

## 2. (Marzo 2010) Buscando petróleo con matemáticas computacionales

Escrito por David Pardo Zubiaur e Ignacio Gómez Revuelto  
Viernes 26 de Marzo de 2010 16:55

---

### 1. Introducción

El petróleo tiene gran influencia en nuestra vida cotidiana, ya que es utilizado entre otras cosas para el funcionamiento de coches, barcos y aviones, para generar electricidad, para la manufacturación de ciertos plásticos, fibras sintéticas, detergentes, medicinas, etc. Debido a su alto coste, condiciona la vida política de muchos países.

Para poder extraer petróleo, primero es necesario localizar e identificar las zonas del subsuelo ricas en hidrocarburos (petróleo y gas). Para ello, se utilizan herramientas de prospección con un valor aproximado de entre 75.000 y 500.000 euros cada una. Estas herramientas se introducen (en pozos perforados, estando el coste medio de la perforación en alrededor de 10-15 millones de euros. En muchas ocasiones el resultado de estas prospecciones es negativo, y la inversión económica realizada durante la perforación e inspección del pozo no se recupera.

Para abaratar estos costos, así como para mejorar la identificación de hidrocarburos en el subsuelo, se utilizan simulaciones numéricas avanzadas que permiten estimar con mayor certeza la cantidad y ubicación de hidrocarburos. Además, estas simulaciones numéricas se utilizan tanto para mejorar el diseño de las herramientas de prospección, como para interpretar correctamente los resultados obtenidos con dichas herramientas.

### 2. Objetivos

El objetivo principal de las mediciones de prospección petrolífera es determinar la localización, tamaño y características principales de las bolsas de hidrocarburos (petróleo y gas) que se encuentran en el subsuelo. Para ello, hay que resolver con la ayuda de un ordenador un problema inverso similar al que se resuelve en medicina cuando se realiza una resonancia magnética. En ambos casos se envían ondas cuya velocidad de propagación, amplitud y fase son determinadas por medio de un conjunto de transmisores y receptores, lo que permite concluir las propiedades físicas del medio por el cual se han propagado dichas ondas.

## 2. (Marzo 2010) Buscando petróleo con matemáticas computacionales

Escrito por David Pardo Zubiaur e Ignacio Gómez Revuelto  
Viernes 26 de Marzo de 2010 16:55

---

### 3. Metodología

#### 3.1 Tipos de mediciones en reservas petrolíferas

Existen dos tipos de mediciones en las reservas petrolíferas. Aquellas que se adquieren desde la superficie y las que se obtienen directamente en el subsuelo utilizando pozos petrolíferos. En la superficie, las compañías petroleras suelen realizar mediciones acústicas (también denominadas sísmicas [6, 15]) y/o mediciones electromagnéticas [5, 12]. Con los resultados de estas mediciones y la ayuda de un software numérico de inversión (véase, por ejemplo [3, 7, 16]), los expertos en la materia realizan una primera estimación sobre la cantidad de hidrocarburos que contiene el yacimiento petrolífero. Por ejemplo, en el caso de que las mediciones electromagnéticas muestren líquidos en el subsuelo con alta resistividad, eso indicaría la posible presencia de hidrocarburos. En caso que dichas estimaciones sean económicamente satisfactorias, se excavan pozos petrolíferos donde se introducen herramientas de prospección petrolífera basadas en distintas físicas (como el electromagnetismo, la acústica y energía nuclear), con lo que se obtienen estimaciones más precisas acerca de la cantidad, propiedades y localización de los hidrocarburos en el subsuelo. Por último, también se adquieren mediciones adicionales durante la fase de producción tanto en la superficie como en pozos petrolíferos colindantes, a fin de supervisar y optimizar la extracción de hidrocarburos del subsuelo.

