones y los cálculos estaban mal hechos o existía un error en la teoría que sostenía que la órbita de los planetas era circular. Él optó con gran valentía intelectual en aquel momento, por dudar de la segunda opción.

Se plantea entonces el problema de averiguar qué tipo de órbita adoptar. Considera la hipótesis de que pudiera ser un óvalo. Lo intentó una y otra vez y se mantenían los fallos. ¿Será una elipse? Al hacer los cálculos con esta hipótesis se produce la maravilla. Todo empezó a encajar. Los datos y los cálculos ya no dejaron la menor duda. En 1609 publicó *Astronomía nueva.* En esta obra enuncia la que es conocida como Primera Ley de Kepler, mediante la cual se abandona para siempre la teoría de las órbitas circulares para adoptarse la de las órbitas elípticas, con el Sol en uno de los focos de la curva. Bien es verdad que aún quedaban inquietantes preguntas por contestar. Por ejemplo: ¿por qué los planetas se movían en ese tipo de órbitas? Kepler intentó, sin fruto, encontrar respuesta como lo intentaría también Descartes. Y es que el destino ya tenía escogido al hombre que más tarde despejaría casi todas las dudas: Isaac Newton.●



DIVIERTETE Y APRENDE: *con las matemáticas también se puede*

El Año Mundial de las Matemáticas se nos acaba con el siglo y el próximo sábado se publicará el último número del año 2000, pero hoy tenemos que despedir a la sección fija: «Divierte y aprende: con las matemáticas también se puede».

Nuestro trabajo ha tenido diversas compensaciones y es de justicia dar las gracias a todos los que han participado remitiendo las soluciones a las cuestiones propuestas, y para materializar ese agradecimiento hoy publicamos un curioso soneto acróstico que nos dedicó uno de nuestros asiduos lectores, D. Salvador Jover Sagarra.

Luis Balbuena Castellano y Cutillas
Animan cada sábado la Prensa
Satisfactorio más que la despensa
Matemáticas nos dan en papillas.
A través de historias y biografías
Tomamos conocimiento de ciencia
Engullimos teoría y sapiencia
Mudamos nuestro pensar a otras vías.
Año mundial exige poesía
Tributo que con gusto ejecuto
Intentando acercarme cada día
Conducido por esta disciplina
A desvelar el arcano absoluto
Siguiendo su luz entre la neblina.

Soluciones a la semana anterior:

1) De acuerdo con las premisas resulta evidente que el último en llegar fue Benito, luego el orden de llegada es el siguiente: Carlos, David, Antonio, Enrique y Benito.

2) Hay cuatro soluciones pero todas que se obtienen a partir de:

	3	5	
7	1	8	2
	4	6	

3) 3 hermanas y 4 hermanos.

JEROGLIFICO

A. Montesdeoca

O doble o nada

O O

O O

¿Qué puedo apostar ahora?

2000 año mundial de las matemáticas

SÁBADO, 23 DICIEMBRE 2000 NÚMERO 51

Francisco L. Hernández, un matemático canario en la **Complutense de Madrid**

FRANCISCO Luis Hernández Rodríguez nació en Santa Cruz de Tenerife en 1953, donde vivió su infancia y adolescencia, pasando veranos en La Palma, pues es de ascendencia palmera.

—Sus estudios los inició en el Colegio La Salle en Santa Cruz de Tenerife. ¿Cómo son sus recuerdos de entonces?

«Tengo buenos recuerdos del Colegio (1960-70), de muchos de los profesores y, sobre todo, de los compañeros y amigos del Bachillerato. En aquel entonces la optatividad se limitaba a escoger entre ciencias y letras a partir de los catorce años. A mí me gustaban más las ciencias, aunque sin destacar especialmente las matemáticas».

—¿Cuándo decide estudiar Matemáticas?

«Al acabar el curso Preuniversitario pensaba estudiar Ciencias Físicas o Matemáticas, que en aquella época se llamaban todavía Ciencias Exactas. Me decanté por Matemáticas pensando en hacer la especialidad de Computación».

