

El momento de las Matemáticas

Enrique Zuazua Iriondo

Departamento de Matemáticas & IMDEA-Matemáticas

Universidad Autónoma de Madrid

28049 Madrid

enrique.zuazua@uam.es

<http://www.uam.es/enrique.zuazua>

La explosión de las Matemáticas

Vivimos una era en la que se está materializando un nuevo renacer de las matemáticas que algunos han denominado "La explosión de las Matemáticas"¹. A muchos cuesta creer que así sea. ¿Cómo una ciencia tan antigua, compleja y abstracta, puede tener aún cosas que decir o que descubrir? ¿En qué medida, los resultados esperables pueden tener algo de relevante en los ámbitos que preocupan al ciudadano de hoy? La respuesta está en el imparable desarrollo propio de nuestra dinámica sociedad. Las Matemáticas son a la vez una ciencia básica, el lenguaje en el que está escrito el universo como decía Galileo Galilei, y también una disciplina que se retroalimenta permanentemente a través del desarrollo de todos los demás ámbitos de la Ciencia y de la Tecnología.

A finales del siglo XIX y principios del XX las Matemáticas emprendieron lo que entonces era un indispensable camino a la abstracción. Sus impulsores, como David Hilbert, habían entendido que no se podía hacer frente a los

¹ Véase la publicación "L'Explosion des Mathématiques" de la Sociedad Matemática (SMF) y Sociedad de Matemática Aplicada e Industrial (SMAI), de Francia:
<http://smf.emath.fr/Publications/ExplosionDesMathematiques/>

crecientes retos que planteaba nuestra moderna civilización, ya cuando la revolución industrial era imparable, a través de las técnicas calculísticas clásicas, basadas en el análisis individual de cada problema y cada caso. Era necesaria una disciplina con unos fundamentos sólidos, consistente, en la que sus conexiones lógicas estuvieran fuera de duda, evitando paradojas que pudieran llevarla a callejones sin salida. Se procedió así a rehacer la armadura de lo que es posiblemente la más compleja construcción intelectual a la que el ser humano ha hecho frente y que conocemos como Matemáticas.

Tras la Segunda Guerra Mundial surgió una nueva rama de las Matemáticas, la denominada Matemática Aplicada, en estrecha relación con la industria, la tecnología y las otras ciencias. Ésta se ocupa de la modelización de los fenómenos más diversos, y también del análisis del comportamiento cualitativo de sus soluciones y de cuantificar las respuestas de modo que puedan ser utilizadas, en particular en el diseño y control de los procesos involucrados. La Matemática Aplicada supuso una llamada de atención, un fuerte golpe de timón que, las Matemáticas, concentradas en levantar su propio andamiaje, necesitaban. De este modo la ventana de las Matemáticas se abrió al mundo. El nacimiento de la Matemática Aplicada es contemporáneo al de los ordenadores, inicialmente ideados por Blaise Pascal y Alan Turing, cuyo avance ha sido y sigue siendo espectacular. Hoy en día, un simple ordenador portátil ofrece una capacidades de cómputo, cálculo formal, visualización y comunicación enormes y se convierte por tanto en un inmejorable aliado para los Matemáticos. Las posibilidades que ofrecen a la hora de ordenar y buscar estructuras en datos, explorar estrategias y posibles combinaciones, realizar operaciones de manera estructurada y masiva, o, simplemente, ilustrar gráficamente los resultados obtenidos, son casi infinitas, al menos en comparación con la potencia y capacidad que podrían proporcionar los meros recursos humanos, por numerosos y diestros que estos fueran.

Con este edificio intelectual que cimienta sus fundamentos y métodos, y con la fuerza y versatilidad que ofrecen la Matemática Aplicada y los ordenadores, la nave de las Matemáticas, la Reina de las Ciencias, está pues preparada para surcar el siglo XXI.

