

LAS MATEMÁTICAS: SU HISTORIA, EVOLUCIÓN Y APLICACIONES

José M. Méndez Pérez

Excmo. Sr. Presidente del Gobierno de Canarias,
Excmo. Sr. Rector Magnífico de la Universidad de La Laguna,
Excmo. Sr. Rector Magnífico de la Universidad de Las Palmas de G.C.
Excmas. e Ilmas. Autoridades,
Miembros de la comunidad universitaria,
Señoras y Señores,

En esta primera lección del curso académico 2003-2004 esbozamos un sucinto recorrido por la historia de las matemáticas, suficiente para evidenciar que esta ciencia forma parte del acervo cultural de la humanidad y que ha desempeñado un papel fundamental en su desarrollo y progreso. Para ello, hemos elegido —aun a riesgo de equivocarnos— un número reducido de personajes representativos de cada época, seleccionado algunas aplicaciones —particularmente de las matemáticas más puras y por tanto, a priori, supuestamente sin utilidad de ninguna clase— y analizado los problemas derivados de la utilización de las matemáticas en las ciencias sociales. Finalizaremos con unas breves referencias a la situación de las matemáticas en España al inicio del tercer milenio.

Comenzamos en la Grecia clásica porque fue allí, en un contexto cultural propicio, donde las matemáticas experimentaron un cambio profundo, convirtiéndose en la más antigua de las ciencias. Nos centraremos en dos de sus figuras más representativas: Euclides y Arquímedes.

A Euclides (325-265 aC) se le adjudican una docena de obras, pero pasó a la historia y de qué manera, por una sola de ellas, los *Elementos*. Las referencias sobre Euclides son muy difusas y oscuras. Hoy se datan los *Elementos* en el año 300 aC. Los *Elementos* han representado durante más de veinte siglos la norma de rigor en nuestra

ciencia y el modelo a imitar para otras especialidades, durante ese largo periodo de tiempo ha sido libro de texto en todos los centros de enseñanza de Occidente, se han realizado más de mil ediciones desde que fue impreso por primera vez en 1482 y, después de la Biblia, es el libro más traducido, publicado y estudiado en todo el mundo occidental. ¿Qué tiene esta obra para llegar a estos extremos de popularidad y supervivencia? ¿Por qué ese título? El término “elemento” se reservaba para las compilaciones que reunían ciertos conocimientos básicos. Pero también puede referirse a las proposiciones que juegan un papel fundamental en la obtención o deducción de otros resultados. Por ejemplo, una proposición ya demostrado o un problema resuelto que se utilicen en la verificación de un nuevo teorema son “elementos” de dicho teorema.

Según Eudemo, Hipócrates de Quíos fue el primero en escribir un libro de “elementos”, siguiéndole Leon y Teudio, en el siglo IV aC. Pero los *Elementos* de Euclides no sólo eclipsaron absolutamente a todos los “elementos” escritos anteriormente, sino que se desconoce la existencia de obras análogas posteriores. Es más, con esta colosal obra se desvanece la figura de su propio autor. Porque ¿quién fue Euclides? Algunos coetáneos ya se refieren a él como “el elementador”, es decir, “el que escribió los *Elementos*”. El escritor inglés del siglo pasado Edward Forster, en su *Alejandro: Historia y Guía*, dice, refiriéndose a Euclides ”... nada sabemos de él. A decir verdad, hoy le consideramos como una rama del saber más que como un hombre”.

Proclo señala las virtudes que poseen los *Elementos* de Euclides respecto de similares tratados, anteriores o posteriores a él: primero, el acierto en la selección de los teoremas y problemas; segundo, la diversidad de métodos utilizados; y tercero, la organización de las demostraciones. También, según Proclo, en los teoremas euclídeos hay tres pasos que nunca faltan: el enunciado, la demostración y la conclusión, que — sólo por curiosidad— indicamos que finalizaba con un “que era lo que había que hacer”, si se trataba de un problema, o con un “que era lo que había que demostrar”, si concernía a un teorema.

El gran mérito de Euclides hay que buscarlo en que, con la elaborada construcción de los *Elementos*, instauró *el método axiomático-deductivo*. Esencialmente consiste en establecer unas nociones básicas, fijar unos axiomas o postulados y, a partir de aquí, hay que demostrar todos los enunciados matemáticos únicamente con la ayuda de la lógica y del razonamiento.

No figura en los *Elementos* ninguna aplicación práctica, ni siquiera un ejemplo numérico. Tampoco, pese a que se afirma que la euclídea es la geometría de la regla y el compás, no existe ninguna alusión a estos instrumentos a lo largo del tratado. Los *Elementos* son matemáticas puras, sin ningún tipo de contaminación. No es de extrañar la reacción de Euclides cuando un alumno, después de una demostración de un teorema hecha en clase, le preguntó por las ganancias que podía obtener con esos conocimientos. Euclides, molesto, ordenó a un sirviente que le diera tres monedas, “pues necesita sacar provecho inmediato de lo que aprende”. También el monarca Ptolomeo I se interesó por si había alguna vía más rápida y no tan dura como la de los *Elementos* para llegar al conocimiento geométrico, a lo que Euclides le replicó que “en geometría no había caminos especiales para reyes”.

