

78. (Diciembre 2021) Simetrías en las tapas de fundición con teselaciones periódicas

Escrito por Ángel Requena Fraile
Miércoles 01 de Diciembre de 2021 14:00



(Decoración doméstica con una tapa del grupo **p4g**)

Las tapas de registro en hierro fundido de los distintos suministros urbanos tienen un especial atractivo. Muchos fotógrafos y diseñadores han prestado la debida atención al modesto objeto. Decoran vestidos y hasta las viviendas como puede verse en la foto inicial. No es algo que nos deje indiferentes.

Para la educación matemática es un objeto de contemplación y estudio por sus variadas regularidades. Las tapas circulares tan habituales del alcantarillado presentan a veces simetrías de rotación pero aquí nos vamos a dedicar solo a las tapas que contienen teselaciones periódicas del plano en su limitada superficie.

78. (Diciembre 2021) Simetrías en las tapas de fundición con teselaciones periódicas

Escrito por Ángel Requena Fraile
Miércoles 01 de Diciembre de 2021 14:00

De los 17 grupos posibles de teselado periódico del plano vamos a mostrar que en las tapas de fundición encontraremos al menos 13.

Los diecisiete grupos de teselaciones periódicas del plano

A finales del siglo XIX, el matemático ruso Fedorov (1891) sistematizó los grupos cristalográficos que aplicados al plano reducen a diecisiete las posibles teselaciones periódicas del plano desde el punto de vista de sus simetrías. Más tarde el húngaro-americano Pólya reprodujo los resultados.

Los movimientos que definen el tipo de simetría son las traslaciones, los giros, las reflexiones y las reflexiones deslizantes. Las traslaciones están incluidas al observar la periodicidad. Cinco son los giros posibles para las teselaciones periódicas: orden 1 (vuelta completa, 360°) orden 2 (media vuelta, 180°) orden 3 (tercio de vuelta, 120°) orden 4 (cuarto de vuelta, 90°) y orden 6 (sexto de vuelta, 60°). Las reflexiones vienen dadas por sus ejes de simetría que hacen de espejos. Los ejes de reflexión deslizante actúan como espejo tras una traslación con deslizamiento sobre el propio eje.

La nomenclatura que vamos a usar es la de la Unión Internacional de Cristalografía (IUCr) que se inicia con

p

(en 15 casos) y con

c

(los otros dos), sigue el número de orden del giro, y se termina con

m

(

mirror

) si tiene ejes de simetría y/o

g

(

glide

)

si tiene ejes deslizantes. Así

p2mg

será una simetría con giros de 180° un eje simetría especular y uno deslizante. Por redundancia se suele suprimir el 2 y queda

pmg

.

78. (Diciembre 2021) Simetrías en las tapas de fundición con teselaciones periódicas

Escrito por Ángel Requena Fraile
Miércoles 01 de Diciembre de 2021 14:00

Un desarrollo detallado y sencillo de la teoría, con numerosos ejemplos, se puede encontrar el artículo ***Wallpaper group*** de la edición inglesa de la *Wikipedia*.