Conviene en este punto señalar que este esfuerzo y vocación de las Matemáticas por modelizar y explicar los fenómenos naturales no es nueva sino que es su motivación última desde sus orígenes.

Matemáticas y su compromiso con la sociedad

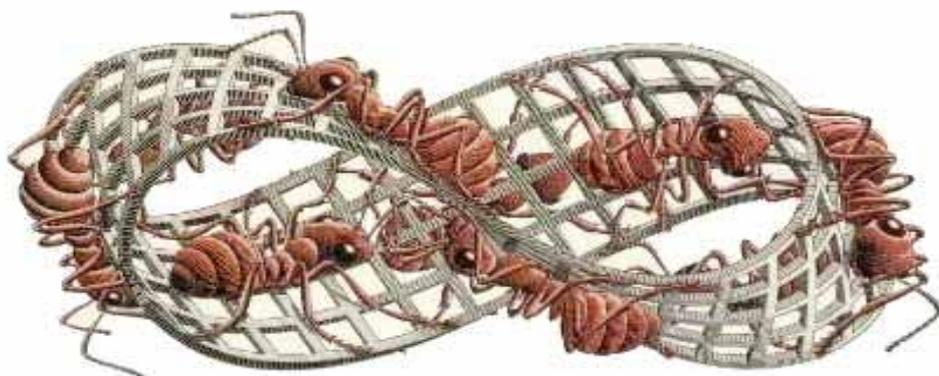
Nunca antes habíamos vivido en una sociedad tan matematizada, y a pesar de ello la ciudadanía es muy poco consciente de ello. En efecto, las Matemáticas están presentes no sólo ya en la naturaleza, como indicó Galileo al que antes aludíamos, sino en todas las herramientas, procedimientos y mecanismos que forman parte de nuestra vida más cotidiana: las comunicaciones (televisión digital y telefonía), los buscadores de internet, la seguridad en las transacciones bancarias, los mercados financieros, la gestión de las redes de transporte, y un largo etcétera.

Vivimos pues “el momento de las Matemáticas”, uno más, particularmente brillante, en lo que ha sido la trayectoria de las Matemáticas que surgen, de hecho, a la vez que la propia especie humana pues el desarrollo lingüístico convirtió al ser humano en un gran simbolizador, y esto condujo a la invención de las Matemáticas, lo cual contribuyó a situarlo en la cumbre de la evolución.

De hecho, el papel estelar de las Matemáticas en cada momento cumbre de nuestra civilización es bien conocido desde sus orígenes. Así, en el antiguo Egipto, podemos identificar a los pioneros de la Teoría del Control actual que se ocupa del diseño, control y la automatización de los más diversos procesos a través de métodos matemáticos, haciendo realidad la *Cibernética* de Norbert Wiener, la “máquina al servicio del ser humano”. Se trata de los *harpenodaptai* o estiradores de cuerdas, cuya misión era la de cooperar en la construcción de las pirámides. Ellos

supieron plasmar en su arte y oficio su comprensión de que la distancia más corta entre dos puntos en nuestro espacio euclideo es siempre la línea recta. Esta es tal vez una de las manifestaciones más antiguas y poderosas de la potencia de las Matemáticas: una comprensión geométrica puesta al servicio de la tecnología de la construcción a través de un oficio aparentemente tan simple (pero tan complejo a la vez; basta intentar trazar una larga línea recta sobre la arena húmeda de la playa para darse cuenta de ello) como dibujar grandes líneas rectas en el suelo.

Hoy sabemos que el espacio euclideo, en el que está basada nuestra comprensión de nuestro universo cotidiano, no es más que una simplificación de una mucho más compleja realidad como ponen de manifiesto la Teoría de la Relatividad, la Mecánica Cuántica, y los avances recientes en la descodificación de las estructuras biológicas.² Las Matemáticas son un aliado indispensable también a la hora de caminar por estos universos en los que ya no nos podemos guiar por nuestra visión y nuestra primera intuición fruto de la experiencia, en los que es indispensable adentrarse a través de interpretaciones adecuadas de conceptos como curvatura, geodésicas o singularidades, que son obvios en nuestro entorno, pero que en estos universos ocultos sólo pueden ser analizados y entendidos a través de modelos matemáticos complejos y siguiendo de manera rigurosa definiciones e implicaciones lógicas, para llegar a teoremas y corolarios.