#### 3.2. Algoritmos de resolución de problemas inversos en la industria del petróleo

Existen diversos tipos de algoritmos para la resolución de problemas inversos. Al igual que en

## 2. (Marzo 2010) Buscando petróleo con matemáticas computacionales

Escrito por David Pardo Zubiaur e Ignacio Gómez Revuelto  
Viernes 26 de Marzo de 2010 16:55

---

otras disciplinas científicas, se utilizan tanto métodos probabilísticos [8] (que producen un conjunto de soluciones del problema inverso junto con la probabilidad de que estas soluciones sean correctas) como métodos determinísticos [1, 2, 4, 11, 18] (que producen una única solución del problema inverso que se obtiene de forma más rápida pero que a veces puede ser incorrecta) para la inversión de mediciones basadas en una sola física. También existen intentos recientes destinados a realizar la inversión conjunta de las mediciones multi-físicas para la caracterización de los yacimientos petrolíferos (ver [9, 10, 17]). A pesar de la sofisticación de algunos de estos algoritmos, en el caso de las mediciones en pozos petrolíferos, es usual el diseño de herramientas de prospección que directamente nos proporcionen una estimación de la solución del problema inverso. En electromagnetismo, el objetivo es determinar la resistividad de los materiales que componen el subsuelo. Para ello, los transmisores y receptores son cuidadosamente ubicados en posiciones específicas de la herramienta de registro de tal manera que una simple combinación de la señal medida en los receptores nos indique directamente las propiedades de la formación. Esta medición es a veces «corregida» usando tablas (que son específicas para cada herramienta de registro) con el fin de minimizar los denominados “efectos del pozo”. En mediciones acústicas, también se acostumbra a realizar un simple proceso de inversión unidimensional para obtener las curvas de dispersión, que miden la velocidad de la formación. Así pues, el problema de la inversión se convierte en un problema de diseño óptimo de herramientas petrolíferas.

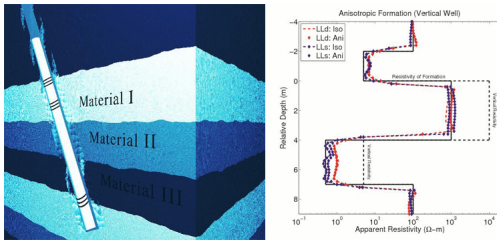
Cuando el instrumento de registro está correctamente diseñado, la cantidad de interés medida por el receptor elimina el campo primario, que es aquel que viaja por la herramienta de registro y el pozo, y es insensible a las propiedades del subsuelo, con lo que carece de interés práctico. Este campo primario representa físicamente la onda principal que viaja directamente desde el transmisor hasta el receptor. Las herramientas de prospección petrolífera están diseñadas para medir únicamente el efecto del campo secundario, que es aquel que no viaja directamente del transmisor al receptor, propagándose así por la formación, por lo que sí es sensible a las propiedades del subsuelo y es utilizado para estimar las propiedades físicas del yacimiento petrolífero.

La Figura 1 (parte derecha) muestra las simulaciones numéricas de una herramienta de medición electromagnética. Observamos que la señal medida es proporcional a la resistividad de la formación. Desde el punto de vista numérico, la simulación de una herramienta de registro bien diseñado es mucho más difícil que cuando se considera una herramienta de registro con ubicaciones arbitrarias de transmisores y receptores, debido a la cancelación del campo primario. De hecho, el método numérico debe ser capaz de calcular con precisión el campo secundario, que suele ser de varios órdenes de magnitud menor que el campo primario.

## 2. (Marzo 2010) Buscando petróleo con matemáticas computacionales

Escrito por David Pardo Zubiara e Ignacio Gómez Revuelto  
Viernes 26 de Marzo de 2010 16:55

---



**Figura 1:** *Izquierda: Dibujo de una herramienta de prospección petrolífera en el subsuelo. Derecha: Registro de mediciones de una herramienta de resistividad a distintas profundidades.*