—¿Qué destaca de sus recuerdos de estudiante universitario?

«Cursé el primer año en La Laguna en 1970-71. Los demás cursos de la licenciatura los hice en la Universidad Complutense de Madrid, donde finalicé en 1975. El primer año en Madrid lo recuerdo con intensidad debido a los múltiples cambios y a las nuevas experiencias. El curso fue bastante atípico, pues sólo tuvimos clase un cuatrimestre ya que nos cerraron la Facultad para evitar que los estudiantes nos manifestáramos. Varios compañeros del curso nos organizamos para estudiar las materias por nuestra cuenta y nos reuníamos en los Colegios Mayores para comentarlas».

—¿A qué profesores destacaría?

«Recuerdo especialmente a los que han influido en mi dedicación posterior al Análisis. Así, don Anatael Cabrera en La Laguna, y, en Madrid, a don Fernando Bombal, don Enrique Linés (ya fallecido), don Gabriel Vera (actualmente en Murcia), y al que luego sería mi maestro, don Baltasar Rodríguez-Salinas, un gran investigador».

En quinto curso de la licenciatura, Francisco Hernández se incorporó como becario al Departamento de Teoría de Funciones, pasando luego a ser Profesor Ayudante. En 1978 lee su Tesis Doctoral, sobre los espacios de Orlicz, en el campo del Análisis Funcional, siendo dirigida por el profesor Rodríguez-Salinas.

—¿Cómo ve ahora la investigación de aquellos años?

«A finales de los setenta no existían las relaciones con otras Universidades y centros de investigación extranjeros que hay ahora, ni las actuales facilidades de comunicación que proporciona la Informática. Así que, siendo ya doctor, para ampliar mi formación realicé estancias científicas en Francia, en la Universidad de París-Sud con el profesor Turpin, y en Polonia, en la Universidad de Poznan y en la Academia Polaca de Ciencias con el profesor Drewnowski. Allí conocí al profesor Orlicz, uno de los creadores del Análisis Funcional».

—¿Qué puede decirnos sobre sus investigaciones matemáticas?

«Mi investigación se centra, dentro del Análisis Funcional, en el estudio de la estructura y geometría de espacios de funciones medibles. También, y a raíz de una estancia en el Instituto Tecnológico de California, estoy interesado en la teoría de retículos y operadores positivos. Este campo de estructuras ordenadas con infinitas variables ha tenido un gran desarrollo en las últimas décadas contando con aplicaciones importantes en otras áreas como la teoría económica y la biología».

Francisco Hernández alcanza pronto una posición estable como profesor universitario. En 1982 obtiene plaza de Profesor Adjunto en la Universidad Complutense y en 1987 la Cátedra de Análisis Matemático en la Universidad de Salamanca. Pocos meses después, logra la Cátedra en la Universidad Complutense, donde permanece actualmente desarrollando proyectos de investigación, dirigiendo tesis doctorales e impartiendo docencia en la Licenciatura y el Doctorado.

—¿Cómo ve ahora el desarrollo de las matemáticas?

«En estos tiempos el avance científico y tecnológico es muy rápido, variado y competitivo, lo que hace que «casi» hayamos perdido la capacidad de valoración y asombro ante los continuos logros. La «matematización» de todas las áreas y disciplinas es un hecho imparable e incuestionable, que se ha visto ayudado del enorme desarrollo del cálculo informático.

Por otra parte hoy día para el desarrollo integral de la persona humana se requiere una mínima cultura matemática que le permita desenvolverse con soltura en nuestra sociedad. Precisamente para promocionar su conocimiento y uso este 2000 ha sido declarado Año Internacional de las Matemáticas dado que constituyen un pilar básico de la cultura».

