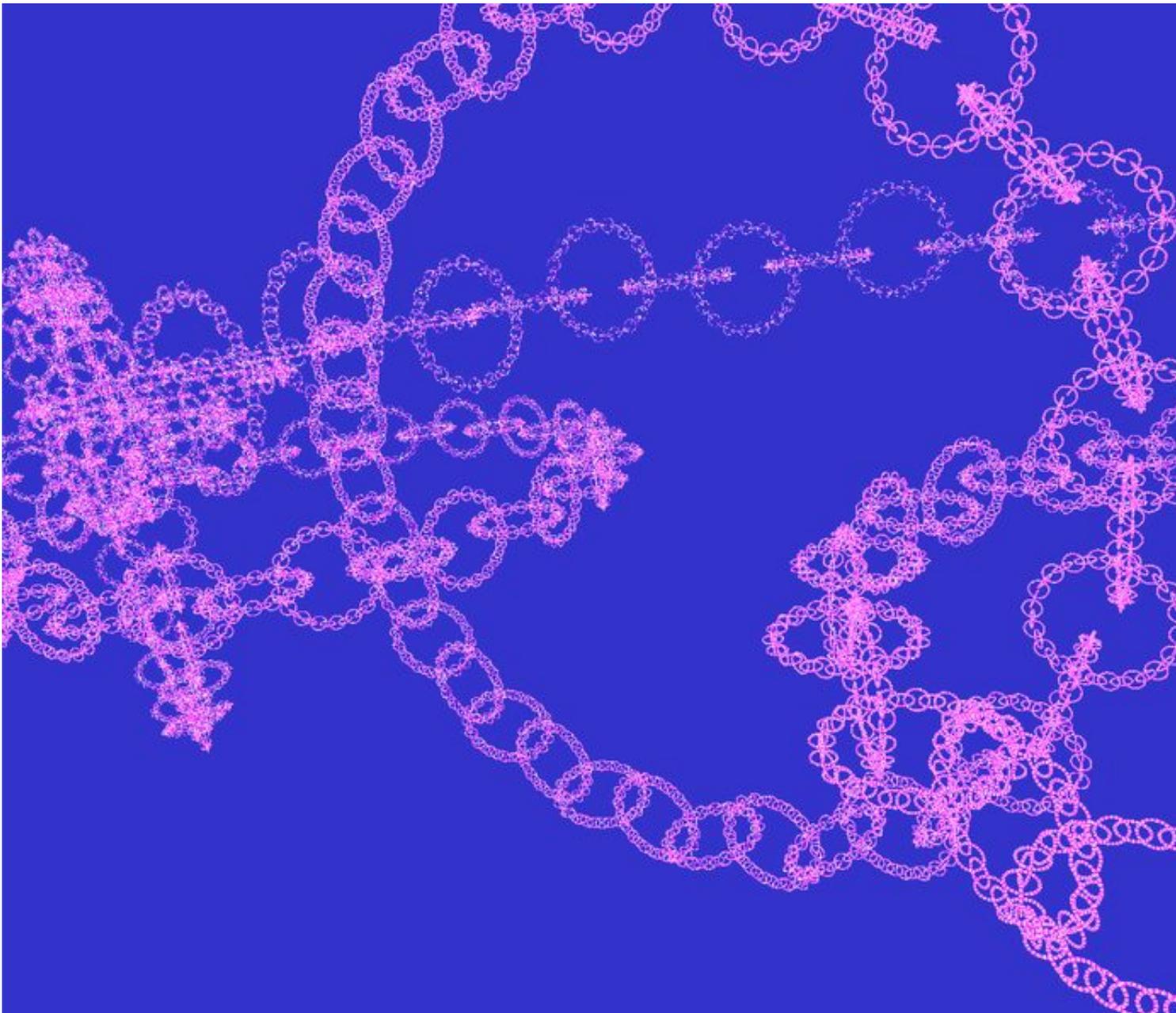


Louis Antoine y su fabuloso collar

Escrito por Marta Macho Stadler
Lunes 08 de Febrero de 2016 11:00

El **collar de Antoine** es un bellissimo ejemplo de [conjunto fractal](#) , de hecho es un [conjunto de Cantor](#) embebido en el espacio tridimensional. Ya lo habíamos nombrado –en tono humorístico– en la entrada [Algunos objetos topológicos realmente sorprendentes](#)



