

1. (Junio 2008) El cristo de la farola

Escrito por G4D (José Manuel Arranz, Rafael Losada, José Antonio Mora y Manuel Sada)
Domingo 01 de Junio de 2008 16:32

Introducción

La realidad suele presentar problemas complejos y difícilmente analizables. A lo largo de los siglos, las Matemáticas han demostrado ser una buena herramienta para crear modelos basados en la realidad que permitan el estudio de esos problemas y alcanzar soluciones óptimas. Pero una cosa es adaptar el modelo a la realidad y otra adaptar la realidad al modelo.

Este artículo se divide en dos partes claramente diferenciadas, expuestas en forma de relato.

La primera, basada en un ejemplo de José Luis Álvarez García, desarrolla uno de tantos problemas, en realidad “ejercicios” (debido al contexto en el que aparecen), que pueblan los libros de texto habituales en la ESO.

La segunda parte invita a la profundización del problema en un caso más general. Está pensada para personas con un mayor conocimiento de la geometría del triángulo (bachillerato, universidad), si bien se continúan empleando recursos de geometría elemental.

Objetivo

Evidentemente, no hemos tratado en estos relatos de exponer *demonstraciones rigurosas* que, aunque a menudo muy bellas, suelen ser largas y difíciles, sino de mostrar lo que un físico llamaría “leyes” (algo comprobable experimentalmente) con el objetivo de expresar -con cierta vehemencia, eso sí- dos principios:

- El inmenso potencial de los programas de geometría dinámica tanto para el aprendizaje como para la *investigación*, si es que existe alguna diferencia sustancial entre ambos términos.

1. (Junio 2008) El cristo de la farola

Escrito por G4D (José Manuel Arranz, Rafael Losada, José Antonio Mora y Manuel Sada)
Domingo 01 de Junio de 2008 16:32

- La posibilidad de investigar sobre muchos problemas que sin este tipo de herramientas serían difícilmente abordables.

En cuanto a este segundo punto debemos advertir que, siendo cualquier modelo una simplificación, la realidad puede admitir varios modelos distintos, según qué aspectos se obvian y cuáles se consideren. Por ejemplo, el criterio de “maximizar el área iluminada garantizando un mínimo de intensidad”, en el que se basan ambos relatos, podría muy bien ser sustituido por “maximizar la cantidad de luz recibida globalmente por la isleta”, que no es exactamente lo mismo.

Por último, también suele suceder que “la solución de un problema cambie el problema”. La conclusión de la madre de Irene en el segundo relato no hace sino abrir un mundo de preguntas. ¿Qué pasa si aumentamos el número de lados (un polígono de más de tres lados) o de farolas (varias a la vez iluminan la isleta)? ¿Y si, en ese caso, variamos la altura o intensidad lumínica de cada farola, o si las farolas resultan ser focos direccionables? Etc.

Sea cual fuere el criterio seguido y las condiciones más o menos generales, siempre deberemos volver a la realidad para cuestionar la idoneidad de las soluciones alcanzadas. ¡No sea que al final montemos un cristo!

Los relatos

[El cristo de la farola \(1ª parte\)](#)

[El cristo de la farola \(2ª parte\)](#)

Las construcciones

1. (Junio 2008) El cristo de la farola

Escrito por G4D (José Manuel Arranz, Rafael Losada, José Antonio Mora y Manuel Sada)
Domingo 01 de Junio de 2008 16:32

[Archivo con todas](#)

[las construcciones de GeoGebra](#)

El cristo de la farola (1ª parte)

El encargo

- Que dice el jefe que debes enviar a los operarios a colocar una farola en este triángulo. Y que se preparen, porque habrá que hacerlo en muchas más isletas triangulares. Parece que está de moda.



- Bueh, eso está *chupao*. Pásame el móvil.
- Espera, no es tan sencillo. Tienen que colocarla de forma que ilumine todo el triángulo.
- ¡Con lo poco que alumbran! No sé, no sé. Les digo que la coloquen y ya veremos si da para tanto.
- No, no me has entendido. El jefe quiere que la pongan de forma que quede a igual distancia de las tres esquinas. Él dice que sólo así logrará iluminarlo todo.

Me quedé mirando a mi compañero con la boca abierta. “A igual distancia de todas las esquinas”. Pero qué clase de orden es ésa, me dije.

- ¿O sea que no te dijo exactamente dónde hay que ponerla?
- No, me dijo que te encargases tú de averiguarlo.