Para abreviar, al referirnos a Arquímedes (287-212 aC), baste decir que fue el verdadero precursor del cálculo infinitesimal. Un prototipo de matemático original y creativo que, sin renunciar al rigor —como queda de manifiesto en las extraordinarias deducciones de algunas áreas y volúmenes que obtuvo— también se dedicó al estudio de la estática, la hidrostática y la óptica. Fue incluso considerado un héroe por su pueblo, ya que aprovechó sus descubrimientos en diferentes ramas de la física para construir artugios que fueron utilizados para repeler los ataques romanos a su Siracusa natal.

Tras el largo paréntesis de la Edad Media —donde las matemáticas, y todas las ciencias en general, alcanzaron unos niveles bajos— se proyecta la figura inmensa de Galileo Galilei (1564-1642), fundador de la física moderna, basada en la experimentación y la modelización matemática. Galileo valoraba de las matemáticas su utilidad como instrumento y herramienta en el estudio de la física. De ahí su legendaria sentencia: “El gran libro de la naturaleza está siempre abierto delante de nuestros ojos: en él se halla escrita la verdadera filosofía. Pero el libro no puede ser entendido si primero no se aprende a comprender el lenguaje y a leer los caracteres en que está escrito. Está escrito en el lenguaje de las matemáticas y sus caracteres son triángulos, círculos y otras figuras geométricas, sin lo cual es humanamente imposible comprender una sola palabra de él...”. Con Galileo se da paso a un duradero y fructífero entendimiento entre la física y las matemáticas.

A Galileo le siguieron dos colosos. Uno de ellos fue Isaac Newton (1643-1727), que cabalgó dominando el mundo de la ciencia entre los siglos XVII y XVIII. Aunque al principio estaba más interesado por la química, al final se convirtió en uno de los físico-matemáticos más importantes de todos los tiempos. Sin lugar a dudas influyó en ello su lectura de las obras de Descartes, Kepler, Viète y Wallis, además de las de Galileo, Fermat y Huygens. Se comprende así que escribiera a Hooke en estos términos: "si he conseguido ver más lejos que Descartes ha sido porque me he incorporado sobre los hombros de gigantes". En 1665 tiene que regresar a su casa porque el Trinity College cierra a causa de la peste. Este corto periodo de descanso obligado se transformó en uno de los más fecundos de la historia del desarrollo científico, pues durante el mismo Newton realizó sus cuatro principales descubrimientos: el teorema de la binomial, el cálculo infinitesimal, la ley de gravitación y la naturaleza de los colores.

Su obra cumbre, y uno de los tratados científicos más admirados de todos los tiempos, es *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, donde se nota claramente la influencia euclídea. Para Von Neumann, este clásico de la física teórica era, tanto en la forma literaria como en la esencia, un libro muy parecido a los *Elementos*, porque presenta los fundamentos de la física y de la astronomía con el lenguaje de la geometría pura. Los *Principia* alcanzaron un gran éxito y llevaron a Newton, que ya era miembro de la Royal Society, al Parlamento representando a Cambridge.

Resulta curioso que su única intervención pública como parlamentario, y así consta en las actas del Parlamento, fuera para pedir que abrieran una ventana. ¡Vayan Vds. a saber con qué intenciones o por qué hizo Newton esta petición!

Mientras esto ocurría en Inglaterra, en Alemania otro coloso, gran matemático y filósofo, Gottfried Leibniz (1646-1716), investigaba y progresaba paralelamente en los mismos temas, pero con una visión y concepción distintas. En efecto, la obra matemática de Newton está condicionada por su carácter de físico, mientras que la mente de Leibniz se correspondía más con la de un metafísico, un lógico. Se entiende así que afirmara: "Sin las matemáticas no se puede penetrar a fondo en la filosofía, sin la filosofía no se puede penetrar a fondo en las matemáticas, y sin ambas, no se puede penetrar a fondo en nada".

Newton cita en la primera edición de sus *Principia* al eminente matemático G. W. Leibniz y apunta: "el método de Leibniz no difiere del mío sino en las palabras y la notación". Por otra parte, Leibniz, a la vista de los trabajos de Newton, se admira "de la

variedad de caminos por los cuales puede llegarse al mismo resultado”. Pero en 1689 Leibniz no hace ninguna referencia a Newton en un trabajo sobre mecánica en el que usa el nuevo cálculo infinitesimal. Leibniz es acusado de plagio por los matemáticos ingleses, Newton retira toda referencia a él de la tercera edición de sus *Principia* y la Royal Society, presidida entonces por Newton, crea una comisión que barre para casa proclamando la prioridad del científico inglés como fundador del moderno cálculo infinitesimal.

Actualmente los historiadores están de acuerdo en que esta lamentable disputa no tiene sentido y llegan a las siguientes conclusiones. Primera, Newton hizo sus descubrimientos unos diez años antes que Leibniz; segundo, Leibniz tiene la prioridad de su edición, pues publicó un resumen de su cálculo en *Acta Eruditorum* en 1684; y tercero, no hubo plagio, ya que Leibniz hizo sus descubrimientos independientemente de los de Newton.

Lo más triste de esta polémica sin sentido fue el muro que se levantó entre los matemáticos británicos y los continentales, lo que se tradujo en una falta de colaboración entre ambos bandos. En este aislamiento la parte inglesa tenía todas las de perder. En efecto, pese a que el razonamiento de Newton estaba más cerca de la fundamentación moderna del cálculo, se impuso la eficacia, elegancia y simplicidad de la notación de Leibniz. Finalmente, los matemáticos británicos se vieron obligados a aceptar la notación de los matemáticos del continente a principios del siglo XIX.

