Categoría: **Educación**
Autor:
Morris Kline

Editorial:
Siglo XXI Editores S.A. Madrid

Año de publicación:
1976

Nº de hojas:
197

ISBN:
84-323-0216-3

Una historia personal

Cuando a finales de la década de los setenta del siglo pasado (¡ay!) comencé a dar clases de 1º de BUP en un instituto rural encontré que mis alumnos tenían un libro de texto de tapas naranjas (muy difundido entonces). En su interior se les proponía tareas matemáticas tan "motivadoras" para los adolescentes como ésta:

"... en el anillo [x] de los polinomios con coeficientes reales, la ecuación f g= h donde f, h 0 [x], f!= 0 y g es un polinomio desconocido no posee en general solución ... El propósito de este tema es construir un cuerpo que contenga a [x] y en el que esa ecuación tenga solución."

Tras doce páginas de laboriosa construcción, se llegaba a esta triunfante conclusión:
El cuerpo (, (x) , + ,·) así construido contiene un subconjunto ,(x)1 isomorfo al anillo de polinomios ,[x].

Para un recién licenciado en Matemáticas que aterrizaba en la realidad tras cinco años de vuelo por los espacios matemáticos (n dimensionales) era de lo más loable que se mostrasen de forma tan diáfana y democrática las estructuras matemáticas a los jóvenes estudiantes. Suponía que esto les iba a allanar de forma considerable su posterior camino en los estudios..- de la licenciatura de Matemáticas, claro. Pero pronto constaté que tanto énfasis (editorial y mío) por la estructura y el rigor chocaba simplemente con la vida que a los quince años llama ya «... como un aullido interminable» (J.A. Goytisolo). Que mis alumnos, y no por ingratitud, no apreciaban la belleza del citado isomorfismos ni tampoco disfrutaban, un curso después al estudiar los límites funcionales en 2.° de BUP, con la búsqueda y captura de una expresión de _ como función de un _ conocido... En lugar de ofrecerles sugerencias que les animasen a desarrollar sus intuiciones matemáticas, ideas que reconocieran como propias y así pudieran hacerse un lugar en esa misteriosa y sugerente vida, con mi enseñanza les estaba dando argumentos para hacer suya la archiconocida frase de Bertrand Russell: «Las matemáticas pueden definirse como una materia en la que nunca sabemos de qué estamos hablando ni si estamos diciendo la verdad». Y lo que en boca de un lógico profesional constituía una orgullosa declaración de independencia formal respecto de la realidad, en la formación intelectual de los futuros ciudadanos se convertía en un drama que sellaba en muchos casos una enemistad de por vida con las Matemáticas.

Tal vez si alguien hubiese puesto en mis manos durante la carrera o en el proceso de habilitación para la enseñanza El fracaso de la matemática moderna, tanto mis alumnos como yo nos habríamos evitado unas cuantas decepciones, aburrimiento y complejos de inutilidad (como estudiantes y como profesor).

Un libro en el momento oportuno

El libro comienza con una muy explícita cita de Goethe: «Yo pregunto si es natural, si es incluso prudente, que te hastíes tú mismo y aburras a los estudiantes». Y en el capítulo 1 (Una muestra de la Matemática Moderna) hace una esperpéntica, pero bastante real en aquellos años, recreación de una serie de preguntas y respuestas en el aula donde queda en evidencia la ridiculez de sustituir en la escuela el sentido numérico por la precisión conjuntista. Recreación que por sí misma ya explica el título original de la obra en inglés: Por qué Juanito no sabe sumar.

En los años setenta se vivía la explosión de la llamada Matemática Moderna, que pretendía llevar desde la Universidad a las enseñanzas básica y secundaria el método axiomático, el lenguaje lógico-simbólico y las estructuras algebraicas que habían servido durante el siglo precedente para unificar las Matemáticas (creando también nuevas incertidumbres de profundidad abisal, como mostró Kurt Gödel). En el paroxismo de su propósito totalizador, se llegó a proponer la introducción en la Educación Secundaria del lenguaje de Categorías (abstracciones de segundo orden que estructuran aspectos comunes a diversas estructuras), con un programa de 17 teoremas y conceptos como los funtores «que toda persona bien educada debe conocer» (Peter J. Hilton. Conferencia en el Primer Congreso Internacional de ZWIN. 1972. Centro Belga de Pedagogía Matemática). Era un pequeño consuelo pensar que las cosas aún podían haber llegado más lejos.

