

Fermat y Descartes

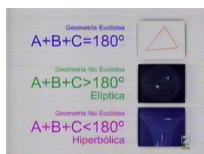
Escrito por Antonio Pérez Sanz

Aunque Fermat sea más conocido por su famoso "último teorema" que ha traído en vilo a los matemáticos durante más de 3 siglos, es junto a Descartes el padre de una aportación mucho más importante, la geometría analítica. Ambos estuvieron a un solo paso de algo mucho más notable: la creación de cálculo diferencial.



Rene Descartes (1596-1650)

Pierre de Fermat



"La Geometría"



Los "torbellinos" del sistema solar. Descartes

"La Geometría" es uno de los tres ensayos que acompañan el Discurso del Método, y del qu

"La Geometría" está dividida en tres "Libros".

El primero de ellos trata "Sobre los problemas que pueden construirse empleando solamente círcu

Fermat y Descartes

Escrito por Antonio Pérez Sanz

Su mayor aportación, es la combinación de recursos algebraicos y geométricos, para la resolución de p

La historia ha simplificado esta combinación reduciéndola a una simple traducción de curvas geométricas

En él descubre la regla de la alternancia de los signos de los coeficientes de una ecuación:
Una ecuación tiene a lo sumo tantas raíces "verdaderas" (positivas) como cambios de signo

Y demuestra que toda ecuación de cuarto grado es la intersección de una parábola con una circunferencia

Fermat contagió esta fiebre de buscar números amigos a su colega y competidor Descartes que encontró estos otros dos aún más sorprendentes: 9.363.584 y 9.437.056



Pierre de Fermat

Fermat nació en los albores del siglo XVII, en 1601 en Beaumont, un pueblo del suroeste de Francia. S

No publicó en su vida ningún libro sobre matemáticas.
De hecho llegó a escribir a Pascal:

"No quiero que aparezca mi nombre en ninguno de los trabajos considerados dignos de exposición

Fermat y Descartes

Escrito por Antonio Pérez Sanz



La Aritmética de Diofanto comentada por Fermat

La Aritmética constaba de 13 libros de los cuales sólo seis sobrevivieron a la destrucción de la gran biblioteca de Alejandría. Este libro se convertiría en el libro de cabecera de Fermat durante muchos años.

En él Diofanto propone más de cien problemas numéricos y da brillantes soluciones a todos ellos

Los números amigos :

Los pitagóricos ya habían observado una rara relación entre los números 220 y 284. Relación bastante sutil por cierto.

Los divisores de 220 son: 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55 y 110

Los de 284 son: 1, 2, 4, 71 y 142.

En apariencia no tiene mucho parecido, salvo por este curioso hecho:

Si sumamos todos los divisores de 220:

$1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110$ obtenemos 284, el segundo número.

Y si sumamos los de 284:

$1 + 2 + 4 + 71 + 142$ obtenemos el primero 220

Con suma paciencia y una admirable visión numérica, tras más de dos mil años, Fermat va a

Fermat y Descartes

Escrito por Antonio Pérez Sanz

descubrir la segunda pareja de números amigos.
Unos amigos mucho más complicados que 220 y 284.

Se trata de estos dos números: 17296 y 18416.

Descubre además una regla general (conocida por ibn Qurra):

“Si $q = 3 \cdot 2^{p-1} - 1$; $r = 3 \cdot 2^p - 1$; $s = 9 \cdot 2^{p-1} - 1$

entonces

$$n = 2^p \cdot q \cdot r \quad \text{y} \quad m = 2^p \cdot s$$

son números amigos”

17296 corresponde a los valores de $p = 2$; $q = 5$ y $r = 11$

18416 corresponde a los valores de $p = 2$; $s = 71$

Algunos de sus resultados en Teoría de Números

Así descubrió y demostró que el número 26 es el único que está comprendido entre dos enteros, que son respectivamente un cuadrado 25 (5 al cuadrado) y un cubo 27 (3 al cubo)

$$5^2 < 26 < 3^3$$

Hay dos grandes familias de números primos:

Unos son de la forma $4n + 1$: 5, 13, 17, 29, 37, 41...

Fermat y Descartes

Escrito por Antonio Pérez Sanz

Los otros de la forma $4n + 3$: 3, 7, 11, 19, 23, 31, 43, 47...

Fermat descubrió que todos los de la primera familia se pueden escribir como la suma de dos cuadrados.

Pero en cambio, NINGUNO, de los de la segunda familia se puede descomponer en la suma de dos cuadrados.

El pequeño teorema de Fermat :

Si a es un número natural cualquiera, por ejemplo 9 y p un número primo que no es divisor de a , por ejemplo 5; siempre se cumple que p , es este caso 5, es divisor exacto de $a^{p-1} - 1$, en nuestro caso $9^5 - 1 - 1$.

En efecto $9^5 - 1 = 6561 - 1 = 6560$ que es divisible por 5

$$6560 : 5 = 1312.$$

Esta brillante joya numérica se conoce como el "pequeño teorema de Fermat";.

Y, cómo no, fue demostrado por Euler cuando tenía 29 años.

Su gran fallo:

Fermat y Descartes

Escrito por Antonio Pérez Sanz

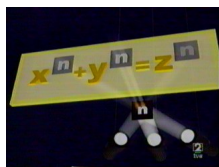
Fermat afirmó que todos los números de la forma $2(2)^n + 1$ son números primos
Euler se encargaría de demostrar que por una vez Fermat estaba equivocado:

Si $n = 5$ $2^{2^5} + 1 = 4.294.967.297 = 641 \times 6.700.417$
no es primo

La Observación es el enunciado del último teorema
 $X^n + Y^n = Z^n$

Es imposible encontrar la forma de convertir un cubo en la suma de dos cubos, una potencia cuarta en la suma de dos potencias cuartas, o en general cualquier potencia más alta que el cuadrado en suma de dos potencias de la misma clase; para este hecho he encontrado una demostración excelente. El margen es demasiado pequeño para que dicha demostración quepa en él"

Pierre de Fermat



Euler lo demostró para $n = 3$ y $n = 4$

Dirichlet y Legendre para $n = 5$

Lamé para $n = 7$

Kummer para todos los primos menores que 100 salvo para $n = 37, 59$ y 67

Wiles. En 1994 demostró al fin el último teorema de Fermat



Andrew Wiles



El documento de 1994 en inglés que pasó a la historia de las Matemáticas tenía más de 130 páginas en total.

Modo de utilizar una tabla de Fermat más o menos sencilla a lo largo de los siglos XIX y XX, inaccesible

la época de Fermat y Descartes, más o menos, demostrando un poderoso método de cálculo,

Tablas de logaritmos de Neper