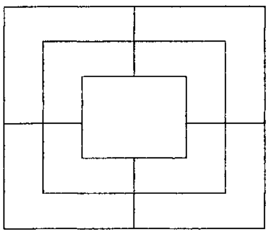
El profesor Francisco L. Hernández cuenta con el reconocimiento de sus colegas matemáticos, desde su temprano acceso a la cátedra, al mantener hasta hoy en día muy vivo el entusiasmo por la investigación y realizar un trabajo intenso y creativo.●

La Chascona: El «tres en raya» tradicional de Canarias

Valentín Rodríguez Real

LA Chascona es un juego que se considera procedente de la época prehispánica, ya que se han localizado restos del mismo correspondientes a esa época. Su origen es norteafricano y se han encontrado referencias del mismo en otros lugares del mundo.

El juego es una variante del conocidísimo «tres en raya». Para jugar se necesita un tablero formado por tres cuadrados concéntricos unidos mediante segmentos por los puntos medios de cada lado, tal y como queda reflejado en el dibujo.



En el juego participan dos jugadores que disponen de nueve piezas cada uno. El objetivo del juego consiste en dejar al adversario con menos de tres fichas.

Para ello, alternativamente van colocando sus piezas en las esquinas o en las intersecciones dispuestas en el tablero. Cuando uno de los jugadores consigue un «tres en raya» retira una pieza al adversario. Una vez colocadas todas las piezas, cada jugador realiza el movimiento de una de sus fichas a una de la casilla vacía de alrededor para intentar lograr un «tres en raya». Para ello no es posible saltar por encima de otras piezas ni pasar de una línea a otra salvo por los caminos que unen los tres cuadrados. Además hemos de indicar que los «tres en raya» no se pueden realizar en diagonal, sólo en horizontal y en vertical.

Para una mayor duración del juego, no será posible repetir el mismo «tres en raya» hasta haber realizado, al menos, dos jugadas el contrario.

Ya lo saben, no hay excusa que valga. Para jugar a La Chascona sólo se necesita ganas porque el tablero se puede dibujar casi en cualquier terreno y como fichas sirve cualquier cosa. ¡Que disfruten!●

LAS MATEMÁTICAS DE CADA DÍA

Matemáticas y... tecnología del hogar

Claudi Alsina

TODO empezó cuando la humanidad (en forma de compañías) aprendió a distribuir diversas formas de energía a domicilio. La presencia de la electricidad, el gas y el agua, finamente medidas por los correspondientes contadores, daría paso a las neveras, las lavadoras, los lavaplatos, los hornos, los microondas... y tantos robots especializados que aparecen como imprescindibles.

Pero con la radio y la televisión nos llegaron a casa diversas formas de información y fue con el teléfono que la comunicación exterior fue posible... hasta llegar ahora a los ordenadores conectados a Internet cuya evolución será vertiginosa.

Nunca se le ha exigido a usted que tuviera en casa una pequeña central eléctrica, ni una presa, ni un depósito de gas. Tampoco ha tenido nunca una emisora de radio o un estudio de televisión. Sin embargo, hoy por hoy usted debe adquirir un equipo completo cibernético (ordenador, impresora, módem... etc.) para conectarse a Internet. Según expertos europeos esto pronto se acabará: la tecnología se situará en el exterior y usted tendrá el derecho a conexión y uso, tal como ocurre con el teléfono.

Pero el objetivo de este artículo es hacerle notar algo que, a menudo, pasa desapercibido: sin matemáticas usted seguiría lavando en el río, haciendo señales de humo y subiendo a los árboles. Toda creación tecnológica implica cálculos, implica algoritmos, implica medición... la bonita pantalla de colores es el resultado de una inmensa cantidad de píxels asociados a números, un fax es una composición blanco-negro por filas de unos y ceros, las cámaras o lavadoras con lógica fuzzy aplican algoritmos que permiten decidir la luz de la foto o el programa de lavado conveniente a la vista de la suciedad de la ropa.

Recuerde siempre que cuando una tecnología entra en su casa las matemáticas han cruzado su puerta.●

La última columna

*Jose L. Montesinos**

A lo largo de este año 2000 que termina, la Fundación Orotava ha mantenido esta columna con la ayuda de numerosos colaboradores para mostrar la plural riqueza del entramado matemático desde las perspectivas de la Filosofía y el Arte, de la Sociología y de la Historia. Dedicar un año a celebrar las excelencias de las Ciencias Matemáticas, si además es el año que cierra un milenio, podría significar una llamada de atención a una sociedad indiferente, si no hostil, a las mismas, o una solemne declaración de la importancia de su contribución al desarrollo y bienestar de esas sociedades, o las dos cosas a la vez.