² El último número de CIC-Network contiene un artículo de Santiago Fernández sobre la vida y obra del genial Lobachevski, creador de la geometría hiperbólica

Matemáticas: educación y percepción social

A pesar de la relevancia y actualidad de las Matemáticas, el trabajo de los matemáticos, como el de los científicos en general, aunque tal vez de modo más acentuado, se desarrolla normalmente en silencio, lejos de los actos públicos y de los medios de comunicación. Tal vez por ello las Matemáticas no tienen la presencia social que corresponde a su contribución a nuestra civilización.

Más aún las Matemáticas con frecuencia pecan de falta de popularidad. La dificultad intrínseca de las Matemáticas, los métodos de enseñanza a emplear, y el número de horas que hay que dedicarles son siempre temas estelares en cualquier debate sobre posibles reformas de planes de estudios. Y la discusión está lejos de estar cerrada. A los jóvenes de hoy les pedimos que sepan cada vez más, de más cosas, como si la compleja geografía de nuestro planeta, el mosaico de culturas y lenguas, y su amenazada biodiversidad, pudieran aprenderse, entenderse, asimilarse, sólo leyendo libros o mirando en una pantalla de internet, y en unas pocas horas. Pero además queremos que aprendan varios idiomas, y que conozcan la historia universal, y la de nuestro pueblo, y las Ciencias y las Letras,... Cada vez es más difícil desarrollar y mantener un sistema que garantice una educación integral y las Matemáticas están siempre en el epicentro del debate.

En los años 70 se pasó de la enseñanza clásica de las Matemáticas, basada en la geometría y el cálculo, a la inspirada en la nueva Matemática, la más abstracta. Profesores y alumnos pasaron de hablar de áreas, volúmenes y raíces cuadradas, a la teoría de conjuntos y las relaciones de equivalencia, de la Matemáticas de los números a la de los símbolos, no sin dificultad. Hoy sabemos que ésto no era más que una consecuencia natural del proceso que los matemáticos emprendieron a principios del siglo XX para revisar a fondo sus fundamentos, y que décadas después llegaba hasta las clases de Primaria. Era el inevitable tránsito por uno de los

extremos del movimiento pendular que habría sido deseable evitar.

Hoy, también en nuestro sistema educativo, las Matemáticas recuperan su unidad y equilibrio, combinando abstracción, cálculo y geometría. La naturaleza está llena de formas y de geometría a las que no podemos escapar y el cálculo es doblemente imprescindible, primero a la hora de resolver problemas concretos, y en segundo lugar, porque el cálculo reiterado de manera sistemática el que conduce a la abstracción, como si el sistema neuronal necesitara repetir muchas veces las mismas operaciones para sintetizarlas, automatizarlas y dar el salto a la abstracción. Pero también es cierto que los problemas con los que se encuentra el ciudadano exigen, de manera creciente, de una cierta capacidad de simbolización y abstracción, pues la complejidad que entrañan muchos de ellos en cualquier ámbito de nuestra actividad económica o industrial, hacen materialmente imposible un abordaje basado en técnicas meramente calculísticas.

Los Congresos Internacionales de matemáticos

¿Por qué hablar de Educación? Todas las instituciones punteras en Ciencia, los líderes de la sociedad del conocimiento y la información, saben que las Matemáticas constituyen un área prioritaria de inversión pues, de un modo u otro, más temprano que tarde, todo desarrollo científico y tecnológico necesita pasar por ellas. Difícilmente puede abordarse una planificación sostenible del tejido científico-tecnológico de una sociedad sin contar con las Matemáticas y éstas no pueden desarrollarse de manera sostenible sin un buen sistema educativo.