La figura representativa del siglo XVIII es, sin discusión alguna, el suizo Leonhard Euler (1707-1783), a partir de estos momentos Euler. Fue Euler un hombre de amplia cultura, versado en literatura y lenguas clásicas, lenguas modernas, medicina, botánica, música y todas las ciencias físicas, tal como se conocían entonces. Su capacidad de trabajo era inmensa, lo que unido a la variedad y extensión de sus investigaciones, le convierten en el autor más prolífico de todos los tiempos en matemáticas. Aproximadamente la tercera parte de las investigaciones sobre matemáticas, física-matemática e ingeniería mecánica publicadas en las últimas tres cuartas partes del siglo XVIII son de Euler. La publicación de todas sus obras, las *Omnia Opera*, comenzada en 1910 y recientemente concluida, necesitó de 82 gruesos volúmenes.

Quizás sea Euler el matemático más universal y querido. Ello se debe fundamentalmente a la claridad en la exposición de sus temas y a la variedad de sus

obras. Se suele decir que todos los libros de texto de cálculo elemental y superior, desde 1748, son esencialmente copias de los tratados de Euler.

El físico francés Arago, al hablar de la gran facilidad de Euler para las matemáticas, decía: “calculaba sin esfuerzo aparente, como otros hombres respiran o como las águilas se sostienen en el aire”.

Desarrolló su magisterio entre Rusia y Alemania. En sus últimos 17 años padece una ceguera total, lo que no afecta a su capacidad de trabajo. Comentaba a sus allegados, con buen humor: “ahora me distraigo menos”. Y ciertamente, ya no puede publicar obras enciclopédicas, pero sí libros y artículos de investigación. Incluso en esta etapa final, y totalmente invidente, aumenta considerablemente su producción (casi la mitad de sus trabajos vieron la luz en estos años), gracias a su poderosa memoria, a su fértil imaginación y a la asistencia de ayudantes que escribían sus libros y artículos al dictado. Como anécdota y en relación con su prodigiosa memoria, se cuenta que Euler era capaz de recitar *La Eneida* en latín de principio a fin.

En su trabajo *Solutio Problematis ad Geometriam Situs Pertinentis* resuelve elegantemente el famoso problema de los puentes de Königsberg: el río Pregel a su paso por la ciudad se divide en dos ramas por culpa de una isla situada en su cauce, la isla Kneiphof. Esta isla se comunica con el resto de la ciudad mediante siete puentes. Un ciudadano se propone dar un paseo cruzando cada uno de estos siete puentes una vez solamente. ¿Es posible realizar esta excursión? Este inofensivo problema, que parece puro divertimento matemático, es el origen de la moderna teoría de grafos, de tantas aplicaciones en la actualidad. En este problema, que Euler generaliza a cualquier disposición y división del río en ramas y número de puentes, surge otra nueva área de las matemáticas, en la que únicamente importan las propiedades estructurales de los objetos y no sus medidas. A ello se refiere Euler con la parte del título “*Geometriam Situs*”, que puede ser traducida perfectamente por “topología”.

A estas alturas de su historia las matemáticas comienzan a adquirir una unidad y una autonomía que habían perdido desde la época griega. Las matemáticas aparecen como un conglomerado de diversas ramas: geometría, álgebra, teoría de números, cálculo infinitesimal, cálculo de probabilidades..., que cada vez se muestran más interconectadas. Si bien el espíritu griego, es decir, el rigor en el razonamiento impregnaba la geometría, no ocurría lo mismo con el cálculo infinitesimal. No se entiende cómo una disciplina de esta importancia, descansó durante dos largos siglos

sobre premisas y conceptos tan imprecisos y vagos como discutibles. No es de extrañar que D'Alembert animara a sus estudiantes diciéndoles “allez en avant et la foi vous viendra”, más o menos, “proseguid y confiad, la fe llegará”. Sólo cabe una explicación: el éxito arrollador del cálculo infinitesimal en el campo de las aplicaciones, que lo convirtió en el instrumento más potente de las matemáticas puras. Para ilustrar esta afirmación, recordemos que el matemático francés Clairaut (1713-1765) produjo un enorme impacto en todos los ambientes intelectuales europeos al predecir, con un error de un mes, el retorno del cometa Halley en el año 1759. Más tarde, los astrónomos Adams y Leverrier conjeturaron que las anomalías que se observaban en el movimiento de Urano se debían a la atracción gravitatoria ejercida por otro planeta. Un planteamiento puramente matemático, sugerido por las leyes de la mecánica, les llevaron en 1846 a indicar con absoluta precisión dónde estaba ese desconocido planeta que perturbaba la órbita de Urano. Después, con un telescopio, fue confirmada la existencia de Neptuno. Estos dos hechos, y tantos otros, no sólo constituyeron un rotundo triunfo de la mecánica y de la astronomía newtonianas, sino también del cálculo infinitesimal del cual, no lo olvidemos, Newton fue cofundador.

Karl Friedrich Gauss (1777-1855), uno de los matemáticos más excepcionales de todos los tiempos y el que más huella ha dejado en nuestra disciplina, reintrodujo el rigor en las demostraciones matemáticas. Fue un niño precoz, como Mozart y Pascal. Si se asegura que el genial músico compuso un minuetto a los cuatro años de edad, Gauss corrigió a su padre —que fue un comerciante— en unos cálculos con mercancías cuando sólo tenía tres años. Con apenas diez años dejó desconcertado a su maestro Bütner cuando éste propuso, para mantener la clase entretenida, sumar los cien números que, partiendo del 81.297, resultan de añadir al anterior la cantidad fija 198, siendo la única respuesta acertada, y sobre la marcha, la de Karl. A los doce años ya ponía en tela de juicio los fundamentos de la geometría euclídea y a los dieciséis vislumbraba una geometría diferente de aquella.

