Categoría: **Historia de las matemáticas**
Autor:
Pedro Miguel González Urbaneja

Editorial:
Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia

Año de publicación:
2003

Nº de hojas:
180

ISBN:
84-607-9668-X

Tras la lectura de esta obra aprendemos a valorar y a disfrutar de la Geometría Analítica como herramienta fundamental de la Matemática y de la Educación matemática. La fuerza algebraica inexorable de la Geometría Analítica al aportar simplificación, generalización, mecanización, unificación, flexibilidad, versatilidad, claridad, economía, brevedad y difusión, se convierte en el lenguaje universal de las ciencias. El ingenio y la imaginación que exigía la comprensión de la obra de Euclides quedan sustituidos por la simplicidad de procedimientos algorítmicos automáticos. La notación cartesiana se convirtió en definitiva. *La Geometría* de Descartes es el primer texto matemático en el que un estudiante actual no encontraría dificultades con la notación.

Tal como escribe el autor (pág. 164): la Geometría Analítica cubre una serie de aspectos esenciales que de forma simplificada reseñamos en el orden de aparición histórica:

1. La introducción de las coordenadas.
2. El trazado de una curva construyendo ordenadas a partir de abscisas.
3. La aplicación del Álgebra simbólica a los problemas geométricos.
4. La derivación de ecuaciones de los lugares geométricos y la construcción geométrica de las soluciones de ecuaciones.
5. El estudio de las curvas dadas por sus ecuaciones lineales y cuadráticas.
6. La representación gráfica de una curva dada mediante la expresión analítica funcional.
7. La derivación de fórmulas fundamentales para resolver problemas sobre puntos notables, rectas, planos, ángulos, paralelismo, perpendicularidad, distancias, áreas, etc.
8. La clasificación general de curvas y superficies de segundo orden.

Con las limitaciones que supone la ausencia de Álgebra simbólica en la Geometría griega, el primer punto fue cubierto por los griegos, en particular Menecmo, Apolonio y Pappus; el segundo pertenece al trabajo de Oresme; Vieta desarrolló el tercero; Descartes se ocupó del cuarto punto y consideró brevemente algunos aspectos del quinto; Fermat se proyectó sobre el quinto apartado y resolvió algunos problemas relacionados con el cuarto; el sexto fue ampliamente cubierto por Euler; el séptimo es iniciado por Euler y continuado por Lagrange, Monge y Lacroix; y el octavo es comenzado por De Witt, Wallis y Stirling para la cónicas, cerrado para éstas por Euler, y ampliamente estudiado para las cuádricas por Euler y Monge.

Ésta es la línea histórica que sigue el libro de González Urbaneja que arranca del *Álgebra Geométrica* , estructura que adquiere la Matemática griega como consecuencia de la crisis de fundamentos que acarreó la aparición de los inconmensurables. De hecho, la introducción titulada Del Álgebra Geométrica a la Geometría Analítica es bien descriptiva del contenido y podría ser el propio nombre del libro. A partir de ella el texto se va desarrollando con el siguiente argumento:

El Análisis Geométrico griego utilizaba un equivalente de las coordenadas pero sólo empleaba *Álgebra Geométrica*. El *Arte Analítica* de Vieta desarrolla el Álgebra simbólica pero no usa coordenadas. Al aunar ambos instrumentos, coordenadas y Álgebra literal, Fermat y Descartes alumbran la *Geometría Analítica* estableciendo un puente para transitar entre la Geometría y el Álgebra, lo que permite asociar curvas y ecuaciones, a base de aplicar el *Análisis algebraico* de Vieta a los problemas de lugares geométricos de Apolonio y Pappus, definidos, en un sistema de coordenadas, por una ecuación indeterminada en dos incógnitas. Continúa el relato con los ulteriores desarrollos de la *Geometría Analítica* y su evolución posterior hasta la forma académica alcanzada en el umbral de lo vectorial.