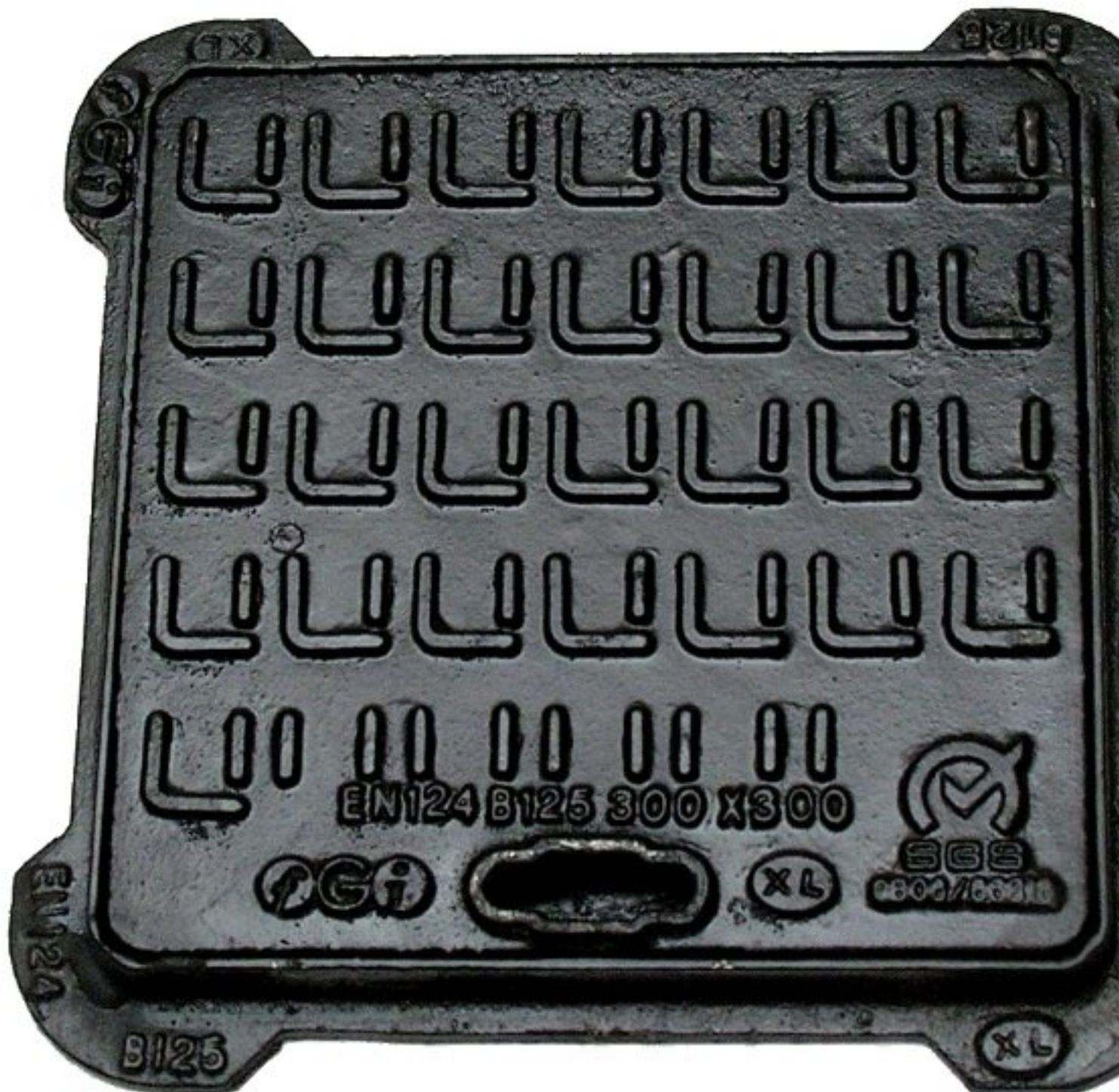
No hemos encontrado ninguna de los tres grupos de orden 3 aunque hay varios diseños con ángulos de 120° que se acercan. Veremos como el **p31m** está incluido prácticamente pero termina perdiéndose por la colocación. Tampoco hemos localizado la rotación de orden 4 sin simetrías de reflexión.

Veamos los ejemplos:

Grupo p1

78. (Diciembre 2021) Simetrías en las tapas de fundición con teselaciones periódicas