A diferencia de Euler, que explicaba las demostraciones con todo lujo de detalles, Gauss era un escritor difícil de leer, siendo cada página de su obra un reto para el lector. Para él, “una catedral no es una catedral hasta que no se ha desmontado y ha desaparecido el último andamiaje”. Y esta idea la aplica cuando hace matemáticas. Gauss elaboró sus escritos matemáticos con austeridad, eliminando todos los resultados insustanciales después de interminables correcciones, ajustando todos los detalles a la

perfección, con el máximo rigor. Sólo quería legar a la posteridad obras de arte, consumadas, perfectas. En su sello figuraba un árbol con unos pocos frutos y la divisa “*Pauca sed matura*” (“Pocos pero maduros”).

El proceso de eliminación de todas las oscuridades y vaguedades que acompañaban a los fundamentos del cálculo infinitesimal es imparable. A ello contribuyeron el matemático checo Bolzano; el francés Cauchy; el noruego Abel y los alemanes Jacobi, Weierstrass, Cantor, Dedekind, Riemann y Dirichlet. Éste último fue un personaje curioso. De él dijo Gauss: “el número total de publicaciones de Dirichlet no es muy grande, pero las joyas no se pesan en la balanza de una tienda de comestibles”. Una de estas joyas fue el establecimiento, por primera vez, de condiciones suficientes para asegurar la convergencia de las series de Fourier. Es sabido que Dirichlet odiaba escribir cartas, ni siquiera lo hizo con sus mejores amigos, en una época donde la correspondencia epistolar era esencial para el intercambio científico. Pero cuando nació su primer hijo, hizo una excepción y remitió a su suegro un sencillo mensaje numérico: “ $2+1=3$ ”.

Es el momento de dedicar unas líneas a dos de los matemáticos que más influencia han tenido en el siglo pasado: el gallo Henri Poincaré y el germano David Hilbert. Poincaré, ingeniero de minas, realizó investigaciones de una gran originalidad en casi todas las ramas de las matemáticas, así como en física-matemática, astronomía y epistemología. Al igual que Poincaré, Hilbert deja su sello personal en todos los problemas matemáticos que abordó, incluidos los relativos al análisis de sus fundamentos. En el Segundo Congreso Internacional de Matemáticas, celebrado en París en 1900, enunció 23 de los problemas importantes y que estaban pendientes de solución. Una buena parte de las matemáticas del siglo XX ha girado nada menos que en torno a la investigación de estas cuestiones, la mayoría de las cuales ya han sido resueltas, pero que —a su vez— han generado nuevos problemas.

Sin embargo, dos nuevos descubrimientos iban a hacer tambalear otra vez los cimientos del edificio matemático. Nos referimos, de una parte, a la teoría de conjuntos de Cantor y las paradojas originadas por los conjuntos infinitos y, de otra parte, a la prueba por el matemático austriaco Kurt Gödel de que en un sistema formulado de una manera estrictamente lógica hay siempre proposiciones indecidibles a partir de los axiomas del sistema; en otras palabras, existen dentro del sistema ciertas afirmaciones que no pueden ser ni demostradas ni refutadas.

Con los siguientes matemáticos nos detendremos más tiempo, a fin de comparar dos formas diametralmente diferentes de concebir las matemáticas.

Godfrey Harold Hardy, nacido en Inglaterra (1877-1947), se consideraba un matemático puro: ¡el quinto mejor del Mundo!, según decía de sí mismo. Para él, un matemático es un creador, un inventor, como un poeta o un pintor, aunque sus productos perdurarán más que los de éstos, porque se basan en ideas y no en palabras o colores, si bien coincide con ellos en el sentido estético.

Sus biógrafos concuerdan en que fue una persona rara, extravagante, pero extraordinariamente original y fecunda. Hacía gala de un ateísmo que le llevaba a considerar a Dios como su enemigo personal. Se cuenta que cuando viajó a Dinamarca envió una postal a un amigo asegurando que había obtenido una demostración de la hipótesis de Riemann, conjetura aún no resuelta. Si el barco naufragaba y fallecía, pasaría a la posteridad como un matemático legendario, al igual que Fermat. Pero Dios, su enemigo, no iba a consentir que fuera famoso, por lo cual podía viajar con la seguridad de que no pasaría nada y que la travesía sería tranquila.