Louis Antoine y su fabuloso collar

Escrito por Marta Macho Stadler
Lunes 08 de Febrero de 2016 11:00

Tercera iteración en la construcción del collar de Antoine
http://en.wikipedia.org/wiki/File:Antoine%27s_Necklace.PNG

Antes de indicar como se construye y citar sus propiedades más importantes, quiero hacer un pequeño comentario sobre su creador, el matemático francés [Louis Antoine](#) (1888-1971).



<http://journes-louis-antoine.univ-rennes1.fr/>

Louis Antoine estudia en la [École normale supérieure](#), etapa durante la cual entabla amistad con [Gaston Julia](#). Movilizado durante la primera guerra mundial, resulta herido en tres ocasiones; la última de ellas el 16 de abril de 1917: a consecuencia de esta lesión,

pierde la vista

. Su ceguera le imposibilita para seguir en la enseñanza secundaria;

[Henri Lebesgue](#)

le anima a seguir investigando, tomando como modelo a otros matemáticos ciegos, como

[Leonhard Euler](#)

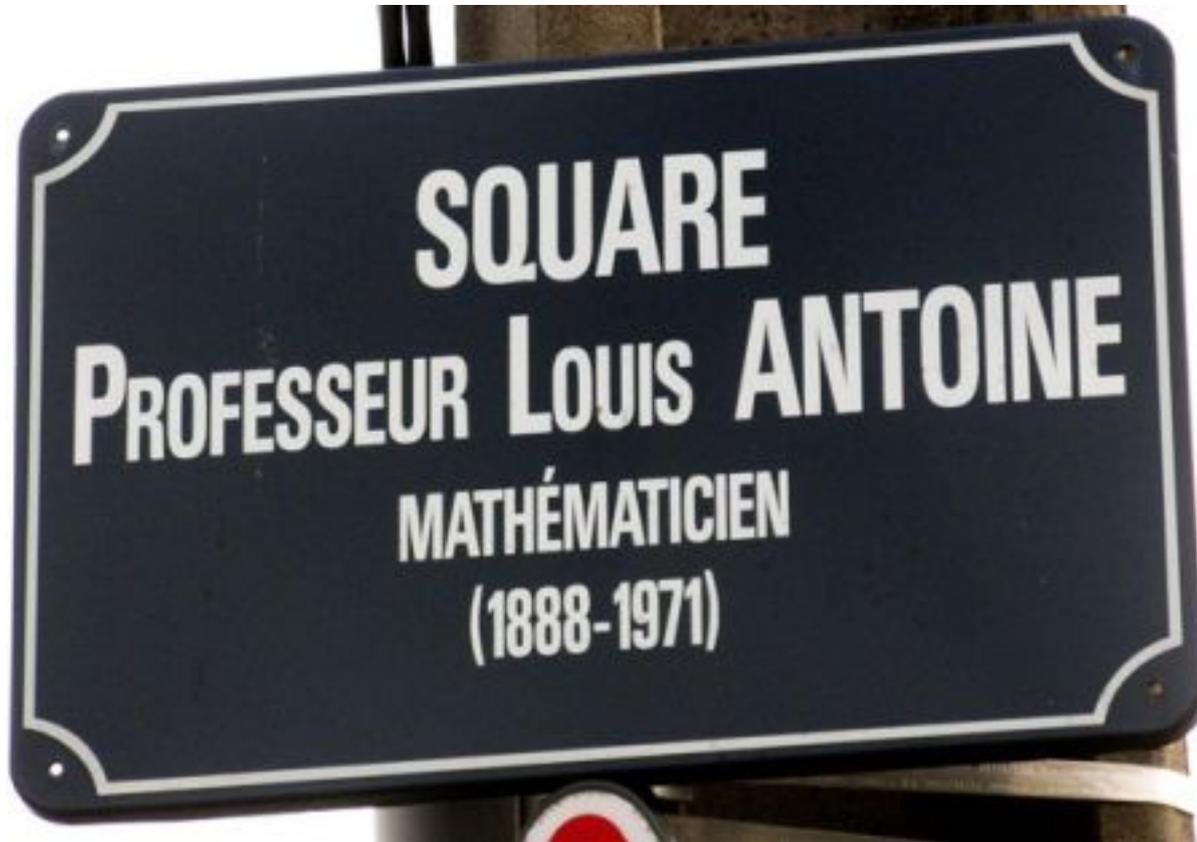
. Le dirige hacia la topología de dimensiones 2 y 3, por un lado, por la escasez de bibliografía para traducir en Braille, y por otro con la esperanza de que [5]:

