

Demostrar que existe uno y sólo un triángulo con longitudes de sus lados enteros consecutivos, y uno de sus ángulos el doble del otro.

b, tenemos varios casos a estudiar:

a) $a > b > c$, al ser números consecutivos $b = a-1$ y $c = a-2$, introduciendo estos valores en la igualdad anterior llegamos a una ecuación de segundo grado, que si resolvemos no nos da un número entero, por tanto este caso está descartado

b) $a > c > b$, al ser números enteros consecutivos $c = a-1$ y $b = a-2$, realizando el mismo razonamiento que en el caso anterior llegamos a proponer la ecuación de segundo grado, dando como solución válida, únicamente la $b = 4$, por tanto $c = 5$ y $a = 6$

c) $c > a > b$, al ser números enteros consecutivos $c = a+1$ y $b = a-1$, razonando igual que en los pasos anteriores llegamos a la ecuación de segundo grado que tiene como solución válida el caso $a = 2$, pero entonces $c = 3$ y $b = 1$, lo que quiere decir que no existe tal triángulo.

Resumiendo la única solución es $b = 4$, $c = 5$ y $a = 6$