Otra de sus excentricidades más negativas fue su insistencia exagerada, en negar la utilidad de las matemáticas. Decía en su obra *Apología de un matemático*, uno de los relatos más clarividentes sobre los procesos creativos del ser humano: “nunca he hecho nada útil. Es probable que ninguno de mis descubrimientos haga, directa o indirectamente, para bien o para mal, el menor cambio en el bienestar del mundo...”. Sin embargo, la extensa obra de Hardy, más de 300 trabajos, constituye una de las más importantes aportaciones a las matemáticas del siglo XX. Un centenar de ellos son el fruto de la colaboración durante 35 años con otro excepcional matemático, John Littlewood, con el que formó la pareja más famosa de toda la historia de las matemáticas. Resulta difícil explicar cómo congeniaron durante tanto tiempo, dado el especial carácter de Hardy. Parece ser que el secreto del éxito de esta colaboración se basó en que fijaron perfectamente las reglas del juego que, por extraño que parezca, fueron las que siguen (i) Cuando uno escribía al otro, no importaba en absoluto si lo escrito era correcto o no; (ii) cuando uno recibía una carta del otro, no estaba obligado a leerla, y mucho menos a contestarla; (iii) si bien no era imprescindible, no convenía que ambos se concentraran en los mismos detalles del problema; y (iv) no era importante si alguno había contribuido lo más mínimo a un artículo conjunto, con lo se

evitaba toda suspicacia sobre el grado de contribución de cada cual en la elaboración de sus trabajos.

Con otro gran matemático, Srinivasa Ramanujan (1887-1920), aunque el número de artículos en colaboración fue inferior, sobresale la honestidad y la acogida humana que Hardy le dispensó. Ramanujan, un oficinista del puerto de Madrás (India) de procedencia muy humilde, se cansó de escribir cartas repletas de teoremas a distintos matemáticos occidentales sin recibir contestación alguna. Fortuitamente algunas de estas misivas llegaron a Hardy, que sí supo apreciar el talento de este joven hindú, por lo que le consiguió una beca para que viniera a estudiar al Reino Unido. La extrema pobreza en que vivió Ramanujan repercutió negativamente en su salud. En uno de sus ingresos hospitalarios, Hardy lo fue a visitar, pero no sabía cómo iniciar la conversación. Entonces se le ocurrió comentar que el taxi en que se había desplazado tenía matrícula 1.729 y que ese número le parecía anodino, que no le sugería nada, a lo que replicó inmediatamente Ramanujan: “no, Hardy, estás equivocado. Ese número es muy interesante, ya que es el menor número entero positivo que se puede expresar de dos maneras diferentes como suma de dos cubos ($1.729 = 1^3 + 12^3 = 9^3 + 10^3$)”. Dejamos para Vds., como ejercicio, determinar estas dos únicas descomposiciones.

Janos, Johann o John von Neumann (1903-1957) es otro matemático de primera fila, de origen húngaro, pero formación germana y final estadounidense, como evidencia su cambio de nombre. Su campo de investigación abarca temas muy diversos, desde la lógica matemática, la teoría de conjuntos, de grupos continuos y de operadores, pasando por la física cuántica y la física de la energía, hasta participar en la construcción de aparatos computadores. Incluso llegó a intervenir en proyectos bélicos, como la construcción de la bomba atómica. Como se ve por su currículum, trata muchos aspectos de las matemáticas, desde los más abstractos y puros hasta los más aplicados. Un personaje, pues, con autoridad para hablar de matemáticas. Según Von Neumann, el hecho más característico de las matemáticas es su relación tan peculiar con las ciencias naturales. Casi todo el mundo, matemáticos o no, están de acuerdo en que las matemáticas no son una ciencia empírica, pero que ha estado y está muy ligada a la física y a otras ciencias de la naturaleza. Pero advierte del peligro de que cualquier parte de las matemáticas se aleje mucho de su fuente empírica, ya que entonces se vuelve más y más en esteticismo puro, en “el arte por el arte”, convirtiendo a la disciplina en un

galimatías de detalles y complejidades. Murió a los 53 años víctima de un cáncer de huesos, consecuencia de su asistencia a numerosos ensayos atómicos.

Resulta asombroso contemplar, más de dos mil años después, el paralelismo existente entre las concepciones matemáticas de Euclides y Hardy, de un lado, y de Arquímedes y Von Neumann, de otro. La primera pareja representa la dimensión estética de las matemáticas, las matemáticas de la razón y de la inteligencia, las matemáticas alejadas y purificadas de cualquier contaminación que pudieran producir las aplicaciones. Hardy sentía una gran veneración por Euclides. Cuando quería ilustrar su teoría sobre el carácter estético de las matemáticas, recurría —por ejemplo— al teorema en que Euclides establece que hay infinitos números primos, cuya prueba es ciertamente bella, donde se utiliza una de las herramientas más sutiles de las matemáticas griegas: el proceso de demostración por reducción al absurdo. Para Hardy, Euclides vivía, lo consideraba como si fuera un respetado colega de otra universidad, seguramente de la de Alejandría. La segunda, Arquímedes y Von Neumann, es el prototipo de matemáticos rigurosos, pero aplicados en distintos campos, incluso en la producción de armas para la guerra y con un final trágico en ambos casos: Arquímedes fue muerto por un soldado romano mientras resolvía un problema matemático y Von Neumann fue víctima indirectamente de las armas nucleares.

Hay algunos tópicos y estereotipos sobre los matemáticos que conviene eliminar, porque no son representativos de todo el colectivo y se corresponden a situaciones particulares que también se dan entre otros científicos y en cualquier grupo humano. Así, Roger Ascham, sabio y escritor británico del siglo XVI que fue tutor de la reina Isabel I, nos dedica las siguientes lindezas: “Observemos a todos los que tienen una inclinación absoluta por las matemáticas: qué solitarios son, qué incapaces de vivir con los demás, qué inútiles para el mundo”. ¡Esto es muy duro! De Inglaterra también procede esta otra anécdota. Un caballero inglés que paseaba por el campo se acercó a un globo, desde el que un desconocido le hacía señales porque se había perdido. El del globo le preguntó, por favor, ¿dónde estoy? Tras pensarlo un rato, el caballero le respondió: en un globo. Desconcertado pero resignado, el del globo le dice: usted es matemático ¿verdad? Estupefacto, el paseante inquiere ¿y cómo lo ha sabido? Porque me ha dado usted una respuesta absolutamente precisa y perfectamente inútil, responde el viajero del globo.