Escrito por Ángel Requena Fraile
Miércoles 01 de Diciembre de 2021 14:00

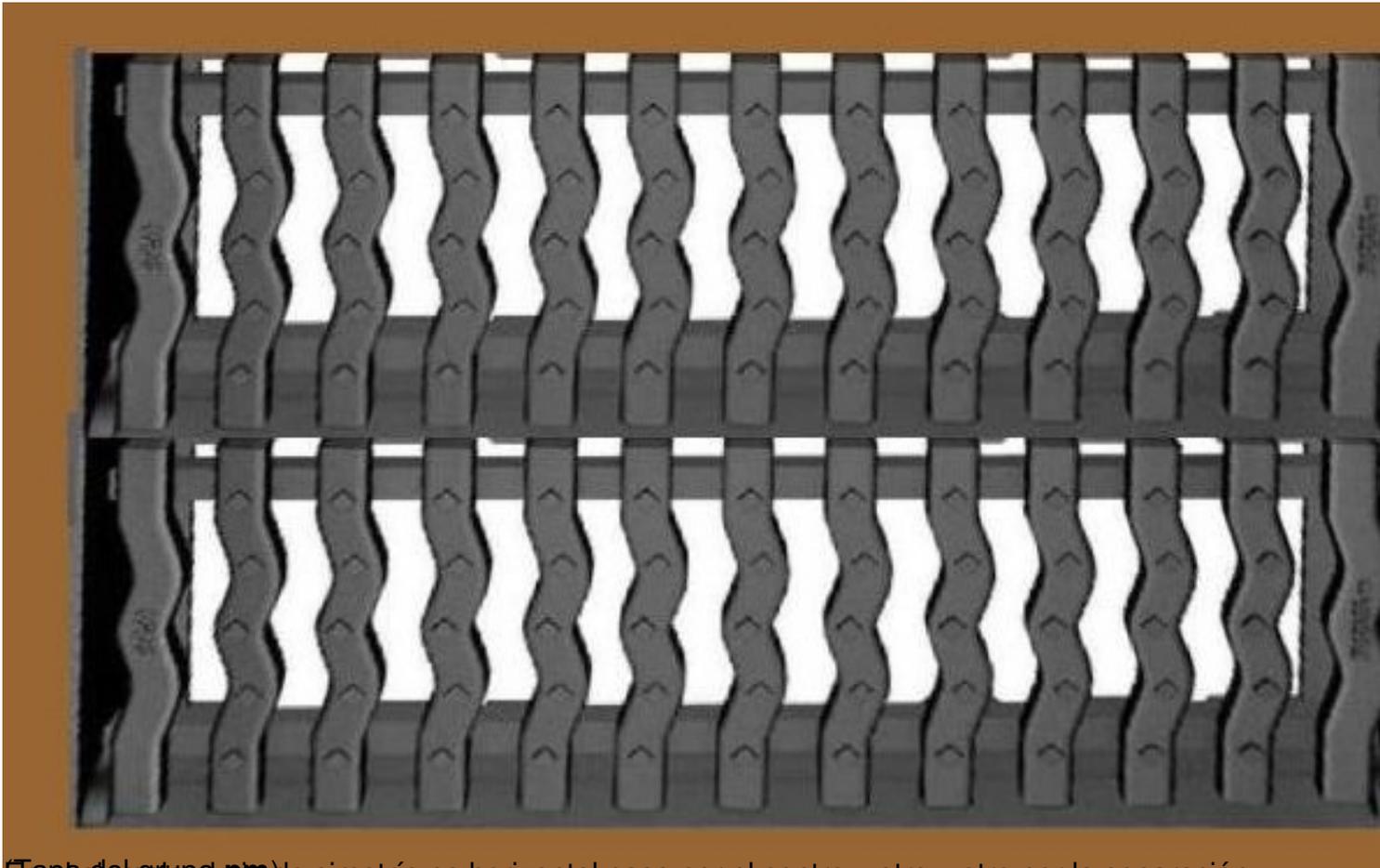


Grupo pm

Existe un reflexión sobre un eje de simetría y todos los paralelos de la estructura periódica.