Desde que Galileo, a comienzos del s. XVII, decidiera con ingenua osadía *geometrizar* el Mundo, decretando el lenguaje de las matemáticas como el único posible para leer el misterioso libro de la Naturaleza, la humanidad ha aumentado portentosamente tanto el contenido de aquellas como el control y dominio de los fenómenos naturales. La importancia de las Matemáticas en la educación de los ciudadanos, impuesta en los *currícula* educativos por los jesuitas en sus Colegios a finales del s. XVI, y la consideración de saber básico para las Ciencias de la Naturaleza son características de la Modernidad, estrechamente ligadas a una concepción teológico-mecanicista de la realidad, impulsada por Descartes y Newton, que presuponía una escondida armonía matemática en las cosas.

Ahora, en nuestros tiempos postmodernos, las Matemáticas siguen teniendo una gran importancia, a pesar de su devaluación como *verdad absoluta*, y es la disciplina educativa más universalmente impartida en los colegios del mundo. Pero hay signos que muestran un cierto declive: el sustancial descenso de recursos económicos para la investigación y educación de la matemática en la gran metrópoli U.S.A. y la no menos preocupante des-gana (¿justificada?) de algunos enseñantes y de una gran mayoría de los alumnos que perciben las matemáticas como un recetario de *sin-sentidos*.

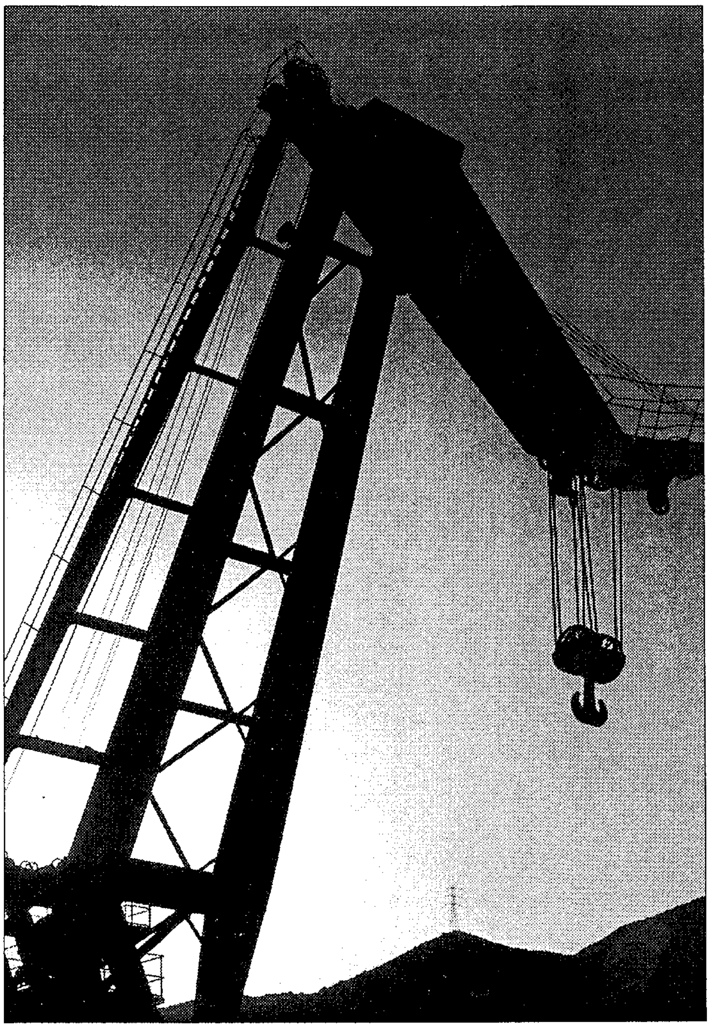
El que esto suscribe ha enseñado matemáticas durante treinta años, y piensa que el objetivo de ese magisterio debe ser el de colaborar, con las otras disciplinas del saber, al desarrollo de unas capacidades en el alumno que le permitan entender el complejo mundo que le rodea y dotarle de esquemas lógicos y metodológicos mediante los cuales pueda seguir racionalmente una argumentación. Pues bien, creo que en la mayoría de los casos esto no se consigue lo suficientemente bien: las mejores energías se gastan en cálculos y procesos repetitivos, en los que, si bien el alumno se adiestra en las operaciones y ejercita su memoria, queda sin embargo, ayuno de creatividad, intuición y espontaneidad, las facultades que más habría que potenciar en ellos, si se pretende la consecución de aquel objetivo. Considero que hoy, más que nunca, la principal función de las matemáticas es la de *formar a los alumnos*. En este mundo tecnificado, el bachiller de este final de milenio —y, en cierta manera, lo seguimos siendo todos— necesita de una formación humanística que le facilite el acceso a las ideas por medio de las cuales pueda asimilar la inmensa cantidad de conocimiento que se le ofrece, precisa pues de *unas matemáticas al servicio de (y como pretexto para) la cultura*, que le sirvan como guía de los cambios y aconteceres en el largo trayecto que la humanidad ha recorrido hasta nuestros días.●