De hecho las Matemáticas han sido tradicionalmente una disciplina que siempre ha considerado a la educación y a la difusión dos de sus áreas prioritarias de acción. Así, los Congresos Internacionales de Matemáticos (ICM), cuya última edición (ICM 2006) se celebró en Madrid el pasado

mes de agosto³, entre la veintena de sesiones en las que se estructura, cuentan siempre con una dedicada a la educación y a la popularización de las Matemáticas y otra a su Historia, continuando así con una tradición que arranca en el primer ICM celebrado en Zürich en 1897 y seguido del célebre ICM 1900 en el que David Hilbert presentó sus 23 famosos problemas.

Pero los ICM, junto a las clásicas secciones dedicadas a la Geometría, al Álgebra, a la Lógica o al Análisis, también tienen una dedicada a las “Aplicaciones de las Matemáticas” en las que se pueden escuchar conferencias sobre el uso de las ecuaciones diferenciales y el análisis numérico para la simulación del sistema de circulación sanguíneo, de la combinatoria para la creación de nuevos buscadores en internet, de la teoría de las probabilidades para predecir la volátil evolución de los mercados financieros, y un largo etcétera Este hecho es un fiel reflejo de que las Matemáticas han restablecido su unidad, como a finales del siglo XVII, la época de los “Principia Mathematica” de Isaac Newton, cuando Física y Matemáticas eran una única disciplina.

Vocación por las Matemáticas

Pero el libro de las Matemáticas es mucho más antiguo. Esta disciplina, desde sus orígenes con Pitágoras y Euclides, tiene ya una larga historia y, a pesar de ello, está en gran medida sin escribir. Se trata pues de una disciplina muy apta para los jóvenes aficionados a la Ciencia y con gusto por la elucubración, el cálculo, los problemas lógicos, o simplemente curiosos por ver cómo el mundo puede ser entendido a través de la Ciencia. Pero hay en estos momentos una fuerte crisis de vocaciones. Las decisiones de los más jóvenes están con frecuencia demasiado influenciadas por una cierta falsa imagen del éxito que se proyecta con demasiada frecuencia en los medios de comunicación: el éxito ha de ser fulgurante y llegar a todos los rincones del planeta como internet. Pero la realidad es

³ Presidido por el Profesor Manuel de León, del Instituto de Ciencias Matemáticas del CSIC (<http://www.icm2006.org/>)

otra pues nuestra sociedad está llena de Matemáticas, y su futuro depende en gran medida de un desarrollo sosegado, sostenido e inteligente de las Matemáticas que aún no están escritas y de una aplicación audaz de las que ahora se empiezan a considerar como bien establecidas. Esta tarea sólo puede ser realizada si se produce un permanente relevo generacional. No hay razón para que algunos jóvenes no elijan las Matemáticas. Es una disciplina apasionante, ideal para quienes disfrutan del pensamiento lógico y/o del cálculo, y en la que cada vez son más y mejores las oportunidades para desarrollar una carrera profesional e investigadora plena.

A pesar de ello vivimos una crisis de vocaciones debida, posiblemente, al menos en parte, a la falsa imagen que se ha creado de las Matemáticas como de una disciplina demasiado alejada de la realidad. Como indicamos en estas páginas, esta percepción está muy alejada de la realidad de nuestra disciplina, pero los matemáticos tenemos la responsabilidad de comunicar adecuadamente este hecho a la sociedad.

Hoy en día una formación inicial y sólida en Matemáticas como la que se proporciona en su licenciatura proporciona al joven profesional herramientas para desarrollar su actividad investigadora y profesional en los campos más variados de la Ciencia, Técnica y Economía, en los que las necesidades de matematización son crecientes.