Este libro rastrea, pues, los orígenes de la *Geometría Analítica* desde los primeros estadios de la Matemática helénica, pero, sin menoscabar la importante intervención de Fermat, tiene sobre todo como objetivo el desentrañar las raíces de la *Geometría Analítica* en el pensamiento cartesiano. Por eso dedica una gran extensión, en el capítulo octavo, a la importante cuestión del anclaje de *La Geometría* de Descartes en su obra filosófica y en particular en *El Discurso del Método* y en las *Reglas para la dirección del espíritu* , obras donde se sitúa la metodología cartesiana, en particular los preceptos del Análisis y la Síntesis que Descartes aplica de forma constante en *La Geometría* .

Se estudian los diversos métodos, se comparan unos con otros y se intenta clarificar el apoyo que cada uno recibe de los precedentes y otorga a los posteriores, y en particular se dilucida la influencia de cada hito geométrico o algebraico sobre el hallazgo de Fermat y Descartes. En este sentido, uno de los capítulos más interesantes y esclarecedores es el dedicado a un amplio estudio comparado de La Geometría de Descartes y la Isagoge de Fermat.

El texto incluye aspectos de Historia de la Geometría griega y de la evolución del Álgebra que interesan a la Geometría Analítica, y que, por comparación, nos advierten de que lo que alumbran Fermat y Descartes es algo nuevo y revolucionario. Por primera vez en la historia se tiene el convencimiento de haber superado a los antiguos griegos en algún aspecto.

La obra presenta la evolución histórica del Análisis Geométrico (Hipócrates, Platón, Apolonio, Pappus, Vieta, ...) del que la Geometría Analítica hereda no sólo el nombre sino también los procedimientos, como herramienta geométrica que permite fundir en un sólo acto el descubrimiento y la demostración, mediante una potente metodología geométrica y algebraica que reemplaza las complejas e ingeniosas construcciones de la rígida Álgebra Geométrica de los griegos por sistemáticas operaciones algebraicas y se convierte en un poderoso instrumento de investigación y exploración con el que Fermat y Descartes resuelven con plenitud heurística, de forma elegante, rápida, brillante y prodigiosa, numerosos problemas, clásicos y modernos, como abundantes cuestiones de lugares geométricos, extremos, tangentes y cuadraturas, en el caso de Fermat y problemas realmente difíciles, como normales a las curvas, el Problema de Apolonio, y otros que se habían resistido a lo largo de la historia como el famoso Problema de Pappus, en el caso de Descartes. En este sentido la obra dedica un importante capítulo a la relevante importancia que tuvo la aparición de la Geometría Analítica en el descubrimiento y desarrollo del Análisis Infinitesimal.

El libro se sustenta de forma esencial en los textos originales de los matemáticos griegos (en especial Euclides, Apolonio, Diofanto y Pappus), Oresme, Vieta, y sobre todo Fermat y Descartes, así como en otros documentos de filósofos (Platón, Spinoza, Stuart Mill, Spengler, ...), matemáticos (Euler, D Alembert, Monge, Lagrange, Lacroix, ...) e historiadores y filósofos de la ciencia (Montucla, Tannery, Loria, Ver Eecke, Brunschvicg, Bell, Boyer, Vera, Kline, Hull, Dunhan, ...), de donde surgen numerosas citas extraídas directamente por González Urbaneja y referenciadas, con autor, texto y página, reseñados en la generosa bibliografía que incluye junto a las fuentes, tanto obras de largo aliento como otras de divulgación científica con indicación de los capítulos que interesan a cada tema.

La obra de González Urbaneja permite una doble lectura debido a las numerosas y originales ilustraciones que van acompañadas de amplios textos marginales enfatizados, que en sí mismos constituyen un resumen sumario del contenido general e interesantes centros de atención y de interés, que discurren a lo largo del libro, pero cuya omisión en la lectura del grueso del texto no resta ni un ápice de inteligibilidad.

Los aspectos reseñados y otros diversos nos permiten asegurar que la obra de González Urbaneja es una interesante aportación a la historiografía de la Geometría Analítica.

Reseña aparecida en la Revista BIAIX (Federació d,Entitats per a l,Ensenyament de les Matemàtiques a Catalunya), nº 22, julio 2004, págs. 102-104.

 Materias: Álgebra Geométrica, Euclides, Cónicas, Apolonio, Aritmética, Diofanto, Pappus, Oresme, Vieta, Isagoge, Fermat, Geometría Analítica, Descartes.
 Autor de la reseña: Alfredo Quintana Zamora