*** Director de la Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia**

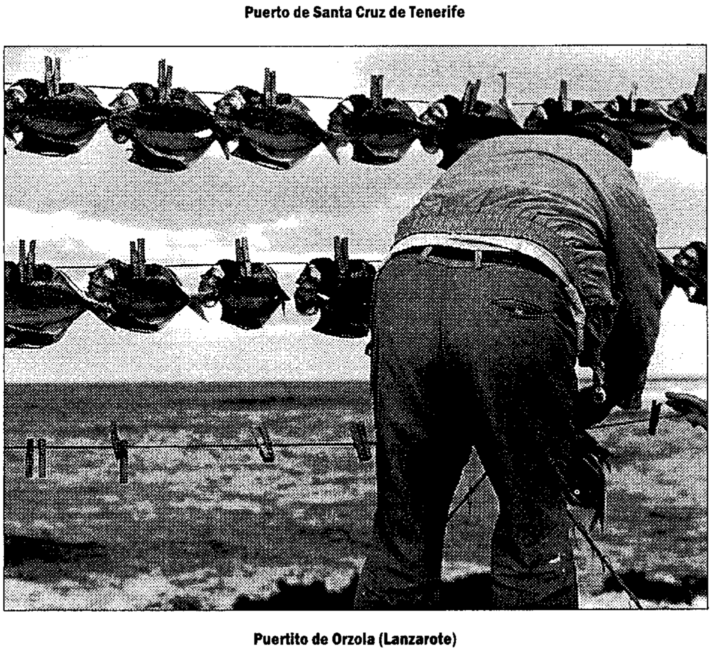
CONCURSO DE FOTOGRAFÍA Y MATEMÁTICAS, MODALIDAD REPORTAJE. PRIMER PREMIO

Un **mar** de matemáticas

Rafael Sequi Negrín



Puerto de Santa Cruz de Tenerife



Puertito de Orzola (Lanzarote)

DESDE que tenemos uso de razón aprendemos a distinguir la silueta del mar como algo inherente a nosotros, a nuestra condición de isleños. El mar que nos separa y a la vez nos une vive al lado de casa, formando parte de nuestra vida sin que haya un solo día en el que no tengamos alguna referencia de él. Tal es su influencia que llegamos a olvidarnos de su presencia, sencillamente no nos damos cuenta o no reparamos en que está ahí.