Los retos de las Matemáticas

Las Matemáticas tienen sus propios retos, como son sus grandes problemas aún abiertos. Ahí está, por ejemplo, por esclarecer el problema de la unicidad y la regularidad de las soluciones de las ecuaciones de Navier-Stokes, en el corazón de la Mecánica de los Fluidos en tres dimensiones espaciales. ¿Cuánto más habremos de esperar para conocer la solución? ¿Décadas, siglos, como en el caso de los Teoremas de Fermat o de Poincaré recientemente resueltos? ¿Cuáles serán las consecuencias de la resolución de los problemas relativos al movimiento del aire, del agua

o de la sangre para el Medio Ambiente, el transporte o las nuevas terapias médicas?



Sello conmemorativo de la resolución del Teorema de Fermat

Las ecuaciones de Navier-Stokes son uno de los más notables ejemplos de los modelos que denominamos *Ecuaciones en Derivadas Parciales (EDP)*. Las EDP, siguiendo programa establecido por Newton en sus fundamentales y revolucionarios *Principia*, permiten describir un sinfín de fenómenos de la naturaleza y de sistemas de la Tecnología y, muy en particular, todo lo que tiene que ver con la elasticidad de los materiales, el movimiento de los fluidos, o las ondas electromagnéticas. Fue Euler quien introdujo las ecuaciones que llevan su nombre para el movimiento de los fluidos, denominados perfectos o ideales, en los que se desprecia el efecto de la viscosidad. Fue mucho más tarde cuando Navier y Stokes supieron completar el sistema de Euler para incluir el efecto de dicha viscosidad, que depende del fluido en cuestión pues, como fácilmente podemos intuir, los efectos de la viscosidad no son iguales en el agua que en la sangre, por ejemplo.

Las ecuaciones de los fluidos pasaban así a acompañar a otras ya conocidas, como la ecuación del calor, ideada para modelizar los procesos de difusión de ubicua aplicación no sólo para la comprensión de la propagación del calor, sino en dinámica de poblaciones, o en la difusión de contaminantes. Ya para entonces era también conocida la ecuación de ondas de d'Alembert que establece que una

cuerda vibrante evoluciona según una ley que garantiza que la aceleración de cada uno de los puntos de la misma es proporcional a la curvatura de la misma.

Hoy las EDP se ocupan de los tsunamis, de los terremotos o el cambio climático, en un gran esfuerzo de, en primer lugar, modelización, pues la dinámica que involucran cada uno de estos fenómenos no puede codificarse en una simple fórmula, y, en segundo, de su comprensión su naturaleza y comportamiento genuinamente singular.

Las Matemáticas prestan especial atención a lo singular y a lo pequeño y lo hacen esencialmente por dos razones. Por una parte, suponen los retos intelectuales más difíciles a los que los matemáticos somos tan aficionados. No es difícil imaginar que lo más complejo de la deformación de un cuerpo elástico sucede cuando éste, sometido a fuerzas externas excesivas, llega a su umbral de elasticidad para romperse, o que lo más complejo de la propagación de las ondas ocurre cuando éstas se rompen como las olas al llegar a la costa. Pero por otra parte, nuestro universo, aunque macroscópicamente parece fluir en un movimiento continuo y armonioso, es la superposición de un sinnúmero de pequeñas singularidades, del mismo modo que nuestro planeta, una esfera casi perfecta visto de lejos, presenta una topografía sumamente compleja cuando nos acercamos a su superficie.

Así, los retos de las Matemáticas, son con frecuencia los de la Ciencia y la Tecnología en general, los de nuestra sociedad pues, a pesar de hacerlo en un lenguaje abstracto, necesario por otra parte para poder sintetizar y manipular realidades muy complejas, hacen alusión a fenómenos de gran transcendencia social.

La Teoría Matemática del Control

Antes aludíamos a la Teoría del Control que se ocupa del diseño y de la automatización de los procesos más variados, desde los estabilizadores de estructuras hasta el diseño molecular. Se trata de una disciplina, a caballo entre la Ingeniería y las Matemáticas, que sintetiza todos

esfuerzos previos realizados en el ámbito de la modelización y el análisis. Una buena comprensión del funcionamiento de los mecanismos es el que permite diseñar buenas estrategias de control.