Los impulsores de esa corriente eran los matemáticos bourbakistas que al grito «¡Muerte al triángulo! ¡Abajo Euclides!», y por una conjunción de razones que Kline describe en su libro, consiguieron imponer su criterio en el sistema norteamericano de educación. En poco tiempo ocurrió lo mismo en Europa....Y así se llegó también en nuestro país a los libros de tapas naranjas y otros.

La obra de Kline tuvo en su tiempo el valor de saber denunciar los errores del sistema tradicional memorístico y a la vez alertar sobre los nuevos desastres que la arrolladora modernidad conjuntista traía a las escuelas e institutos. Al hacerlo se enfrentaba a los defensores de ambos sistemas. Lo hacía en el momento oportuno, previendo la nueva situación- Y no caía en el tono apocalíptico de quien sólo describe fracasos pasados y predice fracasos futuros, sino que argumentaba las razones para unos y otros, a la vez que sentaba los principios fundamentales para la necesario reforma de la enseñanza de las matemáticas en dichos niveles.

Así, respecto al sentido de la presencia de la educación matemática en el currículo decía:
No se debería intentar preparar profesionales de las matemáticas ni habría que preocuparse por lo que el futuro estudio de las matemáticas pudiera requerir. [...1 El conocimiento es un todo y las matemáticas son una parte del todo. [...] De esta forma modelaríamos y enseñaríamos más allá de las propias matemáticas, las relaciones de las matemáticas con otros intereses humanos; en otras palabras, un plan de matemáticas culturalmente amplio que buscaría su íntima unión con las principales corrientes del pensamiento y de nuestra herencia cultural.

Y respecto a la metodología a seguir:
Las matemáticas no deberían desarrollarse deductivamente sino constructivamente. [...] Enseñar a descubrir no es de ningún modo un trabajo sencillo. Exige que los estudiantes aprendan a usar la intuición, a hacer suposiciones, a tantear, a generalizar resultados conocidos, a relacionar lo que se busca con los resultados ya conocidos, a utilizar interpretaciones geométricas de las proposiciones algebraicas, a medir, y docenas de otros procedimientos. [..1 Pero, casi siempre, el enseñar a descubrir exige la preparación de una serie de preguntas sencillas que gradualmente conducen a las conclusiones deseadas.

Descripción del contenido

La obra es de fácil lectura y se compone de 11 capítulos (el primero ya comentado).

Capítulo 2: El plan tradicional

En este capítulo Kline describe las carencias del plan tradicional de Matemáticas en EE.UU. Se componía fundamentalmente de: Álgebra mecánica, colección de procedimientos inconexos para que los alumnos llegasen a realizar operaciones algebraicas y que abocaban a un aprendizaje memorístico; y Geometría euclídea deductiva, en la que la cadena lógica en su perfección lineal no enseñaba a pensar pues no desvelaba cuáles eran las dificultades abordadas ni tampoco las ideas motrices que llevaron a superarlas, conduciendo por otra vía también a la memorización. Ambas ramas eran presentadas con frialdad y motivadas con razones de tipo estético, propedéutico o de un futuro muy restringido, bien alejadas de la realidad práctica en estos niveles. El valor intelectual de las Matemáticas sólo puede ser apreciado desde cierta madurez.

Capítulo 3: Origen del movimiento de la matemática moderna

El lanzamiento en 1957 del primer Sputnik por la URSS propició en EE.UU. la alarma sobre la inferioridad nacional en los campos científico y tecnológico. En esa coyuntura, al constatar el bajo nivel norteamericano en educación matemática, surgió la idea, secundada en los ámbitos políticos y económicos, de que era necesaria una reforma. Para ello, se supuso que era preciso abandonar la enseñanza del plan tradicional, unas Matemáticas con contenidos separados y anteriores a 1700, sustituyéndolas por otras más «modernas». Dada la importancia de las Matemáticas abstractas en el último siglo, con la unificación de sus ramas mediante conceptos generales y estructuras, se propuso reconstruir las Matemáticas de la enseñanza elemental desde ese punto de vista global. Y se vio la necesidad de reeducar a los profesores, comenzando por doquier los cursillos de Teoría de Conjuntos. Pero, como apunta Kline:

Un plan que pudiera ser ideal para la formación de futuros matemáticos no puede ser el correcto para la formación básica de toda la población...