Desde que somos pequeños también vemos lo que son las matemáticas. Poco a poco alguien nos enseña los primeros números, a sumar, restar, etc. Incluso antes de aprender a leer ya sabemos que es mejor dos dulces en lugar de uno, que tres serían aún mejor que dos y que cuantos más mejor todavía. Conforme crecemos y nos vamos haciendo mayores el contacto con las matemáticas se irá haciendo cada vez más palpable hasta manejarlas con tal soltura que aplicarlas en casi cualquier situación cotidiana; desde una compra hasta la simple lectura de las horas que marca el reloj. Ocurre entonces que se hacen parte de nosotros mismos llegado el punto en el que la vida se nos haría imposible sin las matemáticas. Es tal su influencia que nos olvidamos de que están ahí, sencillamente no nos damos cuenta... como el mar.

Pues sí, he aquí que reparamos en que el mar y las matemáticas están íntimamente unidos, como no podía ser menos. Así, desde un extremo al otro de nuestras islas podríamos encontrar multitud de referencias a esta relación marina o matemática, según se mire.

¿Lo sabrá el pescador que al norte de Lanzarote, en el puertito de Orzola, cuenta tranquilamente las jareas que, dispuestas simétricamente una detrás de otra, se secan al sol frente a las costas de La Graciosa? Seguro que sí, sin siquiera pensar en ello.

¿Y qué me dices de la cruz que ve todos los días la morenita Virgen de Guadalupe desde su altar, enmarcada tras el arco de la puerta que tiene la ermita de su mismo nombre junto al mar de La Gomera?

Que no hay mar sin barcos, ni barcos sin anclas, luego no hay mar sin anclas, es lo que podría pensar cualquiera que viese un carguero fondeado en el Puerto de La Luz. Su proa de marcadas redondeces, delimitada por la escala en números romanos que le corresponde, contrasta con las formas angulosas del ancla que cuelga junto a ella para mostrarnos otra aplicación del cálculo.

También el Puerto de Santa Cruz se distingue la mano de las matemáticas en la silueta del brazo de una grúa que, viéndola a contraluz, nos ofrece un perfecto ejemplo de geometría. Me pregunto cuántos cálculos habrán hecho falta para conseguir que una estructura así se mantenga en pie, en equilibrio como si fuera la línea de una gráfica recortada en el cielo del ocaso.

Por último volvamos a La Gomera para recordar la imponente figura de los prismas del pescante en Hermigua. Antiguamente sustentaban una inmensa grúa de carga y hoy se alzan desde el mar hacia el cielo que los limita como si de una gráfica de barras a escala de gigantes se tratara.

En definitiva, no hay más que abrir los ojos para ver que, aunque a veces se nos olvide, vivimos en «un mar de matemáticas».●

