El País, 21 de Diciembre de 2021
LOTERÍA DE NAVIDAD
Adolfo Quirós

Más de un centenar de lectores han enviado sus respuestas, el 84% de ellas correctas. Pero no todos han seguido el mismo camino para encontrar la solución

Ya hay solución para **el desafío matemático** que como cada año propone EL PAÍS en colaboración con la Real Sociedad Matemática Española con ocasión del Sorteo de la Lotería de Navidad. Recordemos que el desafío consistía en demostrar **que el número de quienes comparten suerte en Navidad con una cantidad impar de personas es par**
.

Para resolverlo, lo que vamos a hacer es considerar, para cada persona, el número de gente con la que comparte suerte, y sumar todas estas cantidades. En el ejemplo sencillo que dimos al proponer el desafío, esta suma sería 3 (Ana) + 2 (Cristina) + 2 (Eva) +1 (Pedro) + 0 (Andrés) = 8, que es par.

Esto no es un accidente: en todos los casos, **si sumamos los números que nos dicen con cuánta gente comparte suerte cada jugador, esa suma es par**
. Esto se puede comprobar de varias maneras. Quizás la más sencilla es observar que las comparticiones son recíprocas, y eso obliga a que sean un número par. Así lo ha expresado el lector José O. en su solución: “Vamos a suponer que cada vez que dos personas comparten lotería lo declaran a las autoridades entregando un contrato con sus nombres. Como cada contrato contiene dos nombres, el número total de nombres escritos en los contratos es el doble que el número de estos y, por tanto, una cantidad par”.

Esta es la clave para resolver el desafío, que, expresado de otra manera, consiste en demostrar que **en la suma en cuestión hay una cantidad par de sumandos impares**. Para verlo observamos que, si sumamos sólo los sumando pares, obtenemos una suma par. Como suma total-suma de sumandos pares=suma de sumandos impares, y par-par=par, también

tiene que ser par la suma de los sumandos impares. Pero (pedimos disculpas por el nuevo trabalenguas) la única forma de que una suma de números impares dé un número par es que sea par la cantidad de sumandos, que es lo que queríamos demostrar.

Hemos recibido soluciones que muestran que la suma los números que nos dicen con cuánta gente comparte suerte cada jugador es par de maneras diversas: con otras metáforas, haciendo una tabla,…

Queremos recoger una idea que también utilizan bastantes de las respuestas: representar la relación "¿con quién comparto suerte?" mediante lo que se conoce como un **grafo**. Cada persona que juega a la Lotería de Navidad la veremos como un punto (un vértice del grafo), y uniremos dos vértices por una línea (una arista del grafo) si las correspondientes personas comparten suerte. Como muestra, el grafo que representa nuestro ejemplo sería este (la imagen está tomada de la solución que ha enviado Juan Carlos L.):

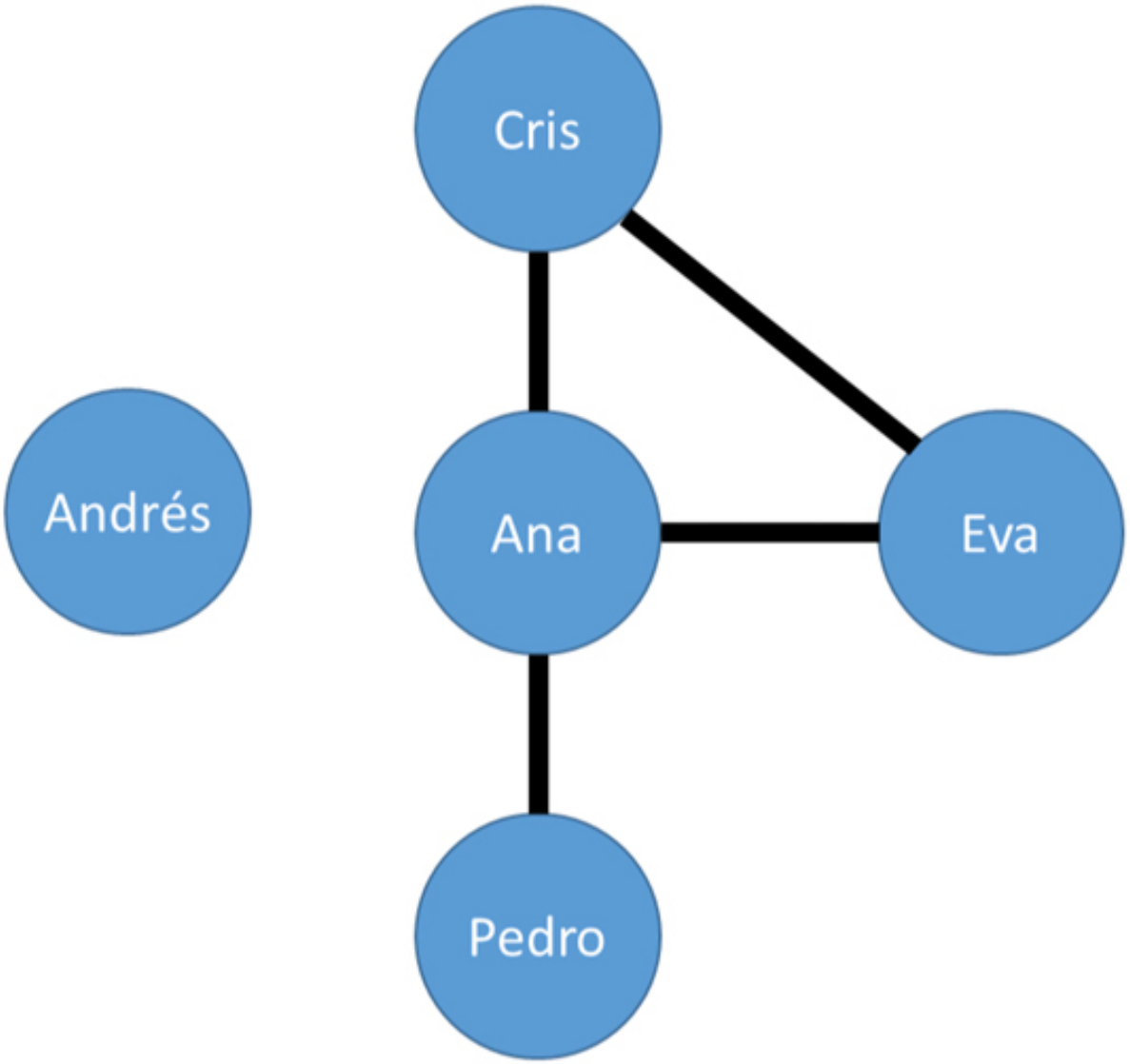


Gráfico realizado por Carlos L. en su solución del desafío matemático de la navidad 2021.

Esto sería otro posible ejemplo, con 34 personas compartiendo suerte.