El ordenador de Irene

Cuando llegué a mi casa seguía dándole vueltas al asunto. ¿Cómo podía averiguar cuál era el punto exacto? La toma eléctrica no llegaría hasta después de colocada la farola, así que no podía ensayar moviéndola al anochecer. Además, era muy pesada

1. (Junio 2008) El cristo de la farola

Escrito por G4D (José Manuel Arranz, Rafael Losada, José Antonio Mora y Manuel Sada)
Domingo 01 de Junio de 2008 16:32

para moverla de un lado para otro...

Mi cara debía reflejar la preocupación que sentía, pues mi hija se apresuró a preguntarme qué me pasaba. Se lo resumí en pocas palabras.

- ¡Uy, eso se parece a los problemas de matemáticas que aparecen en mi libro de 2º de ESO, pero ya sabes lo mala que soy para las mates!

- Pues tengo que resolverlo esta noche, si no mañana quedaré en ridículo ante mi jefe. Y ni siquiera está tu madre, que de estas cosas es la que más sabe.

- Espera, el profe nos enseñó un poco de un programa que por lo visto ayuda un montón a resolver ese tipo de problemas, ven, lo tengo instalado en el ordenador.

Acompañé a Irene hasta su cuarto. La idea del ordenador no me gustó mucho. Mi hija lo dominaba mucho mejor que yo y eso siempre me provocaba cierto desasosiego.

- Mira, papá, el programa se llama GeoGebra, ¿ves? Aquí podemos dibujar lo que queramos y podemos moverlo. Por ejemplo, un triángulo, a ver, lo voy a pintar de verde... Y además se pueden pegar imágenes, es lo que más me gusta, mira voy a pegar la imagen de esta farola que encontré en Internet y la coloco sobre este punto naranja.

Pulsa

sobre la imagen para interactuar con

ella

- Queda bonito, sí. Pero no veo en qué nos puede ayudar.
- Pues es muy fácil, dibujamos los segmentos que van de la farola a

1. (Junio 2008) El cristo de la farola

Escrito por G4D (José Manuel Arranz, Rafael Losada, José Antonio Mora y Manuel Sada)
Domingo 01 de Junio de 2008 16:32

los vértices, y comparamos sus medidas hasta que sean iguales.
Mira, creo que ya está.

sobre la imagen para interactuar con

ella

- Pero la isleta donde hay que colocar la farola no tiene esa forma, ni esas medidas. Y es sólo la primera de una serie, cada una diferente, supongo.
- Anda, pues claro. Esto no sirve. Hay que encontrar un método que sirva para cualquier triángulo.

En busca del tesoro

Me quedé mirando la figura.

- Oye, cielo, ¿podrías mover la farola de manera que se mantenga siempre a la misma distancia de A y B?
- Lo voy a intentar, espera... voy a hacer que el punto naranja deje rastro de por donde va... así, ya está... Uy, tengo que ajustar constantemente... Bueno, más o menos, iría por ahí... ¡Papá!
Parece que sigue una línea recta.

sobre la imagen para interactuar con

ella

1. (Junio 2008) El cristo de la farola

Escrito por G4D (José Manuel Arranz, Rafael Losada, José Antonio Mora y Manuel Sada)
Domingo 01 de Junio de 2008 16:32

- Sí, una línea recta que se encamina perpendicularmente hacia el punto medio de ese lado... Es lógico, esa perpendicular se comporta como un espejo entre A y B, como la red en una pista de tenis...

- Eso se llama *mediatriz*, papá.

- ¿Cómo?

- Lo que acabas de decir. “La línea perpendicular a un segmento por su punto medio se llama mediatriz” – recitó, orgullosa.

Presté más atención. Conque mediatriz, ¿eh?

- A ver, a ver... ¿Y este programa tan listo es capaz de trazar... “mediatrices”?

- Espera... Sí, aquí está, ¿ves? Este botón de aquí.

- Pues traza la mediatriz del lado entre A y B, a ver cómo queda, y de paso vuelve a dejar la farola donde estaba.

Pulsa

sobre la imagen para interactuar con

ella

Pegué un grito de alegría.

- ¡Ya está, ya está!

- Ya está, ¿el qué?

- Irene, ¡ya está resuelto! Fíjate, si hacemos lo mismo con los otros lados, bueno, basta hacerlo con otro... Si trazamos otra medi... mediatriz, eso, donde se junten ahí habrá que poner la farola.