2000 año mundial de las matemáticas

SÁBADO, 6 ENERO 2001 NÚMERO 52

Más allá del 2000

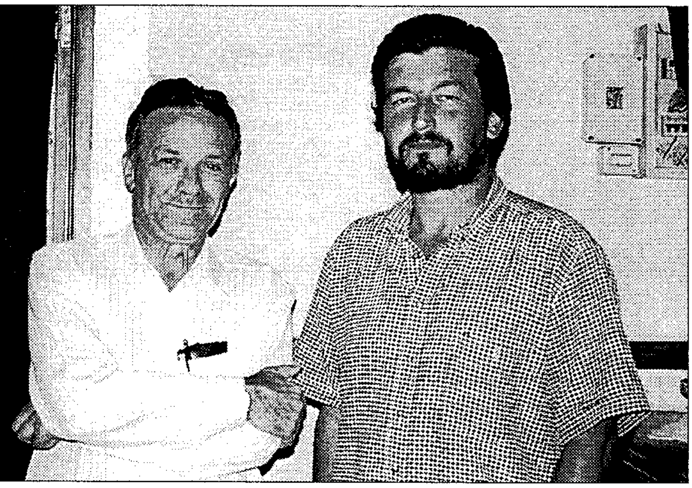
Nácere Hayek

LA Resolución del Organismo Internacional de la UNESCO que declaraba al año 2000 como Año Mundial de las Matemáticas, recogía tres objetivos principales: 1) Definir los grandes desafíos que debe afrontar las Matemáticas en el siglo XXI; 2) Impulsar el reconocimiento de las Matemáticas como una de las piezas claves del desarrollo económico y cultural de las naciones, y 3) Promover la imagen pública de las Matemáticas, propulsando su presencia en la «sociedad de información». La imagen del año 2000 nos retrotrae a la legendaria conferencia dada por el eminente matemático David Hilbert en las postrimerías del 1900 en el Congreso Internacional de Matemáticos celebrado en París en la que expuso una famosa lista de 23 problemas. Ocho de ellos no eran propiamente problemas, sino, en sentido estricto, verdaderos programas de investigación pura; de los 15 restantes, doce ya están resueltos y entre los otros tres, destaca el que incluye la Hipótesis de Riemann, uno de los más importantes problemas abiertos con que ha de enfrentarse la Matemática pura de cara al siglo XXI. Los veintitrés problemas fueron una extraordinaria guía y tuvieron una profunda influencia en el área matemática durante el siglo XX, modelando una matemática en conjunto, que ha causado en las últimas décadas un impacto profundo con notabilísimas aplicaciones en las demás creaciones intelectuales (adentrándose en muchas de ellas impulsadas por el gran avance del ordenador) que han mejorado en grado sumo nuestra andadura cotidiana. Los usos de las matemáticas han facilitado nuestro mundo de trabajo y han cambiado significativamente muchos aspectos y decisiones de nuestras vidas.

Haciéndose eco de la Resolución de la UNESCO, Organizaciones de todo el mundo han planificado una variedad de eventos especiales para celebrar el Año Mundial 2000 de las Matemáticas y durante el transcurso de ese año numerosos actos de promoción tuvieron lugar en las naciones del planeta. La matemática se ha hecho demasiado amplia y ya nadie puede abarcarla. La investigación en las especializaciones superiores se desarrolla dentro de áreas cada vez más reducidas y abstractas. Para celebrar el 2000, algunos matemáticos han escogido como temas de estudio, direcciones educativas de alto nivel; otros han contemplado el más amplio espectro de la enseñanza secundaria. La mayor parte de la actividad desarrollada no se ha proyectado a la matemática superior, sino más bien a una vasta preparación y orientación para estudiantes de bachillerato, previendo sus posibles perspectivas futuras. Canarias no quedó al margen del acontecimiento. Profesores de todos los niveles educativos (de la Facultad, de ambas Universidades, de los Institutos de Enseñanza Secundaria, maestros, etc.), se han sumado animosamente a la celebración. Hemos escuchado conferencias, leído múltiples artículos, biografías y entrevistas. Informaciones sobre la relación de las matemáticas con la sociedad, diversas elucubraciones y hasta pasatiempos para el gran público. También se han realizado actos tan interesantes como las Exposiciones Matemáticas 2000 y Fotografía y Matemáticas, que han llevado esta materia a todos los rincones del Archipiélago. Un inmenso trabajo del que quedamos todos agradecidos, así como especialmente a los periódicos **EL DÍA** y «La Provincia» por la atención y sensibilidad mostradas durante todo el año 2000. Por último, queremos subrayar igualmente la gran labor de coordinación del profesor Luis Balbuena en su cometido.

Muchas cuestiones quedan pendientes y a considerar en el nuevo milenio. Abrigo la esperanza de que sigamos todos trabajando con idéntico entusiasmo para plasmar en realidades los objetivos planteados por la UNESCO para el año 2000.●

Presidente de Honor del Comité Científico Canario de Matemáticas para el año 2000



Cumplimos

Luis Balbuena Castellano
Luis Cutillas Fernández

LA idea de tener una presencia semanal en la Prensa de las Islas para recordar durante todo el año que el 2000 fue el Año Mundial de las Matemáticas, se planteó en la primera reunión que tuvo el Comité Canario para el 2000 allá por marzo de 1999. Se dijo entonces que su desarrollo estaría lleno de dificultades pero también quedó claro que si todos colaborábamos, podríamos cumplir con el compromiso y así ha sido. Y además con creces porque muchos días hemos publicado dos páginas, de tal forma que en lugar de las 52 correspondientes a cada una de las semanas del año se han publicado 76.

