Decimos que un número natural es ABUNDANTE si la suma de todos sus divisores positivos supera a su doble.

(Ejemplo. el número 12 es ABUNDANTE, ya que la suma de todos sus divisores positivos 1+2+3+4+6+12 = 28 >2. 12)

Encontrar un número ABUNDANTE impar y demostrar que existen infinitos números ABUNDANTES inmpares.

En primer lugar notemos que si un número N es el producto de dos números primos p y q,

Entonces TODOS sus divisores serán: 1, p, q y el mismo N.

Mientras que la suma de todos los divisores será: **S(N) = 1+p+q+p.q=(1+p)(1+q)**

En el caso general de que N sea el producto de k números primos distintos,

la suma de sus divisores será **$S(N)= (1+p_1)(1+p_2)...(1+p_k)$**

Vamos a hallar, ensayando un poco un número N, que sea impar y abundante;

esto es s(N)>2.N.   Para ello tomamos los primos impares distintos a partir del 3.

3, 5, 7, 11, 13, 17,... y construimos números N, cada vez mayores.

Para N= 3,   tenemos que S(3)= 42.15(NO es abundante)

Para N= 3.5.7,   tenemos que S(105)= 192 2(15015)(SI es abundante)

Por tanto hemos encontrado por este procedimiento un número abundante impar,

que seguro que no es el menor, puesto que hemos analizado únicamente los números

en los que sus factores primos tienen exponente igual a la unidad.

Veamos ahora que efectivamente hay infinitos números abundantes impares.

Para ello nos apoyaremos en el conocimiento de que el número N=15015 es abundante.

Construimos un número N= P.15015, siendo P un número primo mayor que 13

(recordemos que 15015=3.5.7.11.13)

Evidentemente N será abundante, ya que :

$$S(N)=(1+P)(1+3)(1+5)(1+7)(1+11)(1+13)=(1+P)32256>(1+P)2.(15015)>2.P.15015$$