Un problema de máximos y mínimos

Pierre Fermat nació en Beaumont-de-Lomagne (Francia) el 17 de agosto de 1601 y murió en Castres (Francia) el 12 de enero de 1665. Abogado de profesión y matemático vocacional contribuyó al desarrollo del álgebra, geometría, cálculo diferencial e integral, teoría de números y cálculo de probabilidades.

En vida de Fermat sus investigaciones circularon preferentemente en forma de cartas. Así, la memoria *Methodus ad disquirendam maximam et minimam* (ca. 1638),en la que se propone un método para el cálculo de máximos y mínimos, fue remitida por Fermat al Padre Marin Mersenne [1] .

La adaptación del texto del *Methodus* que ofrecemos a continuación se basa en la versión inglesa presentada por D. J. Struik en su *A source book in Mathematics 1200-1800.*

MÉTODO PARA LA EVALUACIÓN DE MÁXIMOS Y MÍNIMOS

La teoría para la evaluación de máximos y mínimos presupone dos incógnitas y la regla siguiente:

Sea a una incógnita cualquiera del problema (que tenga una, dos o tres dimensiones, según la formulación del problema). Expresemos el máximo o el mínimo mediante a, en términos que pueden ser de cualquier grado. Reemplacemos la incógnita original a por a + e, y expresemos la cantidad máxima o mínima mediante a y e, en términos que pueden ser de cualquier grado. Adigualemos, usando el término de Diofanto [2] *, las dos expresiones de la cantidad máxima o mínima y suprimimos sus términos comunes. Con esto, ambos miembros contendrán términos afectados de e o de alguna de sus potencias. Dividiremos todos los términos por e, o por una potencia mayor de e, de modo que e desaparecerá de, al menos, uno de los términos. Después, suprimiremos todos los términos en los que todavía aparezca e o alguna de sus potencias y se igualarán los otros; o si uno de los miembros desaparece, se igualarán los términos positivos y negativos. La solución de esta última ecuación dará el valor de a que conduce al máximo o al mínimo, utilizando la expresión original.*

He aquí un ejemplo:
Dividir el segmento AC por el punto E de modo que AC x EC sea máximo.

Escribamos AC = b y designemos por a uno de los segmentos. Por tanto, el otro será b – a y el producto, cuyo máximo se quiere encontrar, será ba – a^2*.*
Sea ahora a + e el primer segmento de b. El segundo será b – a – e, y el producto de los segmentos será ba – a^2 *+ be –2ae –* e^2*. Esto se debe adigualar con el precedente ba –* a^2*. Reduciendo los términos comunes tendremos be – 2ae +* e^2*. De donde, suprimiendo e, resulta que b = 2a. Para resolver el problema deberemos tomar la mitad de b.*

Referencias bibliográficas
STRUIK, D. J. (1986). *A source book in Mathematics 1200-1800.* New Jersey: Princeton University Press.

Referencias on line
Fermat's rule for maxima and minima
http://neo.math.unifi.it/archimede_NEW_inglese/mostra_calcolo/guida/node7.html

Notas:

[1] Marin Mersenne, teólogo, filósofo y matemático francés, nació en Oizé el 8 de septiembre de 1588 y murió en París el 1 de septiembre de 1648. Estudió en el colegio jesuita de La Flèche, donde tuvo como compañero a Descartes, ocho años más joven que él, con quien trabó una gran amistad.
Marin entró en el noviciado de los Mínimos en Nigeon (1611) y fue destinado como profesor de filosofía a Nevers (1614-1620), después pasó a París. Sus primeras obras fueron de carácter teológico pero después se dedicó preferentemente a la ciencia, llevando a cabo investigaciones de tipo experimental y publicando trabajos de contenido matemático. Sin embargo, su principal mérito fue el ánimo que transmitió a los científicos de su época y el interés que prestó a la difusión de sus trabajos.

[2] El término *adigualar*, en latín *adequatio*, proviene del griego *parisótes* con el que Diofanto denota que un número se aproxima a otro tanto como sea posible.