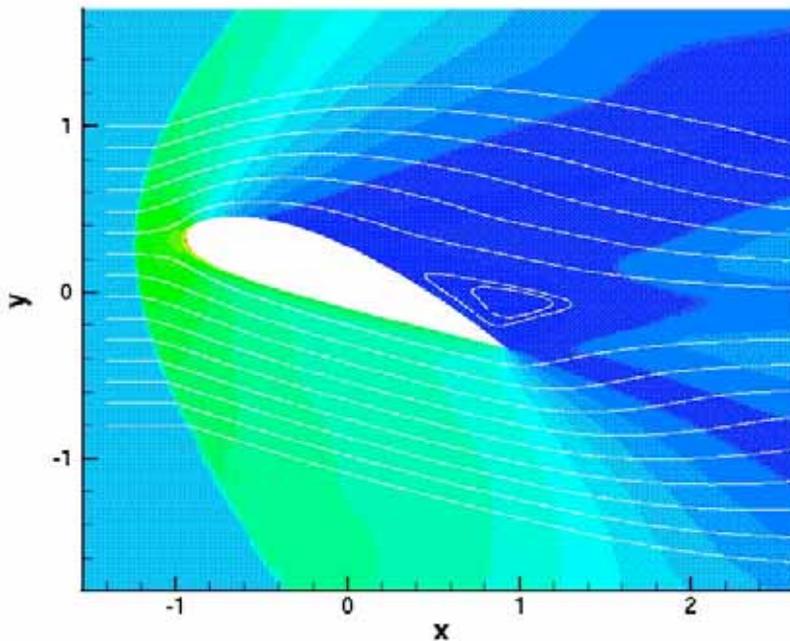


Portada del informe Algunos ejemplos de aplicación de la teoría del control, desde sus orígenes (el mecanismo de regulación de bolas), hasta nuestros días (redes de comunicaciones y aeronáutica).

La Teoría del Control ha desempeñado un papel estelar en el desarrollo de nuestra sociedad. Desde los reguladores de bolas, diseñados inicialmente para los molinos de viento, y después adoptados en una infinidad de máquinas, como la de vapor⁴ o el gramófono de Edison, hasta el control de trayectorias en viajes espaciales. Se trata de una disciplina con una de las hojas de servicios más brillantes.

⁴ Y cuyo comportamiento fue explicado por Lord Maxwell a través de técnicas propias del análisis cualitativo de las soluciones de ecuaciones diferenciales explicando por qué mecanismos aparentemente más rudimentarios tenían en la práctica un comportamiento más estable: por la disipación intrínseca que introduce un cierto nivel de imperfección como la rugosidad de una superficie.

En los años 60 la Teoría del Control empezó a ocuparse de las EDP antes mencionadas, con protagonistas como el matemático francés Jacques-Louis Lions, quien, siguiendo la senda emprendida por von Neumann, comprendió la importancia de esta disciplina y la necesidad de abordar modelos más complejos y en particular los de las estructuras elásticas y los fluidos. Él fue asiduo colaborador de instituciones del campo de la *aeronáutica* en el que aún hoy la Teoría del Control tiene mucho que decir, tanto en lo que respecta al control pasivo, es decir, al diseño de la forma de las aeronaves, como al control activo en múltiples maneras: control del ruido acústico en cabina, control automático de trayectorias, estabilizadores de vuelo, etc. En efecto, a pesar de los avances patentados en este ámbito, la creciente globalización y demanda de transporte aéreo hacen que esta disciplina lejos de estar cerrada, viva un vigoroso renacer.



Simulación numérica bidimensional del comportamiento del ala de un avión en vuelo, con el objeto de mejorar su diseño para un mejor rendimiento aerodinámico.