78. (Diciembre 2021) Simetrías en las tapas de fundición con teselaciones periódicas

Escrito por Ángel Requena Fraile
Miércoles 01 de Diciembre de 2021 14:00

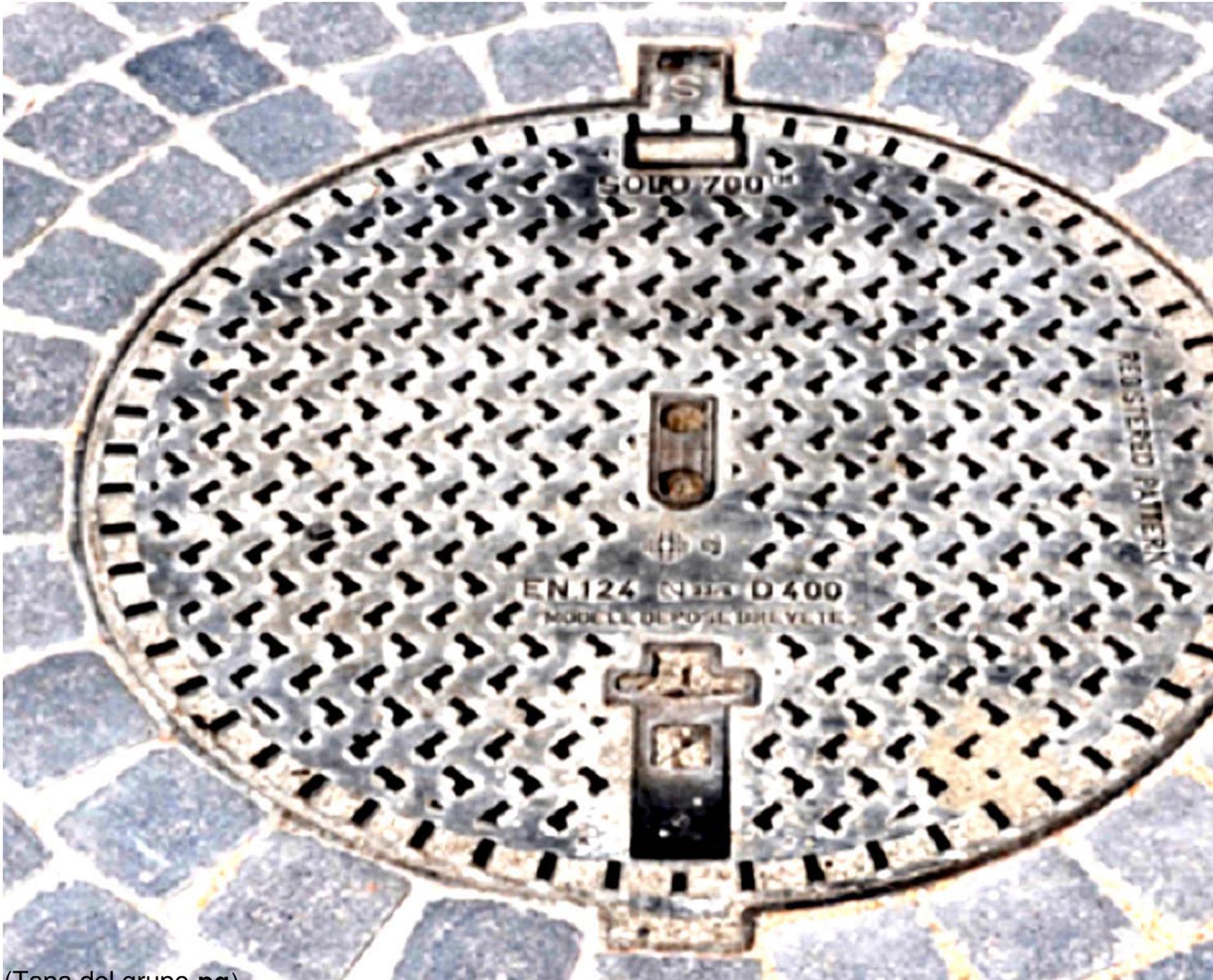


El plano de simetría es horizontal pasa por el centro y otro y otro por la separación.
Grupo pg

Existe un reflexión deslizante sobre un eje y todos los paralelos de la estructura periódica. En el ejemplo son verticales, formando 45° con las eles.