Capítulo 4: La interpretación deductiva de las matemáticas

Se argumentaba que si se construían todas las matemáticas elementales lógicamente, comenzando por axiomas y definiciones y avanzando con teoremas y propiedades, paso a paso, como la Geometría euclídea en el plan tradicional, se podrían comprender todas las Matemáticas. Extendiendo este enfoque a la Aritmética, por ejemplo, los enteros se definen como clases de equivalencia. ¿De verdad así comprende un niño lo que es un entero?

El error residía en ofrecer a los aprendices la versión última y perfeccionada de una ciencia que, sin embargo, fue creada con intuiciones, intentos, aproximaciones y también fracasos instructivos. Se transmitía así una visión falsa del pensamiento matemático, distante y frío en su perfección. Kline, en apoyo de su tesis, acude a ejemplos en la historia de las Matemáticas: el cero y los complejos fueron adoptados por simple pragmatismo; ni Newton ni Leibnitz pudieron formular correctamente los conceptos básicos del cálculo infinitesimal; los grandes matemáticos del s. XVIII y XIX realizaron enormes avances sin tener una definición precisa de los conjuntos numéricos; y sólo a finales del XIX se sientan los fundamentos lógicos de las ramas más importantes. Concluye que «la intuición de los grandes hombres es más poderosa que su lógica».

En definitiva, para alcanzar un nivel de pensamiento hay que pasar por las experiencias previas que lo han propiciado. Como dijera Lebesgue, las Matemáticas no surgen de la lógica deductiva sino del trabajo de la imaginación creadora, guiada por analogías, intuiciones e incluso ideales estéticos; la lógica actúa después, sólo como control. No se puede sustituir este proceso de conocimiento por la palabrería lógica, si no es destruyendo la vida y el espíritu de las Matemáticas.

Muchos profesores salen de sus clases muy satisfechos consigo mismos después de haber expuesto una serie de semejantes teoremas y demostraciones. Pero los estudiantes no quedan satisfechos. No han comprendido de qué iba, y todo lo que pueden hacer es aprender de memoria lo que han oído. No conocían el pensamiento original y no han sacado nada en limpio de las repulidas demostraciones.

Capítulo 5: El rigor

Kline denuncia la obsesión por el rigor en la enseñanza secundaria como mera artificialidad alejada de los significados. Los modernistas tildaban de incompletas a las demostraciones de Euclides porque su desarrollo deductivo no era riguroso, al usar implícitamente axiomas y teoremas no citados por evidentes. Pero, si durante dos mil años los mejores matemáticos no advirtieron la falta de esos axiomas y teoremas, ¿cómo puede esperarse que los jóvenes vean su necesidad? Además, paradójicamente, algunos teoremas son más evidentes que los axiomas requeridos para poder demostrarlos.

Estas frases sentencian claramente su opinión:
El rigor puede salvar a las Matemáticas, pero seguramente perderá a los alumnos.
Lo que es lógicamente prioritario no es pedagógicamente deseable.
Es más fácil hacer sofisticados los temas triviales que dar una exposición clara e intuitivo de las ideas más difíciles.

Capítulo 6: El lenguaje de las matemáticas

Se explica cómo los modernistas criticaban la imprecisión de la Matemática tradicional y pasaron del necesario simbolismo a la profusión de símbolos que a menudo aturde, tan sólo a cambio de un reducido ahorro de espacio; y también desembocaron en el exceso de terminología, el final de palabrería (por ejemplo, se hacía una severa distinción en la enseñanza básica ente número y numeral). Y se recuerda que:
Las ideas y los argumentos con los que trabaja el matemático tienen una realidad física, intuitiva y geométrica mucho antes de ser expresados mediante símbolos.

Capítulo 7: La matemática por la matemática

En la Matemática Moderna se consideraba a las Matemáticas autosuficientes. En el aula los diversos conjuntos de números se justificaban por la insuficiencia de los ya conocidos para resolver nuevos tipos de ecuaciones. Entonces parecía que el hecho de que las estructuras así construidas se ajustaran a algunos fenómenos físicos y situaciones reales fuera casual.

