



Categoría: **Sobre las matemáticas**
Autor: **Miguel Martínez Panero y José Luis García Lapresta**

Editorial: **Secretariado de Publicaciones e Intercambio Editorial. Universidad de Valladolid**

Año de publicación: **2003**

Nº de hojas: **148**

ISBN: **84-8448-218-9**

Título completo:

"José Isidoro Morales, Precursor Ilustrado de la Teoría de la Elección Social: Edición Facsímil de la Memoria Matemática sobre el Cálculo de la Opinión en las Elecciones (1797) y Apéndice (1805)"

El objetivo fundamental del libro de Martínez Panero y García Lapresta (profesores de Matemáticas en la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad de Valladolid) es dar a conocer la obra del matemático ilustrado español José Isidoro Morales Rodríguez (1758-1818) a través de la reproducción facsímil de dos de sus escritos sobre un método de votación: *la Memoria Matemática sobre el Cálculo de la Opinión en las Elecciones* (1797) y su *Apéndice* (1805).

Morales empieza la Memoria contándonos cómo a través del periódico francés *La Décade Philosophique* ha tenido conocimiento de que los miembros del *Institut National de France* han escogido cinco plazas vacantes utilizando un método de elección que él llama de compensación y suma. Morales no lo menciona (sí lo hace un par de veces en el Apéndice ocho años más tarde), pero el método ya había sido propuesto anteriormente, en 1770 por Jean Charles Borda (1733-1799), y es actualmente conocido como la **"regla de Borda"**

. Aunque con reservas, Martínez Panero y García Lapresta piensan que Morales no conocía la obra de Borda y que por lo tanto su pretendida originalidad es legítima. El método es el siguiente: cada elector ordena de mejor a peor los

c

candidatos. De cada ordenación se asignan

c

puntos al primer candidato,

(c - 1)

puntos al segundo candidato..., 2 puntos al penúltimo, y 1 punto al último candidato. Se suman los puntos recibidos por cada candidato y se escoge al candidato que ha recibido más puntos; en caso de empate (más improbable según Morales que si se utilizan otros métodos basados en el método de la mayoría), se debe efectuar una nueva votación sólo entre los candidatos que obtuvieron un mayor número de puntos (Morales no especifica cuál debería ser el candidato escogido en el caso en que persistiera el empate). Morales defiende (en algunos pasajes, apasionadamente) el método como el más justo y exacto para reflejar la opinión que los votantes tienen sobre los candidatos. Y lo hace muy didácticamente: combina argumentos verbales, demostraciones formales (en su lenguaje, demostrar por exactitud del cálculo) y muchísimos ejemplos.

Quiero destacar tres elementos fundamentales de la Memoria. El primero es la crítica desafortunada que Morales realiza a los métodos donde los votantes sólo pueden expresar cuál es su mejor candidato (todos los métodos de mayoría, por ejemplo). Votar es lo mismo que enunciar la opinión que se tiene de **todos** los candidatos (la negrita es mía), como una balanza mide el peso de las cosas. Los métodos basados solamente en el mejor candidato de cada elector no tienen en cuenta los valores de opinión que cada elector tenga contra los distintos candidatos. Para Morales, elección es comparación, ó mas bien, una consecuencia necesaria de ella; y el que en la comparación tiene a su favor el exceso de la opinión, ese tiene el derecho a ser elegido.

El segundo es la pretensión de demostrar que los métodos de mayoría (simple o cualificada) son injustos ya que es posible que un candidato **A** tenga todos menos uno de los votos superiores, y ser sin embargo excedido en cantidad de opinión por otro candidato

B

, quien por consiguiente tendrá un derecho positivo a ser elegido con preferencia a

A

. Aquí, la argumentación de Morales es tautológica ya que considera que el que tiene mayor cantidad de opinión es

B

por el mero hecho de ser el candidato ganador aplicando su método de compensación y suma.

