

45. LAS TANGENTES

En la figura aparecen dos circunferencias, sus dos tangentes exteriores y una tangente interior. Demostrar que, independiente del radio de las circunferencias o la distancia entre sus centros, siempre $EF = GH$?

Quiero agradecer a mi amigo y compañero Fernando Fouz el haberme propuesto este problema

Inicialmente ponemos las igualdades (por simetría) de los segmentos tangentes exteriores a ambas circunferencias:

$$AB = AE + EB = EF + EG = EF + EF + FG$$

Por otro lado, de forma análoga:

$$CD = CH + HD = FH + GH = FG + GH + GH$$

Igualando ambas expresiones y simplificando:

$$GH = EF$$