

Tenemos dos máquinas A y B que actúan sobre los puntos enteros del plano.

La máquina A, traslada el punto  $(x, y)$  al punto  $(15x + 3y, 7x + 11y)$

La máquina B, traslada el punto  $(x, y)$  al punto  $(45x + 3y, 5x + 43y)$

(Por ejemplo el punto  $(1, 2)$  aplicando primero la máquina A se transforma en  $(21, 29)$  y si posteriormente aplicamos la B se transformará en  $(1032, 1352)$ ; por tanto decimos que la secuencia AB( primero A y luego B) ha transformado el punto  $(1, 2)$  en el  $(1032, 1352)$ )

Decidir si es posible transformar el par  $(3, 1)$  en el par  $(300.000, 100.000)$  mediante una secuencia adecuada de las máquinas A y B

---

Dado un par  $(a, b)$ . Si actuamos con la máquina A, la diferencia del par obtenido es :

$$15a + 3b - 11a - 7b = 8(a-b)$$

Lo que significa que la diferencia inicial  $a-b$  se ha multiplicado por 8.

Si actuamos con la máquina B, su diferencia es  $40(a-b)$ , es decir se ha multiplicado por 40.

En general si aplicamos al par inicial  $(a, b)$  una secuencia de  $m$  veces la máquina A y  $n$  veces la máquina B, su diferencia será  $8^m \cdot 40^n (a-b)$

En nuestro caso la diferencia del par (3, 1) es igual a 2, mientras que la diferencia del par (300.000, 100.000) es igual a 200.000, por tanto podremos poner que de existir una secuencia de  $m$  veces la máquina A y  $n$  veces la máquina B, se cumplirá:

$$8^m \cdot 40^n = 100.000$$

de dónde  $2^{3(m+n)} \cdot 5^n = 100.000$

Lo que significa que necesariamente  $3(m+n) = n$ , lo que es claramente imposible si  $m$  y  $n$  son enteros.

Por tanto no es posible tal transformación.