Categoría: **Historia de las matemáticas**
Autor:
Ricardo Moreno Castillo

Editorial:
NIVOLA (colección La matemática en sus personajes 21)

Año de publicación:
2005

Nº de hojas:
128

ISBN:
84-95599-92-9

La colección *La matemática en sus personajes* de la Editorial Nivola, nos propone un viaje a través del tiempo, que nos muestra la evolución de las matemáticas de una forma clara y amena.

El libro de *Plücker y Poncelet. Dos modos de entender la geometría*, nos sugiere un paseo hacia la geometría proyectiva, desde los estudios de perspectiva de los pintores renacentistas hasta el siglo XIX, época en que la geometría impregna toda la matemática y "la geometría proyectiva es toda la geometría"(Cayley). Sus protagonistas son Jean-Victor Poncelet (1788-1867) y Julius Plücker (1801-1868) como abanderados de los dos bandos, sintético y algebraico, en que se fragmentaron los geómetras de la época.

Los métodos cartesianos, permitieron prescindir del uso de figuras y agrupar en una misma ecuación entes geométricos diferentes. Se logra con ello un carácter abstracto y general que atrajo la atención de numerosos matemáticos a lo largo del siglo XVIII, de manera que el desarrollo y consolidación de la geometría analítica, como rama independiente de las matemáticas, se basa en el uso de las coordenadas cartesianas. Estos métodos presentan, sin embargo, algunos inconvenientes: el desarrollo de los cálculos se hace a veces penoso y poco intuitivo; por ello se acabó generando una reacción en contra que propició el impulso de los métodos sintéticos -donde el empleo de las coordenadas llegó a ser considerado una deshonra (Bourbaki)-. "Pero la geometría analítica también podía ser útil a la geometría proyectiva, de modo que ésta albergó en su seno la brecha entre los reticentes y los entusiastas de aquella. En el siglo XIX casi no había geómetra que no estuviera adscrito a uno de los dos bandos" (R. Moreno).

El autor es el profesor Ricardo Moreno Castillo, licenciado en filosofía y matemáticas, que imparte esta última disciplina en el instituto Gregorio Marañón de Madrid y en la Universidad Complutense. Sabemos de su interés por la historia de las matemáticas -en la misma colección podemos encontrar otros dos libros suyos- y de su preocupación por la didáctica de la matemática -mi primer contacto con su obra, fue la lectura de un interesante y esclarecedor *Panfleto antipedagógico* que circula por la Red-.

Tanto su formación matemática como filosófica se encuentran reflejadas en este libro. Así encontramos, un boceto de la evolución de la geometría proyectiva, a través teoremas y propiedades enlazados lógicamente con una visión platónica e internalista de la ciencia. Se trata también de un texto de geometría, en mi opinión dedicado a un público con una formación matemática, a caballo entre la enseñanza media y la universidad, que debe leerse con calma, atención, y con la regla y el compás a mano o, si se prefiere, con algunos de los nuevos programas de ordenador. En todo caso, el esfuerzo merece la pena, ya que el texto recoge una serie de resultados atractivos para todos los que gustamos de "una ciencia nacida del arte que resultó ser ella misma un arte"(Kline).

El libro, consta de 122 páginas y está estructurado en siete capítulos, cuyo contenido pasamos ahora a describir:

El capítulo uno, *Algunos preliminares geométricos*, se justifica dado el carácter divulgativo de la obra. En él se resumen algunos resultados geométricos básicos y los teoremas de Menelao y de Ceva, que permiten demostrar numerosas propiedades de tipo proyectivo.

En el capítulo dos, Ricardo Moreno señala como núcleo de la geometría proyectiva, los esfuerzos de los pintores del Renacimiento (Brunelleschi, Alberti, Durero,..) para representar el espacio sobre una superficie plana. También destacan las aportaciones de Desargues: la adición de un punto impropio común a todas las rectas de un mismo haz de rectas paralelas, el teorema de los triángulos homológicos, el de invarianza de la razón doble en las proyecciones y la posibilidad de estudiar las cónicas de forma unitaria. Del mismo modo, menciona el teorema del hexágrama místico de Pascal y un teorema de Phillippe de La Hire, dos de los escasos seguidores de Desargues. Así, queda descrito el escenario para que en él irrumpan los dos protagonistas de la obra.

El tercer capítulo está dedicado a los defensores de la geometría sintética. En él, se describe brevemente las ideas que sustentan la obra de Poncelet (*homología, principio de continuidad y principio de dualidad*) y los esfuerzos de Steiner, Chasles y Von Staudt por desarrollar la geometría proyectiva, sin hacer ninguna referencia a consideraciones métricas.

Después de hablar de los que hicieron progresar la geometría proyectiva con métodos sintéticos, les toca el turno a los que lo hicieron usando procedimientos analíticos: Möbius y Plücker. A Möbius se debe la introducción de las coordenadas baricéntricas -que, como todas las coordenadas homogéneas son independientes de todo concepto métrico y, por tanto, adecuadas para tratar problemas proyectivos- y el concepto de correspondencia biunívoca o transformación de un plano o un espacio en otro y, en particular, el de colineación, única que conserva las relaciones gráficas, ya que no altera la incidencia o pertenencia.

Plücker introdujo un sistema de "notaciones abreviadas", que simplifica los cálculos algebraicos, y un sistema de coordenadas homogéneas, más manejable que el creado por Möbius, que permite incorporar los puntos del infinito y las rectas que pasan por el punto límite. El propio Plücker extendió las coordenadas homogéneas al campo complejo y resaltó la importancia de los puntos cíclicos.

El capítulo termina con un esbozo del modelo para la geometría proyectiva propuesto por Klein.

Los tres últimos capítulos, están dedicados al estudio de las curvas algebraicas. En el primero de ellos, se introducen las curvas algebraicas desde el punto de vista de la geometría analítica del siglo XVIII, para poder entender lo que hicieron después Plücker y Poncelet con ellas en el siglo XIX. Este quinto capítulo se centra fundamentalmente en el estudio de la clasificación de las cúbicas con coeficientes reales establecida por Newton en 1704, lo que da pie para introducir algunos conceptos fundamentales como diámetro, puntos singulares, inflexión, asíntotas, polar,…

El capitulo sexto, que exige una formación matemática a nivel de un primer curso de facultad, aborda las curvas algebraicas con métodos proyectivos. En él podemos encontrar, entre otras cuestiones, el concepto de curva dual, de hexiano y las fórmulas de Plücker para clasificar curvas algebraicas.

El libro se cierra con un capitulo, dedicado a mostrar una serie de curvas algebraicas notables. Algunas, como la cisoide de Diocles o el astroide, son muy conocidas; otras, como la cuártica de Durán Lóriga, no lo son tanto. Pero todas, son particularmente atractivas. Tal vez si las incluyéramos en los programas de bachillerato, al conocerlas algún joven pudiera hacer suya la cita de Bertrand Russell con la que comienza el libro: "¡Jamás había imaginado que pudiera haber algo tan delicioso en el mundo".

Materias: Biografías, geometría analítica, geometría proyectiva.
Autor de la reseña: José Javier Escribano Benito