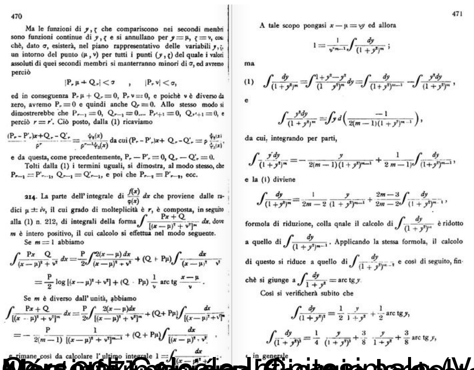
El matemático italiano **Francesco Flores D'Arcais** (1849-1927) nació un 26 de enero.

Se licenció en 1869 por la Università di Pisa y fue profesor de cálculo infinitesimal en la Università di Cagliari desde 1874.

Enseñó álgebra y geometría analítica en la Università di Bologna en el periodo 1875-1878, y después en la Università di Padova, donde permaneció hasta su muerte.

Fue autor de varios trabajos científicos, entre ellos un curso de cálculo infinitesimal que puede leerse en estos enlaces [*Corso di Calcolo Infinitesimale (Vol. 1)* , Edit. Angelo Draghi, 1899] y [*Corso di Calcolo Infinitesimale (Vol. 2)* , Edit. Angelo Draghi, 1901].



470

Ma le funzioni di y, ζ che compariscono nei secondi membri sono funzioni continue di y, ζ e si annullano per $y = \mu$, $\zeta = \nu$, cosicchè, dato σ, esisterà, nel piano rappresentativo delle variabili y, ζ, un intorno del punto (μ, ν) per tutti i punti (y, ζ) del quale i valori assoluti di quei secondi membri si manterranno minori di σ, ed avremo perciò

$$|P_r \mu + Q_r| < \sigma \quad , \quad |P_r \nu| < \sigma,$$

ed in conseguenza $P_r \mu + Q_r = 0$, $P_r \nu = 0$, e poichè ν è diverso da zero, avremo $P_r = 0$ e quindi anche $Q_r = 0$. Allo stesso modo si dimostrerebbe che $P_{r-1} = 0$, $Q_{r-1} = 0$.... $P_{r'+1} = 0$, $Q_{r'+1} = 0$, e perciò $r = r'$. Ciò posto, dalla (1) ricaviamo

$$\frac{(P_r - P'_r)x + Q_r - Q'_r}{\rho^r} = \frac{\psi_2(x)}{\rho^{r-1}\psi_3(x)} \text{ da cui } (P_r - P'_r)x + Q_r - Q'_r = \rho \frac{\psi_2(x)}{\psi_3(x)},$$

e da questa, come precedentemente, $P_r - P'_r = 0$, $Q_r - Q'_r = 0$.

Tolti dalla (1) i termini uguali, si dimostra, al modo stesso, che $P_{r-1} = P'_{r-1}$, $Q_{r-1} = Q'_{r-1}$, e poi che $P_{r-2} = P'_{r-2}$, ecc.

214. La parte dell'integrale di $\frac{f(x)}{\varphi(x)} dx$ che proviene dalle radici $\mu \pm i\nu$, il cui grado di molteplicità è r, è composta, in seguito alla (1) n. 212, di integrali della forma $\int \frac{Px + Q}{[(x-\mu)^2 + \nu^2]^m} dx$, dove m è intero positivo, il cui calcolo si effettua nel modo seguente.

Se $m = 1$ abbiamo

$$\int \frac{Px + Q}{(x-\mu)^2 + \nu^2} dx = \frac{P}{2}\int \frac{2(x-\mu)\,dx}{(x-\mu)^2 + \nu^2} + (Q + P\mu)\int \frac{dx}{(x-\mu)^2 + \nu^2}$$

$$= \frac{P}{2} \log[(x-\mu)^2 + \nu^2] + (Q + P\mu)\frac{1}{\nu} \operatorname{arc\,tg} \frac{x-\mu}{\nu}.$$

Se m è diverso dall'unità, abbiamo

$$\int \frac{Px + Q}{[(x-\mu)^2 + \nu^2]^m} dx = \frac{P}{2}\int \frac{2(x-\mu)dx}{[(x-\mu)^2 + \nu^2]^m} + (Q + P\mu)\int \frac{dx}{[(x-\mu)^2 + \nu^2]^m}$$

$$= -\frac{P}{2(m-1)} \frac{1}{[(x-\mu)^2 + \nu^2]^{m-1}} + (Q + P\mu)\int \frac{dx}{[(x-\mu)^2 + \nu^2]^m}$$

e rimane così da calcolare l'ultimo integrale $I = \int \frac{dx}{[(x-\mu)^2 + \dots$

471

A tale scopo pongasi $x - \mu = \nu y$ ed allora

$$I = \frac{1}{\nu^{2m-1}} \int \frac{dy}{(1+y^2)^m};$$

ma

$$(1) \quad \int \frac{dy}{(1+y^2)^m} = \int \frac{1+y^2-y^2}{(1+y^2)^m} dy = \int \frac{dy}{(1+y^2)^{m-1}} - \int \frac{y^2 dy}{(1+y^2)^m},$$

e

$$\int \frac{y^2 dy}{(1+y^2)^m} = \int y\, d\left(\frac{-1}{2(m-1)(1+y^2)^{m-1}}\right),$$

da cui, integrando per parti,

$$\int \frac{y^2 dy}{(1+y^2)^m} = -\frac{y}{2(m-1)(1+y^2)^{m-1}} + \frac{1}{2(m-1)}\int \frac{dy}{(1+y^2)^{m-1}},$$

e la (1) diviene

$$\int \frac{dy}{(1+y^2)^m} = \frac{1}{2m-2}\frac{y}{(1+y^2)^{m-1}} + \frac{2m-3}{2m-2}\int \frac{dy}{(1+y^2)^{m-1}},$$

formola di riduzione, colla qnale il calcolo di $\int \frac{dy}{(1+y^2)^m}$ è ridotto a quello di $\int \frac{dy}{(1+y^2)^{m-1}}$. Applicando la stessa formola, il calcolo di questo si riduce a quello di $\int \frac{dy}{(1+y^2)^{m-2}}$ e così di seguito, finchè si giunge a $\int \frac{dy}{1+y^2} = \operatorname{arc\,tg} y$.

Così si verificherà subito che

$$\int \frac{dy}{(1+y^2)^2} = \frac{1}{2}\frac{y}{1+y^2} + \frac{1}{2}\operatorname{arc\,tg} y,$$

$$\int \frac{dy}{(1+y^2)^3} = \frac{1}{4}\frac{y}{(1+y^2)^2} + \frac{3}{8}\frac{y}{1+y^2} + \frac{3}{8}\operatorname{arc\,tg} y,$$

e in generale

[illegible] *Francesco Flores D'Arcais* [illegible] Wikipedia [illegible] degli Italiani