

Tenemos dos máquinas A y B que actúan sobre los puntos enteros del plano.

La máquina A, traslada el punto (x, y) al punto $(15x + 3y, 7x + 11y)$

La máquina B, traslada el punto (x, y) al punto $(45x + 3y, 5x + 43y)$

(Por ejemplo el punto $(1, 2)$ aplicando primero la máquina A se transforma en $(21, 29)$ y si posteriormente aplicamos la B se transformará en $(1032, 1352)$; por tanto decimos que la secuencia AB(primero A y luego B) ha transformado el punto $(1, 2)$ en el $(1032, 1352)$)

Decidir si es posible transformar el par $(3, 1)$ en el par $(300.000, 100.000)$ mediante una secuencia adecuada de las máquinas A y B

Dado un par (a, b) . Si actuamos con la máquina A, la diferencia del par obtenido es :

$$15a + 3b - 11a - 7b = 8(a-b)$$

Lo que significa que la diferencia inicial $a-b$ se ha multiplicado por 8.

Si actuamos con la máquina B, su diferencia es $40(a-b)$, es decir se ha multiplicado por 40.

En general si aplicamos al par inicial (a, b) una secuencia de m veces la máquina A y n veces la máquina B, su diferencia será $8^m \cdot 40^n (a-b)$

En nuestro caso la diferencia del par (3, 1) es igual a 2, mientras que la diferencia del par (300.000, 100.000) es igual a 200.000, por tanto podremos poner que de existir una secuencia de m veces la máquina A y n veces la máquina B, se cumplirá:

$$8^m \cdot 40^n = 100.000$$

de dónde $2^{3(m+n)} \cdot 5^n = 100.000$

Lo que significa que necesariamente $3(m+n) = n$, lo que es claramente imposible si m y n son enteros.

Por tanto no es posible tal transformación.