Como chiste está bien, pero ¿quién se atreve a negar seriamente las numerosas e insospechadas aplicaciones de esta ciencia? Muchos científicos se maravillan de la efectividad ilógica de las matemáticas en las ciencias naturales. ¿Está diseñado el mundo según unos principios matemáticos? Al respecto comentaba Eugene Wigner, Premio Nobel de Física: “Es difícil negar el hecho de que nos encontramos ante un milagro... El milagro de la idoneidad del lenguaje matemático para la formulación de las leyes de la física es un don maravilloso que no nos merecemos y que no podemos llegar a comprender. Deberíamos estar agradecidos de que nos haya sido concedido y tenemos que confiar en que seguirá siendo válido en las investigaciones futuras indefinidamente, para bien o para mal. Con ello podremos ampliar el saber humano, aunque sea a costa de nuestro anonadamiento...”.

Como reconoce el físico teórico Paul Dirac, incluso los resultados más puros de las matemáticas han mostrado su utilidad en las aplicaciones. Así, cuando Gauss proclamó que la teoría de números es la reina de las matemáticas o cuando Jacobi, en su contestación a Fourier, afirmaba que una cuestión sobre números vale tanto como una cuestión sobre el sistema del mundo, ¿quién iba a sospechar que la teoría de números, en particular, la de los números primos, tendría una utilidad práctica?

¿Quién no dispone de una o varias tarjetas bancarias: VISA, 4B, MasterCard, ClaveCard...? Quizás la mayoría de los usuarios ignora que en una cuestión fundamental, como es la seguridad, intervienen los números primos. En efecto, desde los años 80 del siglo pasado el secreto de las tarjetas de crédito yace en un método de encriptación en el que interviene un número N muy grande, de centenares de cifras, estando garantizada la seguridad de nuestras tarjetas por la imposibilidad práctica de descomponer N en factores primos.

Otro ejemplo lo suministra la telefonía móvil. El teléfono móvil forma parte ya de nuestra vida cotidiana y es un símbolo del progreso tecnológico de la humanidad. Pero cuando un usuario emplea un móvil desconoce la cantidad de aportaciones científicas y tecnológicas que hay detrás de este pequeño artilugio: telecomunicaciones, informática, tratamiento de señales y matemáticas. Muchas matemáticas y algoritmia hay detrás de la telefonía móvil. Las primeras constituyen el soporte teórico de todas las etapas en el tratamiento de la información. Corresponde a la segunda, la algoritmia, convertir estos resultados en protocolos efectivos y eficaces.

Recordemos que todos los datos transmitidos en una red de radiofonía móvil son numéricos (paquetes de 0 y 1 de cierta longitud, que contienen la información). Y que la gran diferencia con la telefonía clásica radica en que estos paquetes se transmiten por ondas hertzianas, no por cable. En consecuencia, hay que asegurar la confidencialidad, lo que se logra incorporando un protocolo criptográfico. Además, las ondas hertzianas están sometidas a distintas perturbaciones (reflexión y absorción en los edificios, ecos, etc.), por lo que hay que introducir en el paquete códigos correctores para poder recuperar la señal original. Como se puede ver, se trata de un problema complejísimo, que reúne expertos de múltiples especialidades.

Pese a ser un invento muy reciente, la mayoría de la gente ve en los ordenadores sólo aparatos eminentemente prácticos, habiéndose olvidado ya de que su creación está relacionada con una cuestión puramente filosófica que subyace en los fundamentos de las matemáticas.

Los ordenadores han transformado completamente nuestra sociedad. Cabría preguntarse si estas poderosas máquinas llegarán a reemplazar algunas de nuestras capacidades mentales en los procesos de razonamiento, verbigracia, en la prueba de un teorema matemático.

Un famoso teorema, el llamado de los cuatro colores, afirma: “En un plano o en una esfera no se necesitan más de cuatro colores para colorear un mapa de manera que dos regiones vecinas, esto es, que tengan frontera común que no se reduzca a un punto, no queden pintadas del mismo color”. Los cartógrafos renacentistas ya intuían que con cuatro colores les bastaba para hacer mapas, pero no fue hasta 1976 cuando dos matemáticos de la Universidad de Illinois (EEUU), Kenneth Appel y Wolfgang Haken, dieron una prueba del teorema. Pero en la prueba resultó crucial la utilización de una computadora que, mediante un complicado programa, les permitió analizar 1.900 tipos distintos de mapas. Naturalmente que surgieron objeciones y que muchos matemáticos cuestionaron la prueba. Su aceptación por la comunidad matemática internacional hubiera significado un cambio drástico en la concepción clásicamente aceptada de lo que se entiende por demostración matemática. Afortunadamente, en 1996, Neil Robertson y tres colegas del Georgia Institute of Technology de EEUU, publicaban una nueva prueba aparentemente correcta y que nadie ha refutado hasta ahora.

