

PRINCIPES DE LA NOUVELLE GÉOMÉTRIE DU TRIANGLE

PAR M. A. POULAIN

Con este título ha hecho aparecer recientemente M. Poulain un interesantísimo folleto ⁽¹⁾ sobre la Geometría del triángulo, que vamos á dar á conocer á nuestros lectores.

(1) En venta en la librería de Croville-Morant, éditeur, 20 rue de la Sorbonne. Paris 1892
precio: 2 f. 50.

La Geometría del triángulo, desconocida hace veinte años, constituye ahora una rama determinada de las ciencias matemáticas. Los numerosos desarrollos de que ha sido objeto la han conducido rápidamente á formar un todo completo. Las proposiciones que se ofrecieron en su origen y que parecían aisladas se han encajado entre sí por sabios métodos, interesantes teorías é ingeniosos procedimientos de transformación ó de conjugación. La Geometría reciente constituye en la actualidad una cadena cuyos anillos se hallan firmemente unidos, y sería imposible el aspirar á conocer esta nueva conciencia sin poseer sus nociones preliminares y fundamentales. Era pues necesario que los matemáticos, conocedores á fondo de estas cuestiones se propusieran vulgarizar los elementos. Tal ha sido el fin á que se ha dirigido Mr Poulain.

El folleto de que tratamos no contiene más que el estudio de los puntos y de las rectas notables del plano del triángulo y algunas nociones sobre el círculo de Brocard. El autor se ha propuesto, en efecto, dar á conocer los *principios* que permitan á los lectores, poco al corriente de esta nueva ciencia, iniciarse rápidamente en su estudio, y su éxito ha sido completo.

Si la lectura del trabajo de M. Poulain se impone á los *principiantes*, no es por esto menos útil á los que se hallan ya familiarizados con el estudio de la Geometría del triángulo: los nuevos puntos de vista en los que el autor se ha colocado, la diversidad de los enunciados, las numerosas fórmulas dadas, les facilitarán el hacer una abundante recolección y aumentar sus conocimientos en grandes proporciones.

M. Poulain no se ha contentado con tratar las cuestiones que constituyen el fondo de su obra por el método puramente geométrico; se ha servido además de nociones elementales de la Geometría analítica que frecuentemente simplifica en alto grado las demostraciones y arrojan una viva luz sobre el conjunto de las propiedades del triángulo. Las coordenadas normales, baricéntricas; sobrelaterales y angulares desempeñan á su vez un papel importante, y M. Poulain ha mostrado claramente todas las ventajas que de ellas pueden obtenerse en pró de la elegancia de la demostración y de la sencillez de los cálculos, mediante el empleo de tal ó cual sistema de coordenadas.

El folleto de M. Poulain contiene numerosas fórmulas, y en este concepto tiene su lugar señalado en el estudio de un matemático, como la tabla de logaritmos en el de un calculador. El orden de los teoremas, detenidamente estudiado, se ha coordinado en forma de hacer las demostraciones tan sencillas como es posible. Aquí, como en su tra-

tado de Geometría elemental (1) M. Poulain ha puesto toda su atención en allanar dificultades, y lo ha conseguido con excepcional éxito.

La terminología del triángulo no se ha descuidado, introduciéndose algunas palabras nuevas de una utilidad incontestable. «Los puntos notables que actualmente se pueden *nombrar*, dice el autor, son en número ilimitado. Limitándose á los que pueden serlo, sin complicación de lenguaje, se obtienen muchos millares. A cada uno corresponden varias rectas ó curvas notables. Y para esto basta con una treintena de palabras!» Una treintena de palabras, esto es poco; pero todavía es preciso conocerlos y poseer las leyes que presiden á la formación de esta eficazísima nomenclatura. Todo esto, en la obra de M. Poulain se aprende en algunos minutos! El conocimiento de este pequeño vocabulario es por otra parte indispensable para todos los que deseen leer las publicaciones recientes ó los periódicos científicos.