---

### 3.3. Método de elementos finitos para la simulación de herramientas de prospección petrolífera.

Recientemente hemos desarrollado simuladores avanzados de herramientas de prospección, tanto de tipo electromagnético como sónico. Dichos simuladores incorporan métodos numéricos matemáticos de diversa índole, tanto de integración, como de aproximación numérica, así como de aproximación de ecuaciones en derivadas parciales. En particular, utilizamos un método para resolver ecuaciones en derivadas parciales que se denomina método de elementos finitos (MEF). Los MEF se basan en resolver una ecuación diferencial donde se asume que la solución del problema se puede aproximar como la suma de unos coeficientes indeterminados multiplicados por una funciones de base dadas. Estas funciones de base suelen ser polinomios definidos a trozos y con soporte local. Específicamente, nuestros simuladores para yacimientos petrolíferos utilizan un método de refinamientos automáticos basado en un MEF que produce un mallado óptimo simultáneamente en  $h$  y en  $p$ , donde  $h$  indica el tamaño del elemento finito, mientras que  $p$  indica el orden de aproximación polinomial. La ventaja principal de este método es que permite combinar varias físicas (electromagnetismo, acústica, elasticidad, etc.) y varias escalas (como la simulación de pequeñas antenas en grandes yacimientos) en el mismo problema, a la vez que produce resultados de gran precisión numérica [13,14].

Basado en esta estrategia de refinamientos automáticos, el objetivo final de nuestros simuladores multidimensionales (1, 2, y 3 dimensiones) es resolver problemas multi-físicos de inversión en ordenadores con cientos (o miles) de procesadores. En estos problemas, tenemos

## 2. (Marzo 2010) Buscando petróleo con matemáticas computacionales

Escrito por David Pardo Zubiatur e Ignacio Gómez Revuelto  
Viernes 26 de Marzo de 2010 16:55

---

múltiples mediciones correspondientes a distintas físicas, y queremos obtener una estimación de las propiedades de los materiales que componen el yacimiento. En particular, estamos interesados en utilizar las mediciones sísmicas, electromagnéticas, nucleares y de dinámica de fluidos obtenidas con herramientas de prospección para estimar la cantidad, propiedades y localización de hidrocarburos existentes en un yacimiento petrolífero.

En la actualidad, estamos mejorando las técnicas utilizadas por nuestros simuladores, y estamos extendiendo su campo de aplicabilidad a otras áreas científicas, como la medicina, la nano-tecnología y ciencias de materiales.

### Referencias

- [1] A. Abubakar, T.M. Habashy, V. Druskin, L. Knizhnerman, and S. Davydycheva. A 3D parametric inversion algorithm for triaxial induction data. *Geophysics*, 71:G1-G9, 2006.
- [2] A. Abubakar and P. M. van den Berg. Nonlinear inversion in electrode logging in a highly deviated formation with invasion using an oblique coordinate system. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 38:25-38, 2000.
- [3] D. L. Alumbaugh and G. A. Newman. Image appraisal for 2D and 3D electromagnetic inversion. *Geophysics*, 65:1455-1467, 2000.
- [4] N. B. Christensen and K. Dodds. 1D inversion and resolution analysis of marine CSEM data. *Geophysics*, 72:WA27-WA38, 2007.
- [5] S. Constable and L. J. Srnka. An introduction to marine controlled-source electromagnetic methods for hydrocarbon exploration. *Geophysics*, 72:WA3-WA12, 2007.
  
- [6] I. Epanomeritakis, V. Akcelik, O. Ghattas, and J. Bielak. A Newton-CG method for large-scale three-dimensional elastic full-waveform seismic inversion. *Inverse Problems*, 24:034015, 2008.
- [7] A. Gribenko and M. Zhdanov. Rigorous 3D inversion of marine CSEM data based on the integral equation method. *Geophysics*, 72:WA73-WA84, 2007.
- [8] J. Gunning and M. E. Glinisky. Detection of reservoir quality using Bayesian seismic inversion. *Geophysics*, 72:R37-R49, 2007.
- [9] G. M. Hoversten, J. Chen, E. Gasperikova, and G. A. Newman. Integration of marine CSEM and seismic AVA data for reservoir parameter estimation. *SEG/Houston Annual Meeting*, EM 3.4:579-583, 2005.
- [10] W. Hu, A. Abubakar, and T.M. Habashy. Joint electromagnetic and seismic inversion using structural constraints. *Geophysics*, 74:R99, 2009.
- [11] X. Lu and D. L. Alumbaugh. One-dimensional inversion of three-component induction logging in anisotropic media. *SEG Expanded Abstract*, 20:376-380, 2001.
- [12] A. Orange, K. Key, and S. Constable. The feasibility of reservoir monitoring using time-lapse marine CSEM. *Geophysics*, 74:F21-F29, 2009.