El autor recuerda que las Matemáticas existen sobre todo para ayudar al hombre a comprender y dominar el mundo físico y, en alguna medida, los mundos económico y social. Están al servicio de determinados fines y propósitos que no se deben ocultar. Unas Matemáticas por y para sí mismas no pueden ser atractivas para los jóvenes.
Además, ¿cómo se va a valorar la importancia de las estructuras matemáticas si no se conocen abundantes ejemplos concretos donde advertir su presencia o su singularidad por oposición con otros donde no se encuentran? ¿Qué valor tiene insistir en la conmutatividad en una edad en que sólo se conocen operaciones conmutativas?

Pero se razonaba de forma inversa:
Se pide a los estudiantes que aprendan conceptos abstractos con la esperanza de que si lo consiguen podrán entender automáticamente sus concreciones. [...] Pero en sentido estricto es imposible enseñar una abstracción.[...] Sólo se puede unificar lo que ya conocemos.
Ese error de enfoque epistemológico es denunciado a través de casi todos los capítulos.

Capítulo 8: El nuevo contenido de la nueva matemática

¿Qué conceptos se introdujeron así en los planes de enseñanza? Fundamentalmente, la Teoría de Conjuntos. Kline la considera un despilfarro de tiempo pues opina que no pasa de ser un lenguaje que por sí mismo no ofrece resultados que puedan seducir al estudiante con sensibilidad matemática, Y comenta ácidamente que se le dio tanta importancia porque era sin duda «uno de los pocos temas de Matemáticas Modernas que los creadores de este plan podían comprender».

Además, la numeración en bases no decimales, la Lógica Simbólica, el Álgebra de Boole, las congruencias y las estructuras algebraicas. Un caso que repite por afectarle especialmente es el de las funciones, que eran definidas como conjuntos de pares ordenados, ocultando el hecho esencial de la variación dependiente.

El formalismo de este plan solamente puede conducir a una disminución de la vitalidad de las matemáticas y a una enseñanza autoritaria, al aprendizaje mecánico de nuevas rutinas, mucho más inútiles que las rutinas tradicionales.

Termina el capítulo con ironía, al indicar que quizá la crítica más decisiva de los programas de matemática moderna la hizo inconscientemente un profesor que estaba satisfecho con ella:

Si vamos a suspenderles en matemáticas, por lo menos les suspenderemos en unas buenas matemáticas.

Capítulo 9: El testimonio de los exámenes

En este capítulo se señalaba la falta de criterios objetivos para valorar los planes tradicional y moderno. Por una parte, los exámenes tradicionales miden ante todo la capacidad de memorizar, que ayuda pero no es precisamente lo esencial para pensar matemáticamente. Por otra, las evaluaciones realizadas en la fase inicial de un nuevo plan son sospechosas, por centrarse en los profesores pioneros y más implicados en él (de esto también supimos algo por estos pagos, años más tarde). Termina con un manifiesto que firmaban 75 matemáticos de prestigio de EE.UU. y Canadá alertando sobre los peligros del nuevo plan.

Capítulo 10: La verdadera justificación de las nuevas matemáticas

¿Por qué se adoptaba una reforma de ese tipo? Kline lo explica en la oportunidad concedida a los matemáticos profesionales (ya comentada en el Capítulo 3) para legislar en un terreno en el que los auténticos entendidos, profesores de Primaria y Secundaria y pedagogos no tuvieron voz ni la reclamaron. Y éstos no lo hicieron por temor reverencial a los doctores universitarios, a su vez poco o nada interesados por la psicología del aprendizaje ni la didáctica. Por ocupar cátedras en las principales universidades se les consideró expertos en áreas en las que eran totalmente ignorantes. Y aprovecharon la ocasión para imponer su estilo y sus criterios de valor.

Además se jugó propagandísticamente con las connotaciones del término «moderna» como algo nuevo, vital e importante, frente a lo «tradicional» como antiguo; contraposición nada justificada desde el momento que se trataba tan sólo de una nueva interpretación. Pero que tampoco se llevaba de forma coherente a los libros de texto, refritos de rutinas tradicionales y terminología moderna. Estos libros, «tan sólo mejoran nuestra comprensión de una cosa: muestra que hay matemáticos competentes que son ineptos para la pedagogía».

