

Dos números enteros son Coprimos si su máximo común divisor es 1. Por ejemplo 12 y 25 son Coprimos.

¿De cuántas maneras se puede representar el número 1000 como suma de dos enteros Coprimos?

La representación buscada será de la forma $a+b=1000$, siendo a y b Coprimos entre sí.

Como $b=1000-a$. Podemos decir que los números a y $1000-a$ son Coprimos si y sólo si los valores a y 1000 son coprimos.

Ahora bien los divisores primos de 1000 son únicamente el 2 y el 5.

Como además hay 499 múltiplos de 2 menores que el 1000, 199 múltiplos de 5 menores que el 1000 (compruébalo) y 99 múltiplos de 10 menores que 1000.

Podemos escribir que los número menores que el 1000 y NO Coprimos con 1000 son :

$499+199-99=599$ (ya que hemos tenido que restar a los múltiplos del 2 y del 5 los múltiplos de 10 para no contarles dos veces)

Por tanto tenemos: $999-599=400$ números menores que 1000 y Coprimos con él.

Con cada uno de ellos se puede formar el par (a, b) tal que $a+b=1000$. Si consideramos $a+b$ y

b+a la misma representación, tenemos que la cantidad de pares se reduce a $400:2=200$