## 2. (Marzo 2010) Buscando petróleo con matemáticas computacionales

Escrito por David Pardo Zubiaur e Ignacio Gómez Revuelto  
Viernes 26 de Marzo de 2010 16:55

---

- [13] D. Pardo, L. Demkowicz, C. Torres-Verdín, and M. Paszynski. Simulation of resistivity logging-while-drilling (LWD) measurements using a self-adaptive goal-oriented hp-finite element method. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 66:2085-2106, 2006.
- [14] D. Pardo, C. Torres-Verdín, and L. Demkowicz. Simulation of multi-frequency borehole resistivity measurements through metal casing using a goal-oriented hp-finite element method. *IEEE Transactions on Geosciences and Remote Sensing*, 44:2125-2135. 2006.
- [15] J. O. Robertsson, B. Bednar, J. Blanch, C. Kostov, and D. J. Van Manen. Introduction to the supplement on seismic modeling with applications to acquisition, processing, and interpretation. *Geophysics*, 72:SM1-SM4, 2007.
- [16] M. K. Sen. *Seismic Inversion*. Society of Petroleum Engineers, 2006.
- [17] C. Torres-Verdín, O. F. Alpak, J. Wu, G. Z. Gao, J. Hou, O. J. Varela, M. Gambus-Ordaz, S. Chi, and E. Toumeling. A multi-physics, integrated approach to formation evaluation using borehole geophysical measurements and 3D seismic data. In *73rd Annual International Meeting Extended Abstracts*. Society of Exploration Geophysicists (SEG), 2003.
  
- [18] J. Zhang, R. L. Mackie, and T. R. Madden. 3-D resistivity forward modeling and inversion using conjugate gradients. *Geophysics*, 60:1312-1325, 1995.

Sobre los autores



**David Pardo Zubiaur** terminó la Licenciatura de Matemáticas en la Universidad del País Vasco en Junio de 2000 y obtuvo su doctorado en Matemáticas aplicadas en la Universidad de Tejas en Austin en Mayo de 2004. Desde el 2004 hasta el 2008 trabajó como investigador en el Departamento de Ingeniería Petrolífera de la Universidad de Tejas en Austin. En Sept. de 2008 regresó a su ciudad natal para trabajar en el Centro Vasco Para las Matemáticas Aplicadas (Basque Center for Applied Mathematics --- BCAM) dirigiendo un grupo de investigación que estudia la simulación numérica de problemas multi-físicos, con aplicaciones a distintas industrias y áreas de conocimiento, incluidas la del petróleo, la medicina, la nano-tecnología, el diseño de materiales, etc. Desde Septiembre de 2009 es además profesor de investigación

## 2. (Marzo 2010) Buscando petróleo con matemáticas computacionales

Escrito por David Pardo Zubiaur e Ignacio Gómez Revuelto  
Viernes 26 de Marzo de 2010 16:55

---

Ikerbasque. Sus áreas científicas de interés se centran en el análisis numérico y sus aplicaciones por medio de la computación.



**Ignacio Gómez Revuelto** es Ingeniero de Telecomunicaciones y Doctor Ingeniero de Telecomunicaciones por la Universidad Politécnica de Madrid. Desde 1991 es profesor en el Departamento de Ingeniería Audiovisual y Comunicaciones perteneciente a la Universidad Politécnica de Madrid. En la actualidad está realizando una estancia de seis meses (Febrero a Julio de 2010) como profesor visitante en el Centro Vasco para las Matemáticas Aplicadas (Basque Center for Applied Mathematics -- BCAM) subvencionada por el Ministerio de Educación a través del programa Salvador de Madariaga. Su investigación científica se centra en el área del electromagnetismo, en particular, en el desarrollo de métodos numéricos para la solución de problemas electromagnéticos.