La misma controversia se planteó con la conjetura de Kepler sobre el empaquetamiento de esferas. Todo surgió a mediados del siglo XVI, cuando Sir Walter

Raleigh le pidió al matemático inglés Thomas Harriot una manera rápida de calcular el número de balas de cañón que se podían apilar en la cubierta de un barco. Harriot le escribió a Kepler, el famoso astrónomo alemán, para quien el procedimiento que permite apilar esferas de modo que el espacio que quede entre ellas sea mínimo no es otro que el que habitualmente utilizan los fruteros en el mercado para amontonar las naranjas. El genial Gauss probó esta conjetura en casos particulares y Thomas C. Hales parece haberlo demostrado definitivamente en el caso general en el año 1998. Y decimos parece, porque la demostración de Hales se basa en el estudio detallado de unos 5.000 grafos en el plano. La prueba es larga y tuvo que recurrir forzosamente a la ayuda de potentes ordenadores. ¿Se pueden considerar ésta como una auténtica demostración matemática? Apenas trascendió la noticia de la solución, un grupo de agricultores norteamericanos —ajenos a esta discusión metafísica— envió este mensaje a Hales: “Con las naranjas funciona perfectamente; por favor, díganos cómo lo podemos hacer con las alcachofas”.

Pero las matemáticas también son un lenguaje. Un lenguaje que utilizamos en la vida cotidiana, porque tenemos necesidad de medir, contar, relacionar y comparar. Para la gente de la calle las matemáticas son sinónimo de exactitud, de rigor y de precisión. Recordemos la anécdota de tres amigos, un ingeniero, un físico y un matemático, que van en un tren por Escocia. Al mirar por la ventana, ven lateralmente una oveja negra. ¡Ajá!, dice el ingeniero, veo que las ovejas escocesas son negras. Medita el físico, querrás decir que algunas ovejas escocesas son negras. No, dice el matemático, todo lo que sabemos es que existe al menos una oveja en Escocia, y que por lo menos uno de sus lados es negro.

Es también un lenguaje para las otras ciencias, para todas, incluyendo las ciencias sociales. Y, por supuesto, es igualmente un lenguaje para los matemáticos. Pero no es un lenguaje al que se accede, como en el caso del idioma materno, de una forma natural, sino que hay que aprenderlo y saberlo emplear.

Y es aquí donde reside el problema: el mal uso y el abuso de este lenguaje. Nosotros mismos, los propios matemáticos, hemos caído muchas veces en este mal. Recuérdese, si no, el excesivo formalismo que impuso, sobre los años 70 del siglo pasado, la mal llamada “matemática moderna” —producto de una peor interpretación del movimiento bourbakista— y sus consecuencias negativas en la enseñanza de las matemáticas a todos los niveles.

Veamos algunos casos. Jacques Lacan (1901-1981), uno de los psicoanalistas más famosos e influyentes del siglo XX, alardea de ser el primero en introducir la topología en sus estudios e investigaciones psicoanalíticas. Advertimos de que la topología es una de las ramas más abstractas de las matemáticas. En uno de sus escritos se puede leer: “En este espacio de goce, tomar algo acotado o cerrado constituye un lugar, y hablar de ello constituye una topología”. Ahora bien, conjunto cerrado o acotado son conceptos matemáticos que tienen una definición muy precisa, al igual que la noción de espacio topológico... Pero no demuestra ni justifica ninguna de sus afirmaciones.

¿Para qué esa referencia al teorema de Stokes —que relaciona la integral curvilínea con la integral de superficie— en su trabajo *Position de l'inconscient*? Hemos analizado el texto y creemos que si se suprime esta cita, no afecta para nada al resto del mismo y, desde luego, no contribuye a aclarar nada de lo que allí se afirma.

Poco a poco, todos los que practican las ciencias sociales, incluyendo los economistas, toman conciencia de que las matemáticas contribuyen a universalizar sus disciplinas y a impregnar de racionalidad el análisis de los problemas sociales, sobre todo cuando son muy complejos, recurriendo a ellas para describir, clarificar e ilustrar los argumentos.

De 1850 hasta aproximadamente mediados de la centuria pasada, la economía matemática experimenta un crecimiento espectacular. En 1838 el gran economista Antoine Augustin Cournot (1801-1877) publicó la obra *Recherches sur les Principes Mathématiques* (¿qué nos recuerda?) *de la Théorie des Richesses*, de la cual se vendieron pocos ejemplares, ya que la forma matemática y el contenido económico ahuyentaron a los posibles lectores. Sin embargo, hoy se le considera como uno de los grandes trabajos en la historia de la economía. Léon Walras publicó en 1874 sus *Éléments* (¿nos suena, verdad?) *d'Économie Politique*, en cuyo prólogo asegura: “Toda esta teoría es una teoría matemática, es decir, si bien la exposición se puede hacer en el lenguaje ordinario, la demostración debe hacerse matemáticamente”.

Curiosamente aparecen *Elementos* y *Principia Mathematica* en economía.

Pero también hay críticas a la utilización de las matemáticas en economía. Así Gordon Tullock se queja del uso de las matemáticas como decoración, como adorno, lo que según él representa un buen porcentaje de la literatura en economía y que repercute negativamente en el proceso de comunicación. En la misma dirección incide John M. Keynes en su magna obra *General Theory*, cuando afirma: “... Un porcentaje demasiado grande de la economía matemática reciente es una mera mezcla tan imprecisa como

las suposiciones en que se apoya, lo cual hace que el autor pierda la visión de las complejidades e interdependencias del mundo real en un laberinto de símbolos pretenciosos e inútiles”.