Dans une telle étude, les yeux de l'esprit et l'habitude de la concentration remplaceront la

Louis Antoine y su fabuloso collar

Escrito por Marta Macho Stadler
Lunes 08 de Febrero de 2016 11:00

vision perdue [En tales estudios, los ojos del espíritu y el hábito de la concentración reemplazarán la visión perdida].



La calle que lleva su nombre en la ciudad francesa de Rennes

<http://www.espace-sciences.org/explorer/blogs/2012/03/26/louis-antoine-un-mathematicien-aveugle?page=111921>

En julio 1921, Louis Antoine defiende su Tesis de Estado en Estrasburgo, [*Sur l'homéomorphie de deux figures et de leurs voisinages*](#)

[1], memoria que contiene lo esencial de sus trabajos científicos. Esta tesis es una contribución fundamental a la topología en dimensión 3: en particular explica un método geométrico para construir un cierto conjunto de Cantor en el espacio tridimensional, el collar de Antoine (lo hace en el capítulo III, *Les ensembles parfaits partout discontinus dans l'espace à trois dimensions*, a partir de la página 311).

Louis Antoine y su fabuloso collar

Escrito por Marta Macho Stadler
Lunes 08 de Febrero de 2016 11:00

En el informe sobre la tesis de Louis Antoine, Henri Lebesgue escribió [4]:

Nous avons en France très peu de docteurs en mathématiques, bien que nos agrégés aient une haute culture. C'est que les Français n'aiment guère le médiocre et, de peur de ne faire qu'assez bien, beaucoup ne font rien qui pourraient faire très bien. Malgré ses brillantes qualités, sans la guerre, M. Antoine n'aurait peut-être jamais fait de travail personnel. Son exemple incite à oser. [En Francia tenemos muy pocos doctores en matemáticas, aunque nuestros agregados tengan una gran cultura. Es porque los franceses huyen de lo mediocre y, temiendo no hacerlo más que pasablemente, muchos no hacen nada que podrían hacer muy bien. A pesar de sus brillantes cualidades, sin la guerra, el Sr. Antoine quizá nunca habría hecho un trabajo personal. Su ejemplo invita a atreverse].

En 1922 obtiene una plaza de *maître de conférences* en Rennes. Durante toda su vida demostró que se podían enseñar matemáticas aún siendo ciego. También puso a punto símbolos en [Braille](#) destinados a traducir símbolos matemáticos. ¡Una gran fuerza de voluntad e intuición!

El **collar de Antoine** se construye de manera inductiva: se parte de un [toro sólido](#) —el producto de una circunferencia y un disco cerrado—