- ¡Qué bien! Espera, lo voy a hacer.

1. (Junio 2008) El cristo de la farola

Escrito por G4D (José Manuel Arranz, Rafael Losada, José Antonio Mora y Manuel Sada)
Domingo 01 de Junio de 2008 16:32

Pulsa

sobre la imagen para interactuar con

ella

Ahí estaba, como un mapa del tesoro, sólo que era una especie de **mapa universal**, pues la isla triangular podía tener cualquier forma o medidas.

- A ver, prueba a mover A, o B, o C y lleva la farola al punto de corte... ¡Funciona! Sea cual sea la forma del triángulo ese punto siempre queda a la misma distancia de las esquinas. ¡Es fantástico!

- Mira papá, en el libro aparece un dibujo parecido, sólo que con un círculo alrededor y la tercera mediatriz, que corta a las otras dos en el mismo punto.

- ¿A ver? Sí, ¡claro! Ese círculo es la luz de la farola, o sea, la farola es el centro de ese círculo.

- Aquí dice que se llama *circuncentro*, mira papá: "El punto donde se encuentran las mediatrices de un triángulo se llama circuncentro por ser el centro de la circunferencia que pasa por sus vértices."

En ese momento recordé lo mucho que me fastidiaban las clases de matemáticas cuando era niño. Estaba claro que no recordaba nada de lo que aparecía en el libro, pero ahora me resultaba absolutamente fascinante.

- Hija, creo que me perdí muchas cosas *maravillosas* cuando era niño... Bueno, prueba a dibujar ese círculo, vamos a comprobar eso.

- Ya lo entiendo. Como la distancia de los vértices a la farola es la misma, los tres tienen que estar en la circunferencia porque –volvió a recitar– "todos los puntos de la circunferencia distan lo mismo del centro".

1. (Junio 2008) El cristo de la farola

Escrito por G4D (José Manuel Arranz, Rafael Losada, José Antonio Mora y Manuel Sada)
Domingo 01 de Junio de 2008 16:32

Pulsa

sobre la imagen para interactuar con

ella

- Cielo, ¡hoy nos hemos ganado la cena!
mesa.

Venga, ayúdame a poner la

Otra

vuelta de tuerca

Después de la cena, nos quedamos viendo
encontraba agotado, aunque
una

un poco la tele. Me
feliz. Pero de pronto, una sospecha, como
sombra, nubló mi pensamiento.

- Irene, vuelve a encender el ordenador,
- Pero papá, si ya hemos visto que
- Bueno, pero quiero comprobar una cosa.

creo que algo no funciona.
sí.

Empezaba a encontrarme realmente nervioso.
no asustar
convencido de que algo iba mal.

Intenté tranquilizarme para
a mi hija, pero cada vez estaba más

- Mira, ¿ves? Aquí está la
mal.
- Espera, espera, prueba a mover A hacia

farola, donde debe de estar. No hay nada
el lado entre B y C.

Pulsa

sobre la imagen para interactuar con

ella

1. (Junio 2008) El cristo de la farola

Escrito por G4D (José Manuel Arranz, Rafael Losada, José Antonio Mora y Manuel Sada)
Domingo 01 de Junio de 2008 16:32

- Vaya, lo que me temía. Hay triángulos en los que la farola quedaría fuera. Pero eso no es lo que quiere el jefe. La farola tiene que estar colocada dentro de la isleta. Así que ese famoso cir...

- Circuncentro.
- Eso, pues que puede que no valga. Tengo que asegurarme antes de mañana, no vaya a meter la pata.
- Papá... estoy pensando... ¿y si la dejas en el punto más cercano al circuncentro, pero que esté en la isleta?
- Pero entonces ya no quedaría a igual distancia de las tres esquinas. Tal como lo construimos, ese punto, el circuncentro, es único, no puede haber otro que cumpla eso.

Irene hizo una mueca simulando enfado.

- Y eres tú quien me recuerda cada dos por tres que no siempre se puede tener todo...
- Lo mantengo, Irene, y creo que estamos en uno de esos casos. No podemos tenerlo todo.
- Bueno, ya que no podemos tener la solución que cumpla todo, ¿por qué no quedarnos con la solución que cumpla lo fundamental?

Me quedé unos segundos pensando la respuesta.

- Bien, hija, pues lo fundamental es que la farola esté en la isleta y la ilumine por completo.