A pesar de su persistencia, las críticas no han ejercido ningún efecto significativo sobre el crecimiento continuo del uso de las matemáticas en economía y, en general, en todas las ciencias sociales.

Resulta asombroso contemplar cómo muchas teorías y resultados matemáticos altamente abstractos han tenido una inmediata aceptación en economía. Así, la topología algebraica permitió a Von Neumann formular un teorema para establecer la existencia de una vía de crecimiento óptimo en un determinado modelo, generalizando el teorema del punto fijo de Brouwer. Nadie discute hoy que la teoría de la medida ocupa un lugar privilegiado en la economía matemática. O que la topología diferencial y el análisis han suministrado técnicas para el estudio de situaciones de equilibrio en algunos modelos económicos. Incluso el sofisticado análisis no estándar, creado por Robinson en 1960 y muy discutido al principio en la propia comunidad matemática, ha tenido aplicaciones importantes en economía. También la teoría de los juegos no cooperativos y los conceptos de equilibrio dominante y equilibrio de Nash del matemático y Premio Nobel de Economía en el año 1994, John Forbes Nash. Y qué decir de los procesos y el análisis estocásticos y su utilización en el modelo de Black-Scholes para el mercado de opciones.

Si los resultados de Gödel sobre los fundamentos de las matemáticas proclaman su falibilidad, cuánto más podría ocurrir en los diferentes campos de sus aplicaciones. Sobre todo cuando los matemáticos, y los no matemáticos, pretenden llevar este razonamiento absoluto a todos los rincones, incluso a los sentimientos, emociones, gustos, pensamientos, voluntades... de los seres humanos, territorios donde hasta ahora, que sepamos, no gobierna la lógica matemática. ¡Afortunadamente! Ya lo advertía Jean Dieudonné en su obra *En honor del espíritu humano*: “muchos matemáticos que quisieron arreglar el Mundo, lo han pagado a sus expensas”. Y lo aclara mejor M. de Guzmán cuando habla de los peligros de la matematización de nuestras vidas cotidianas: “Si las matemáticas son la base de la cultura, aquél que logre situarse en el corazón de ellas y desde allí contemplar nuestro mundo, está en una situación privilegiada para juzgar adecuadamente sobre su destino. Oigámosle y sigámosle... Sería bueno recordar que muy a menudo el matemático, y el científico en general, fuera de su propia esfera de competencia suele ser tan superficial y sesgado como el que más”.

Para ir finalizando sólo unas breves pinceladas sobre las matemáticas en este nuevo milenio. Emulando lo que ocurrió en 1900 en París, con ocasión de la celebración del segundo Congreso Internacional, en cuyo marco Hilbert formuló 23 problemas pendientes que condicionaron en nuestra ciencia el desarrollo del siglo XX, en el mes de mayo de 2000 —transcurrido un siglo de aquella fecha histórica— se dieron a conocer en la misma ciudad los denominados Siete Problemas del Milenio, planteados por un grupo de expertos. En efecto, el Clay Mathematical Institute de Cambridge, en Massachussets (EEUU), ha instituido siete premios de un millón de dólares cada uno para quienes los resuelvan. Sólo recordamos, por ser el más conocido, el que corresponde a la hipótesis de Riemann. Asegura que los ceros no triviales de la función zeta de Riemann tienen parte real igual a un medio. Al respecto, Hilbert comentó: “si me despertara después de haber estado dormido durante mil años, mi primera pregunta sería ¿ha sido probada ya la hipótesis de Riemann?”, lo que da una idea de lo difícil que se presupone su solución.

En España se ha pasado del desafortunado “que investiguen ellos” a un desarrollo científico inimaginable a mediados del siglo pasado. En particular, en nuestra ciencia se puede hablar de una auténtica explosión de las matemáticas españolas. No hay nombres hispanos asociados a descubrimientos significativos en este campo, como hemos visto en el recorrido histórico que hemos realizado, ni hasta la fecha que hemos citado abundaban los trabajos con apellidos nuestros en revistas especializadas y prestigiosas de nivel internacional en esta ciencia. A partir de los años 60 del siglo pasado el cambio ha sido espectacular, apareciendo trabajos de nuestros investigadores en las revistas más importantes, hasta el punto de pasar a ocupar un honroso noveno lugar en el ranking de la producción matemática mundial, con más del 4% del total publicado, y en nuestro país, la tercera posición, según la base de datos ISI entre 1998 y 2002, por encima de otras disciplinas científicas que nos aventajaban tradicionalmente. En particular, Canarias es la quinta Comunidad por su notable crecimiento en la producción matemática, según el estudio realizado por la RSME en el decenio 1990-1999.

Tenemos razones para ser optimistas con el futuro de las matemáticas, aunque no sea con el entusiasmo y la vehemencia del algebrista Sylvester, que proclamaba:

“El mundo de ideas que descubre o ilumina, la contemplación de la divina belleza y el divino orden que suscita, la armoniosa conexión de sus partes, la infinita jerarquía y

la evidencia absoluta de las verdades en que se ocupa, éstos y otros parecidos son los más sólidos motivos del título que da derecho a las matemáticas al respeto humano, y esos motivos seguirían siendo inatacables e inigualables aunque el plan del universo se desplegara como un mapa a nuestros pies y se permitiera a la mente del hombre captar de una mirada todo el esquema de la creación”.

Muchas gracias por su atención.