El tercer elemento de la Memoria que quiero destacar es la discusión que realiza Morales sobre *la deserción* (cuando un votante manipula el método pretendiendo que su ordenación de los candidatos sea distinta a su verdadera ordenación con el fin de que el candidato escogido sea mejor que el que se escogería declarando la verdadera ordenación). Morales reconoce que su método permite la deserción (es decir, es manipulable); inicialmente su defensa del método propuesto contra este inconveniente es de naturaleza moral: Daría la calificación a uno menos

digno; pero no se atrevería a negar al que juzga por mas benemérito la segunda o la tercera; y cada uno de estos grados no disminuye sino en una unidad la suma o exceso de opinión que este habría de sacar.

Este punto de vista moral podría fundamentar la sospecha de que Morales no sólo ya conoce en 1797 la obra de Borda sino que también conoce la crítica del Marqués de Condorcet (1743-1794) a la regla de Borda por ser manipulable (y que Borda le contesta afirmando lacónicamente que su procedimiento era válido para ser utilizado por hombres honrados). No obstante, Morales va más allá y minimiza la importancia de la manipulabilidad potencial del método al calcular qué número de deserciones sea necesario para que la suma o resultado de la votación de **A** se iguale con la de **B**, suponiendo que las deserciones se hacen desde la primera o superior calificación que es **c** a cualquier otro grado de ellas, que llamaremos

g

; y que en tales deserciones se permutan las calificaciones superiores dadas a

A

, por las que tenía

B

, de cualquier grado

g

que ellas sean. Este número es igual a

$d/[2(c- g)]$

, donde

d

es el número de votos en que

A

aventajó a

B

.

Morales escribe el *Apéndice* (1805) ocho años después de publicar la Memoria con el fin de contestar a reparos y objeciones (no muchos, pero estimables) que algunos sabios nacionales y extranjeros le han hecho contra la exactitud del método de elegir. Morales nos cuenta que se ha criticado su método de compensación y suma por la rigidez en la asignación de

c, c-1, ..., 2, 1 puntos (una escala de 1 a c)

ya que ésta no permite en muchos casos capturar con exactitud la intensidad en la opinión.

Morales argumenta que debido a que cada elector puede tener distintas intensidades, las escalas deberían ser distintas (e indefinidas). Pero si la escala es muy grande y hay muchos candidatos, los electores cometerán errores involuntarios al escoger números para expresar su intensidad en la opinión que les merecen los distintos candidatos (los electores no son regulares calculadores). Pero entonces, el problema de la deserción sería grave ya que un único elector podría hacer elegir a su mejor candidato asignándole un número exorbitante; prevalecería así la opinión de uno sobre la de los demás (precisamente, lo que una elección pretende evitar).

En segundo lugar, Morales propone en el Apéndice una maravillosa justificación (ordinal) de su método basado en las puntuaciones **c, c - 1, ..., 2, 1** dadas a los distintos candidatos. El argumento consiste en tres pasos. Primero, en las elecciones binarias (con sólo dos

candidatos) la mayoría simple es el método adecuado para elegir. Segundo, cuando hay más de dos candidatos se podrían hacer elecciones binarias entre cada uno de los posibles pares (en total, $c(c-1)/2$ elecciones binarias) y luego sumar los votos que cada candidato obtuvo en cada una de las elecciones binarias.

No obstante Morales nos advierte que, cuando c aumenta, el número de elecciones binarias a realizar puede hacer inviable el método, pero a continuación demuestra que el número total de votos obtenidos por cada candidato a lo largo de todas las elecciones binarias es el mismo que el que obtendrían usando el método de compensación y suma con las puntuaciones

$c-1, c-2, \dots, 1, 0$

(de hecho, éstas son las puntuaciones propuestas por Borda); es decir, dada una ordenación de los candidatos (de mejor a peor), la puntuación que recibe un candidato

A

puede ser interpretada como el número de candidatos a los que

A

ganaría en una comparación binaria:

el primero ganaría a $c-1$ candidatos, el segundo a $c-2$, ..., el penúltimo a 1 , y el último a ninguno.