La Geometría del triángulo posee una belleza y fecundidad incóncibibles; todo el que se aproxima á ella se siente irresistiblemente atraído, y todos los que en ella han trabajado no han tardado en amarla. No tan solo desde el punto de vista de los placeres y de las especulaciones intelectuales que procura la geometría brocardiense, es como me permito recomendar á mis lectores el estudio del hermoso trabajo de M. Poulain, sino también desde su aspecto clásico. Los métodos de la Geometría del triángulo han penetrado, en efecto, en la enseñanza, tanto en Francia, como en el extranjero. En Inglaterra sobre todo, las propiedades del triángulo han llegado á ser elementales. Es cierto que con frecuencia los teoremas no se exigen directamente en los exámenes; pero los examinadores se han inspirado en ellos, algunas veces, para las composiciones del bachillerato y también en los concursos de agregación. Con mayor motivo los periódicos de matemáticas no han dejado de tomar en estas fuentes ejercicios inéditos, por más que disimulen más ó ménos su origen. Existe allí una clave que ninguno debe ignorar y que todos los profesores deben poseer.

Les principes de la nouvelle Géométrie du triangle, están divididos en diez capítulos, cuyo contenido citaremos, indicando con *letra cursiva* los pasajes especialmente notables y sobre los que deseamos llamar la atención.

Chapitre I.—Objet de cette géométrie. Quelques définitions (pp. 1-6).

Chapitre II.—Des Coordonnées Trilinéaires et barycentriques (pági-

(1) Editor: Desclée en 1886 y 89 rue Saint-Sulpice, Paris.

nas 6-11). Construction d'un point dont on donne les coordonnées (x, y, z) ou (α, β, γ) . Cinq méthodes pour calculer $x, y, z, \alpha, \beta, \gamma$. Applications. Passage des coordonnées cartésiennes trilatères aux coordonnées.

Chapitre III.—*Quelques équations trilatères.* (pp. 11-16). Equations et constructions de droites remarquables. *Droite de l'infini.* Equation générale des cercles et des coniques. *Correspondance de points et de droites. Triangles homologiques.*

Chapitre IV.—*Des points réciproques et des points inverses.* (páginas 16-20). *Théorèmes divers.* Applications. *Construction de la polaire trilinéaire d'un point donné par les coordonnées.*

Chapitre V.—*Énumération des points dérivés d'un ou plusieurs autres à l'aide de leurs coordonnées trilatères.* (pp. 20-29). *Point factorien.* Points dérivés d'un seul point M (points réciproques, inverses, algébriquement associés, isobariques, Brocardiens, permutiens et semi-permutiens, complémentaires...) *Construction d'un point à l'infini.*

Chapitre VI.—*Des coordonnées tripolaires et angulaires.* (pp. 29-33). *Coordonnées cotripolaires. Avantages des coordonnées surlatérales. Démonstration géométrique de l'existence des points de Brocard. Formules nombreuses.*

Chapitre VII.—*Énumération des points dérivés de M à l'aide de ses coordonnées tripolaires ou angulaires.* (pp. 32-36). Centres isologiques et isodynamiques. Points jumeaux. *Formules.*

Chapitre VIII.—*Angles et distances* (pp. 36-40). *Distance de deux points. Formules générales de transformation permettant de changer de triangle de référence. Coordonnées tangentielles. Formules nombreuses.*

Chapitre IX.—*Méthodes pour démontrer les théorèmes.* (pp. 40-43). *Méthodes à suivre pour démontrer que 3 points sont en ligne droite et que trois droites sont concourantes.*

Chapitre X.—*Encore quelques points et quelques lignes remarquables* (pp. 43-47). *Cercle de Brocard, premier et second triangle de Brocard.* Points cycliques. Droites isotropes.

Este último capítulo ofrece el hecho curioso de que todos los teoremas sobre el círculo de Brocard se hallan enunciados y demostrados en página y media.

Añadamos, en fin, que numerosas indicaciones bibliográficas permiten recurrir á las memorias originales.

Como lo manifiesta el rápido resumen que acabamos de hacer, la obra de M. Poulain contiene las partes más elementales y las más esenciales de la geometría del triángulo. Está redactada con suma claridad y sencillez, se halla muy bien impresa, facilitando su lectura numerosas figuras intercaladas en el texto. Y no vacilamos en asegu-

rar que, desde el punto de vista elemental y práctico, es una de las mejores obras sobre el triángulo que se han publicado, que será leída con fruto por cuantos se interesan por la geometría del triángulo. Con este motivo, no dejaremos de recomendarla á nuestros lectores.

EMILE VIGARIÉ.