Esos matemáticos profesionales, según Kline, están tan absorbidos en progresar en sus investigaciones que apenas se ocupan de la historia o el significado humano y cultural de su disciplina, «forman una cofradía cerrada», ocupados tan sólo en jugar con sistemas generales abstractos de acuerdo con unas reglas. Por ello, citando a Courant dice: «No a una división entre Matemáticas Puras y Matemáticas Aplicadas»; y considera que si esa división se consuma, estas últimas las desarrollarán físicos o ingenieros, sin que los matemáticos tengan contacto con los nuevos descubrimientos.

Pero, sobre todo, dice: «No en educación al abandono del ideal del método socrático a favor de los métodos del dogmatismo catequético» que considera inevitablemente unidos a la enseñanza ordenada y bien definida de unas abstracciones para las que el alumno carece de la base concreta necesaria. Nada más alejado del «matematizar» como actividad humana creadora.

Capítulo 11: La dirección conveniente para una reforma

En este último capítulo se señala en qué dirección, según el autor, debería orientarse una reforma eficaz de la enseñanza en general:

Una formación más amplia que profunda, en la que los estudiantes no sólo aprendieran cuál es el contenido de cada materia, sino también qué papel juega en nuestra cultura y en nuestra sociedad.

Y de la enseñanza de las Matemáticas en particular, con palabras de alguien tan poco tachable de desconocedor de la gran matemática como Alfred North Whithead, quien decía ya en 1912:

Las matemáticas elementales [...] deben ser depuradas de todo elemento que sólo pueda justificarse de cara a estudios posteriores. No puede haber nada más destructivo para una verdadera educación que el gastar largas horas en la adquisición de ideas y métodos que no llevan a ningún sitio. [...] Los elementos de matemáticas deberían tratarse como el estudio de un conjunto de ideas fundamentales, cuya importancia pueda apreciar el estudiante inmediatamente.

Convencido de que es más fácil interesar a los jóvenes por los problemas reales que por las matemáticas abstractas, sugiere sustituir la secuenciación matemática habitual por la presentación de conceptos y técnicas que se van precisando para cada objetivo planteado. Se trataría de estructurar el currículo alrededor de la resolución de problemas, propuesta que hoy sigue siendo «revolucionaria» en la mayoría de nuestras aulas.

Propone así un desarrollo constructivo, la recreación matemática, que cree posible en el marco del pensamiento intuitivo, no en el deductivo. Considera más importante desarrollar intuiciones que demostraciones; los argumentos heurísticos y los razonamientos por analogía deben preceder a las bases lógicas. Y se apoya en el llamado principio genético: el orden y el estilo (mediante aproximaciones, conjeturas, comprobaciones y revisión de errores) presentes en el desarrollo histórico de las Matemáticas son los adecuados para los estudiantes. La demostración sería el paso final.

Es deplorable que demos la impresión de que los matemáticos razonan directa e indefectiblemente hacia sus conclusiones.

Termina la obra declarando su convencimiento de que, mucho más importante que el plan de enseñanza es la formación de los profesores en un sentido amplio. Y que éstos deberían ser los árbitros que en cada situación decidan qué se debe enseñar y cómo debe enseñarse.

Un mal profesor y un buen plan darán una mala enseñanza, mientras que un buen profesor superará las deficiencias de cualquier plan.

Cualquier tiempo pasado... ya pasó.

En los 25 años transcurridos desde la publicación en España de El fracaso de lo matemática moderna se anunciaron unas reformas y se produjeron otras; pero ante todo cambió la realidad social de la educación. Ahora que se pretende redimir al sistema de sus males actuales con reválidas y criterios empresariales de calidad; ahora que algunos nostálgicos volverán a confundir interesadamente el nivel de la enseñanza con el nivel de los contenidos expuestos por el profesor, en lugar de fijarse en el nivel real del aprendizaje conseguido por los alumnos; ahora vuelve a ser muy útil la lectura de este libro Y recordar aquellos tiem-pos pasados, aquellos fracasos fuera del aula (cuando la aten-ción a la diversidad consistía en un 40% de alumnos de 15 años fuera del sistema educativo) y dentro del aula (con un nivel muy alto sí... de suspensos entre alumnos ya previamente seleccionados). Es muy útil, por si tuviéramos la tentación de volver a tiempos pasados, que por otra parte es tarea imposible.

(Reseña aparecida en la revista SUMA nº 39 Feb 2002)

 Materias: matemática moderna, deducción, rigor, lógica, abstracción, formalismo, reforma matemática, descubrimiento

 Autor de la reseña: José María Sorando Muzás