Tercero, Morales demuestra que las escalas $c, c-1, \dots, 2, 1$ y $c-1, c-2, \dots, 1, 0$ son equivalentes. Obsérvese que esta reinterpretación del método de compensación y suma le despoja de todo su aparente contenido cardinal (el primer candidato es mejor que el segundo, como

es mayor que

$c-2$

, etc.) y mantiene la puntuación

$c, c-1, \dots, 2, 1$

como estrictamente ordinal.

Por lo tanto, el método de compensación y suma extiende (y mantiene) a c candidatos todas las propiedades de la elección por mayoría cuando sólo hay dos candidatos. Es maravilloso constatar que la argumentación de Morales parece un antecedente a la justificación del axioma moderno de Consistencia usado en las caracterizaciones axiomáticas de la mayoría de los conceptos de solución propuestos por la teoría de los juegos cooperativos (núcleo, valor de Shapley, nucleolo, etc.).

En definitiva, y a pesar del tiempo transcurrido, la Memoria y en mi opinión, sobre todo el Apéndice, muestran muy bien el contenido de la Teoría de la Elección Social moderna. Pero la obra de Morales no solo interesaría a los que hoy trabajan en este campo. Matemáticos interesados por las aplicaciones sencillas de las matemáticas en la resolución de problemas cotidianos, profesores de matemáticas de ESO y Bachillerato deseosos de utilizar ejemplos para estimular la formación matemática de sus alumnos, e historiadores de las matemáticas o del periodo de la ilustración española en general también encontrarán fascinante la lectura de los dos textos de Morales. Como ya advierten los autores, la ortografía y puntuación de los textos originales en nada perjudican la legibilidad de las obras. Me parece un acierto el haberlos reproducido íntegramente.

Además de la reproducción facsímil de los dos escritos de Morales, el libro contiene una

excelente presentación de la obra de Morales escrita por Martínez Panero y García Lapresta. En ella se describe brevemente el contenido y la evolución de la Teoría de la Elección Social; se hace una semblanza biográfica de Morales y su relación con el movimiento ilustrado de su época; se presenta el estado de la Teoría de la Elección Social en la época en que Morales escribió la Memoria (1797) y el Apéndice (1805), y en particular, se sitúa su obra en relación con dos de sus más ilustres contemporáneos: Condorcet y Borda; se describen cuáles son las aportaciones fundamentales de la Memoria y del Apéndice; y finalmente, se analizan las repercusiones de la obra de Morales entre sus contemporáneos y su redescubrimiento hecho por I. McLean de la Oxford University alrededor del año 1995.

El prólogo del libro está escrito por Salvador Barberá (profesor de la Universitat Autònoma de Barcelona y Presidente de la Social Choice and Welfare Society). En él, Barberá describe sucintamente el Teorema de Imposibilidad de Arrow de 1951 (considerado como el primer resultado de la Teoría de la Elección Social moderna), algunos de sus antecedentes históricos (entre los cuales se encuentra Morales), y el arraigo y vigor de la Teoría de la Elección Social en España. Finalmente, agradece a Martínez Panero y a García Lapresta por acercarnos la obra de Morales de manera tan matizada y documentada.

Me añado a sus palabras y agradezco a Martínez Panero y a García Lapresta el haberme dado la oportunidad de leer la obra de Morales. Desde muchos puntos de vista, no tiene desperdicio.

(Reseña aparecida en LA GACETA de la RSME, Vol. 6, no. 3, año 2003)

▣ **Materias:** Método de compensación y suma, Regla de borda, Teoría de la elección social, Historia, Educación, Teorema de Imposibilidad de Arrow

▣ **Autor de la reseña:** Jordi Massó (U. Autònoma de Barcelona)