Mientras hablaba, Irene hizo retroceder lentamente el punto A hasta que el circuncentro quedó de nuevo en la isleta.

1. (Junio 2008) El cristo de la farola

Escrito por G4D (José Manuel Arranz, Rafael Losada, José Antonio Mora y Manuel Sada)
Domingo 01 de Junio de 2008 16:32

sobre la imagen para interactuar con ella

- Si el vértice A no se acercase más al lado opuesto, se cumpliría todo, papá.
- ¡Claro! ¡Creo que ya lo tenemos! ¿Podrías mantener fijo ese triángulo y crear otro con los mismos vértices B y C? Pon el tercer vértice dentro de la isleta.

sobre la imagen para interactuar con ella

- Ya está, papá. ¡Ah, ya comprendo! El punto D está más cerca de la farola que el punto A, así que siempre quedará iluminado ¡sin necesidad de mover la farola de donde está!
- Así que si la farola cae fuera, la dejo en el punto medio de ese lado grande y asunto resuelto. ¡Eres muy lista, sales a tu madre!
- Tú también fuiste muy listo... ¡al pedirme ayuda!
- ¿Ah, sí? Verás como te coja...

El lugar ideal

Cuando regresé a casa el día siguiente, le mostré a Irene una construcción que yo mismo había realizado con GeoGebra, ese maravilloso programa que había salvado mi reputación.

- Mira, Irene, esta es la isleta de la farola. He trazado las mediatrices y ahí tienes el circuncentro. Ya ves que recuerdo esas palabras. Fíjate, ¡si nos hubiésemos conformado con él, fíjate dónde estaría ahora colocada la dichosa farola! ¡En el medio de la calzada! –y solté una carcajada.

1. (Junio 2008) El cristo de la farola

Escrito por G4D (José Manuel Arranz, Rafael Losada, José Antonio Mora y Manuel Sada)
Domingo 01 de Junio de 2008 16:32

- ¡Qué lío se hubiera montado!
- Uf, más que un lío, se habría montado “un cristo”, ¡el cristo de la farola! –grité sin poder dejar de reírme, abrazando a mi tesoro.

sobre la imagen para interactuar con ella

El cristo de la farola (2ª parte) La madre de Irene

Poco tiempo después, Irene pudo abrazar también a su madre, quien se veía obligada a viajar con cierta frecuencia a Madrid en su condición de miembro del Consejo Superior de Investigaciones Científicas.

Irene le relató con pelos y señales todo lo ocurrido con el asunto de la farola. Su madre no paró de alabar su ingenio, mientras reía a cada nueva peripecia que Irene, encantada del éxito de su narración, le transmitía.

- Bien, Irene. ¡Tendré que ver ese programa GeoGebra! Pero lo haré mañana, ahora estoy agotada. ¡Me voy a la cama! Tú también, es tarde.

Al día siguiente, pudo observar en el ordenador las construcciones de su hija y su marido. La imagen de la farola en medio de la calzada no le sorprendió. Irene ya le había advertido del “cristo de la farola”. Mientras sonreía, algo en su intuición de investigadora acostumbrada a no conformarse con la primera impresión hizo que le dedicase más atención.

1. (Junio 2008) El cristo de la farola

Escrito por G4D (José Manuel Arranz, Rafael Losada, José Antonio Mora y Manuel Sada)
Domingo 01 de Junio de 2008 16:32

- Hmm. Parece que aquí puede haber
qué el jefe había asegurado
en determinado lugar se conseguiría
completamente la isleta”?

tomate –pensó. -¿Por
que “sólo colocando la farola
iluminar

La única explicación que encontraba
tuviese un alcance limitado, es decir, un radio de
acción a partir del cual la iluminación
es que la iluminación de la farola
no se considerase suficiente.



Farola

tradicional

- Suena razonable. Muchas farolas poseen
superior que devuelven
mayor intensidad lumínica. Incluso
“contaminante”,
al cielo, parece claro que a partir de una
base de la farola la iluminación

reflectores en su parte
la luz hacia el suelo, formando un cono de
en una farola
que desperdicia un montón de luz enviándola
distancia desde la
del suelo resulta deficiente.

1. (Junio 2008) El cristo de la farola

Escrito por G4D (José Manuel Arranz, Rafael Losada, José Antonio Mora y Manuel Sada)
Domingo 01 de Junio de 2008 16:32



lla