En este ámbito, en efecto, las Matemáticas pueden contribuir al diseño de las aeronaves modernas, con cada vez más altos requerimientos de eficacia, seguridad y respeto medioambiental, al igual que en su día, gracias a los trabajos de Lord Maxwell, explicaron el comportamiento

de los mecanismos de bolas para la estabilización de la máquina de vapor que supuso un paso de gigante en la revolución industrial.

Nada de esto habría sido y sería posible sin el importantísimo desarrollo de las Matemáticas Computacionales y el Análisis Numérico que se ocupan permanentemente de transcribir el pensamiento matemático en algoritmos y de entender cómo la compleja realidad que nos rodea puede ser digitalizada. De este modo se han producido avances sustanciales y visibles en ámbitos científicos que nos afectan a diario como es la predicción meteorológica que ha visto aumentar sensiblemente su fiabilidad en gran medida gracias a una significativa mejora de las simulaciones numéricas.

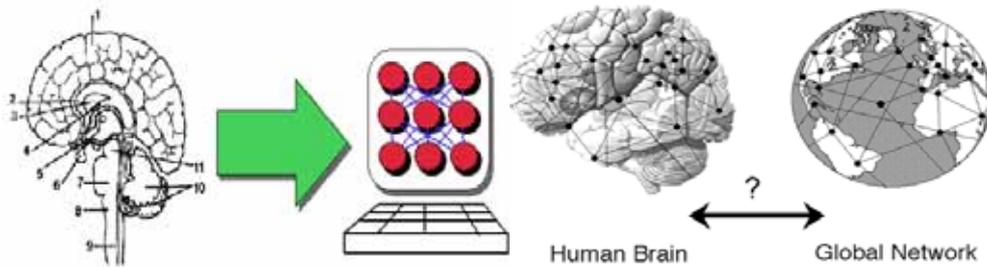
Matemáticas y Ciencias Sociales

No todas las disciplinas están igualmente matematizadas. Así el siglo XXI será en gran medida el de la matematización de grandes ámbitos de las Ciencias de la Vida y las Ciencias Sociales.

En efecto, los mismos modelos que sirven para describir el movimiento de los fluidos y las deformaciones de las estructuras, son útiles, en particular, en el ámbito de las Ciencias Sociales para analizar la evolución y la interacción de las culturas y sus lenguas. Los vascos tenemos en esta materia una importante tarea pendiente pues, sin haber sido aún capaces de descifrar su remoto origen, nuestra lengua encara muy debilitada el siglo XXI y los fenómenos de globalización crecientes.

George Steiner, en su discurso de recepción del Premio Príncipe de Asturias 2001 de "Comunicación y Humanidades", en el que hizo un análisis crítico de la dinámica actual en la cual la mayoría de las lenguas del planeta corren el riesgo de desaparecer frente a la creciente tendencia de concentración en torno al idioma del globo, concluyó diciendo: *Bajo las circunstancias actuales, quiero decir que algunos problemas son más grandes que*

nuestros cerebros. Eso puede ser una preocupación, pero también es una fuente de esperanza.



El cerebro como modelo que inspira los ordenadores, la computación y la comunicación global en red.

Esta frase, concebida en el ámbito lingüístico, describe a la perfección lo que es el motor de las Matemáticas, siempre entre la incertidumbre, la verdad y el descubrimiento a través de la creatividad y el rigor. De hecho Matemáticas y cerebro están gratamente condenados a seguir conviviendo no sólo porque las Matemáticas sean uno de los más fascinantes ejercicios intelectuales, sino porque las Matemáticas cada vez se inspiran más en los incesantes avances que se producen en la comprensión del funcionamiento de éste para diseñar algoritmos más eficaces. Se trata una vez más el sueño de la Cibernética de Wiener: las máquinas cooperando con el ser humano, inspirándose en el modo de funcionamiento de su cerebro.

Cambridge, mayo 2007