78. (Diciembre 2021) Simetrías en las tapas de fundición con teselaciones periódicas

Escrito por Ángel Requena Fraile
Miércoles 01 de Diciembre de 2021 14:00



(Tapa del grupo pg)
Grupo cm

Existe un reflexión con eje de simetría y paralelo un eje deslizante. Y todos los paralelos de la estructura periódica. En el ejemplo los ejes de simetría especular son los líneas diagonales a 45° que unen los vértices de los catetos. Los ejes deslizantes son paralelos a ellos a mitad de distancia.

78. (Diciembre 2021) Simetrías en las tapas de fundición con teselaciones periódicas

Escrito por Ángel Requena Fraile
Miércoles 01 de Diciembre de 2021 14:00



(Alcorque de Zaragoza con grupo **cm**)
Grupo p2

78. (Diciembre 2021) Simetrías en las tapas de fundición con teselaciones periódicas

Escrito por Ángel Requena Fraile
Miércoles 01 de Diciembre de 2021 14:00



Fig. 1. Tapas de grupo pmg. Cada rectángulo representa una pieza que se repite. Hay centros de simetría.

Grupo pmg

78. (Diciembre 2021) Simetrías en las tapas de fundición con teselaciones periódicas

Escrito por Ángel Requena Fraile
Miércoles 01 de Diciembre de 2021 14:00



Tapas de Ábaco (Grupo Tm) para las alcantarillas de los edificios realizados por el Grupo pgg

78. (Diciembre 2021) Simetrías en las tapas de fundición con teselaciones periódicas

Escrito por Ángel Requena Fraile
Miércoles 01 de Diciembre de 2021 14:00



Estas simetrías se ven a lo largo de la 2da diagonal. Es fácil de ver. Menos sencillo es ver los ejes
Grupos cmm

78. (Diciembre 2021) Simetrías en las tapas de fundición con teselaciones periódicas

Escrito por Ángel Requena Fraile
Miércoles 01 de Diciembre de 2021 14:00



El grupo p4m se dedica a la realización de proyectos de arquitectura y diseño de interiores y exteriores. El grupo p4m se dedica a la realización de proyectos de arquitectura y diseño de interiores y exteriores. El grupo p4m se dedica a la realización de proyectos de arquitectura y diseño de interiores y exteriores.

78. (Diciembre 2021) Simetrías en las tapas de fundición con teselaciones periódicas

Escrito por Ángel Requena Fraile
Miércoles 01 de Diciembre de 2021 14:00



(Tapa del grupo **p4g**. Praga)

El grupo **p4g** tiene centros de giro de orden 4 y ejes de simetría perpendiculares como el **p4m**. La manera más fácil de distinguirlos es que en el **p4g** los ejes de simetría especular no pasan por los centros de giro de orden 4.

Grupo **p6**

78. (Diciembre 2021) Simetrías en las tapas de fundición con teselaciones periódicas

Escrito por Ángel Requena Fraile
Miércoles 01 de Diciembre de 2021 14:00

Mostramos una bonita tapa vista en Santiago de Compostela que no posee ejes de simetría pero si giros de orden 6. Además responde a la ilusión óptica de los cubos. Si no estuviera rayada tendría reflexiones y sería del grupo siguiente, el $p6m$.



(Tapa del grupo $p6$. Santiago de Compostela)

78. (Diciembre 2021) Simetrías en las tapas de fundición con teselaciones periódicas

Escrito por Ángel Requena Fraile
Miércoles 01 de Diciembre de 2021 14:00

Grupo p6m



(Tapa del grupo **p6m**. Nueva York)

La estructura hexagonal permite los giros de orden 6 y existen ejes de simetría que forman

78. (Diciembre 2021) Simetrías en las tapas de fundición con teselaciones periódicas

Escrito por Ángel Requena Fraile
Miércoles 01 de Diciembre de 2021 14:00

ángulos de 120° .

Terminamos con otra tapa p6m que con pequeños cambios correspondería al grupo de simetría **p31m**, bastaría con no contraponer simétricamente las Y griegas.



(Tapa del grupo **p6m**)