X

1
. En el interior de

X

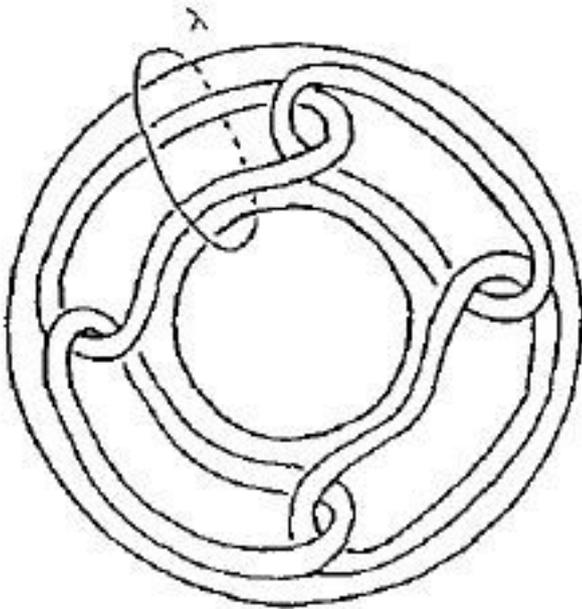
1
, se

Louis Antoine y su fabuloso collar

Escrito por Marta Macho Stadler
Lunes 08 de Febrero de 2016 11:00

embeben

cuatro (en realidad, se puede hacer la construcción con cualquier número de toros $k \geq 2$), toros sólidos enlazados, más pequeños, que forman los eslabones de una cadena:



Primer paso: extraído de [3]

X_2 es la unión de estos cuatro toros. Dentro de cada toro sólido que forma X_2 se repite la misma operación, y así sucesivamente. En la etapa

n
-ésima,

X_n
 n
estará formado por

4^{n-1}
toros enlazados, en cada uno de los cuales se embeben otros cuatro toros más pequeños aún, y la unión de los

4^n
 n
toros enlazados definirá

X_{n+1}

Louis Antoine y su fabuloso collar

Escrito por Marta Macho Stadler
Lunes 08 de Febrero de 2016 11:00

El collar de Antoine A es precisamente la intersección de los X_n . A es no vacío por ser la intersección de conjuntos cerrados encajados:

A

es cerrado,

[totalmente desconexo](#)

,

[sin puntos aislados](#)

y con el cardinal del continuo, es decir, es (

[homeomorfo](#)

a) el conjunto de Cantor.

R^3

—

—

A

no es

[simplemente conexo](#)

, ya que existe un lazo γ , el indicado en la imagen de arriba— que no es contráctil. Los detalles pueden verse en [1] o en [3].

[James W. Alexander](#) construyó [[Remarks on a Point Set Constructed by Antoine](#) ,
Proceedings of the National Academy of Sciences 10 (1), 10–12, 1924] la denominada
esfera de Antoine-Alexander

—no es la misma que la

[esfera con cuernos de Alexander](#)

—, una

[esfera salvaje](#)

que contiene al collar de Antoine: se trata de un contraejemplo a la

[conjetura de Schoenflies](#)

en el espacio euclídeo de dimensión tres.

El collar de Antoine es la base geométrica misma de la célebre involución de la esfera S^3
inventada por

[R.H. Bing](#)

Louis Antoine y su fabuloso collar

Escrito por Marta Macho Stadler
Lunes 08 de Febrero de 2016 11:00

Más información:

1. Louis Antoine, [Sur l'homomorphisme de deux figures et de leurs voisinages](#), J. Math. Pures Appl. 86, 221-325, 1921
2. Beverly L. Bechner and John C. Mayer, [Antoine's necklace or how to keep a necklace from falling apart](#), College Mathematics Journal 19 (4),306-320, 1988
3. H. Ibish, *L'oeuvre mathématique de Louis Antoine et son influence*, Expositiones Mathematicae 9 (3), 251-274, 1991
4. Allyn Jackson, [The World of Blind Mathematicians](#), Notices of the AMS 49 (10), 1246-1251, 2002
5. Gaston Julia, *Notice nécrologique sur Louis Antoine*, Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris 272, 71–74, 1971
6. Jean Lefort, [Louis Antoine, géomètre aveugle](#), Pour la Science 352, 2007
7. [Louis Antoine, un mathématicien aveugle](#), Espace des Sciences, 2012

Artículo publicado en el blog de la Facultad de Ciencia y Tecnología (ZTF-FCT) de la Universidad del País Vasco ztfnews.wordpress.com

Louis Antoine y su fabuloso collar

Escrito por Marta Macho Stadler
Lunes 08 de Febrero de 2016 11:00