En este esfuerzo colectivo han participado muchas personas que han elaborado artículos de muy diverso tipo y nivel con los que hemos intentado divulgar aspectos de las Matemáticas que posiblemente muchas personas desconocían. No deseamos mostrarnos triunfalistas porque somos conscientes de que, por un lado, sólo hemos puesto un grano de arena y por otro, tal vez se podría haber hecho de otra forma.

A lo largo de las semanas, se han publicado más de 255 trabajos que incluyen biografías de matemáticos significativos, reflexiones en torno a las matemáticas, problemas, entrevistas, etc. y una colección de 51 jeroglíficos originales de transfondo matemático.

Como coordinadores de este esfuerzo colectivo, queremos agradecerlo a cada uno de los participantes y expresarles que nuestro «curro» particular se veía compensado con sus colaboraciones.

Tenemos intención de preparar todo este material para hacer una publicación. Creemos que merece la pena este esfuerzo final para que todas las personas amantes de las Matemáticas puedan así disponer del mismo. Pero además queremos añadir la resolución desarrollada de muchos de los problemas planteados en la Sección «Diviértete y aprende» y un suplemento titulado «Números y figuras» publicado entre octubre de 1989 y junio de 1990.

Los interesados en adquirir un ejemplar pueden comunicarlo ahora por correo postal (apartado 329, 38200-La Laguna) o por fax (922 25 04 88).

Todo lo anterior no lo estaríamos reseñando hoy si no hubiésemos contado con la más que extraordinaria colaboración del periódico **EL DÍA**.

Así, pues, nuestras palabras de despedida han de ser de agradecimiento a todos los que hicieron posible esta épica aventura de divulgación científica. Tal vez nos animemos a repetirla más adelante...●

LAS MATEMÁTICAS DE CADA DÍA

Matemáticas y... municipios

Claudi Alsina

LAS preguntas simples («¿cuántas madres hay?», «¿cuántas personas hay en tu ciudad?»...) tenían antes respuestas claras («de madre solo hay una», «hay 65.718 personas»,...). Las mismas cuestiones tienen hoy respuestas mucho más sofisticadas.

Fijaremos la atención en el concepto de municipio. En su concepción clásica la ciudad era el lugar donde sus ciudadanos «vivían». El verbo vivir incluía cosas como dormir, comer, habitar, trabajar, desplazarse, etc. Los ayuntamientos realizaban censos, cobraban impuestos, convocaban elecciones, etc. ¿Qué ha ocurrido? Pues que la vida de las personas ha dejado obsoleto el concepto de ciudad.

Observe las siguientes situaciones: muchas personas tienen una segunda vivienda, es normal dormir en un lugar donde no se trabaja, la mayoría de desplazamientos en coche se hacen fuera del núcleo donde se paga el impuesto de circulación; mientras las personas se desplazan a trabajar a otro lugar, las de este lugar acuden a trabajar a otro; una parte importante de los usuarios de los servicios de una ciudad son turistas o transeúntes; muchas familias compran en grandes superficies fuera de su ciudad, etc.

Todo esto nos lleva a la conclusión de que el concepto municipal deja de tener sentido y debe dar paso a un concepto más amplio de «zona» o «área», donde de verdad las personas desarrollen su vida.

Nuevos conceptos de representación de relaciones han permitido elaborar una nueva generación de mapas sobre influencias y desplazamientos. Matemáticas, al servicio de las bases de datos que Tráfico facilita, permiten hoy intentar aclarar estas fronteras borrosas entre «áreas». Los problemas de la «representación» política también abren nuevos horizontes a la matemática electoral: hay poblaciones donde la mayoría que paga impuesto municipal no puede votar, los usuarios de muchos servicios no son contribuyentes, etc. Quizás el viejo método de censo municipal deberá ser sustituido por «censos» aleatorios en grandes zonas. En países como Canadá y Estados Unidos, de gran movilidad, nunca hacen un censo local de población sino que «el día del censo» se hace un estudio estadístico.

En el noble arte de contar personas la estadística tiene más futuro que la aritmética.●